This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

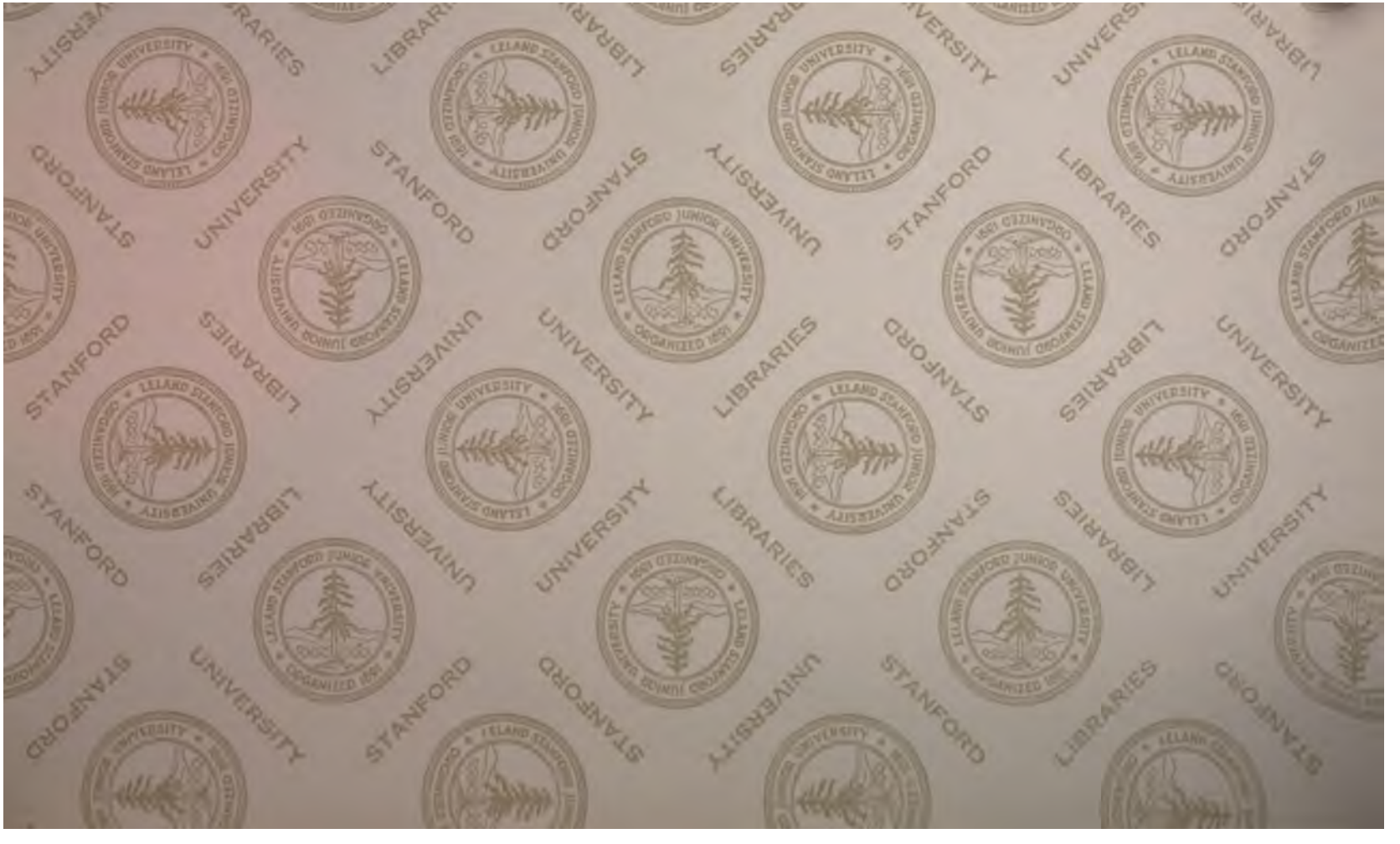
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

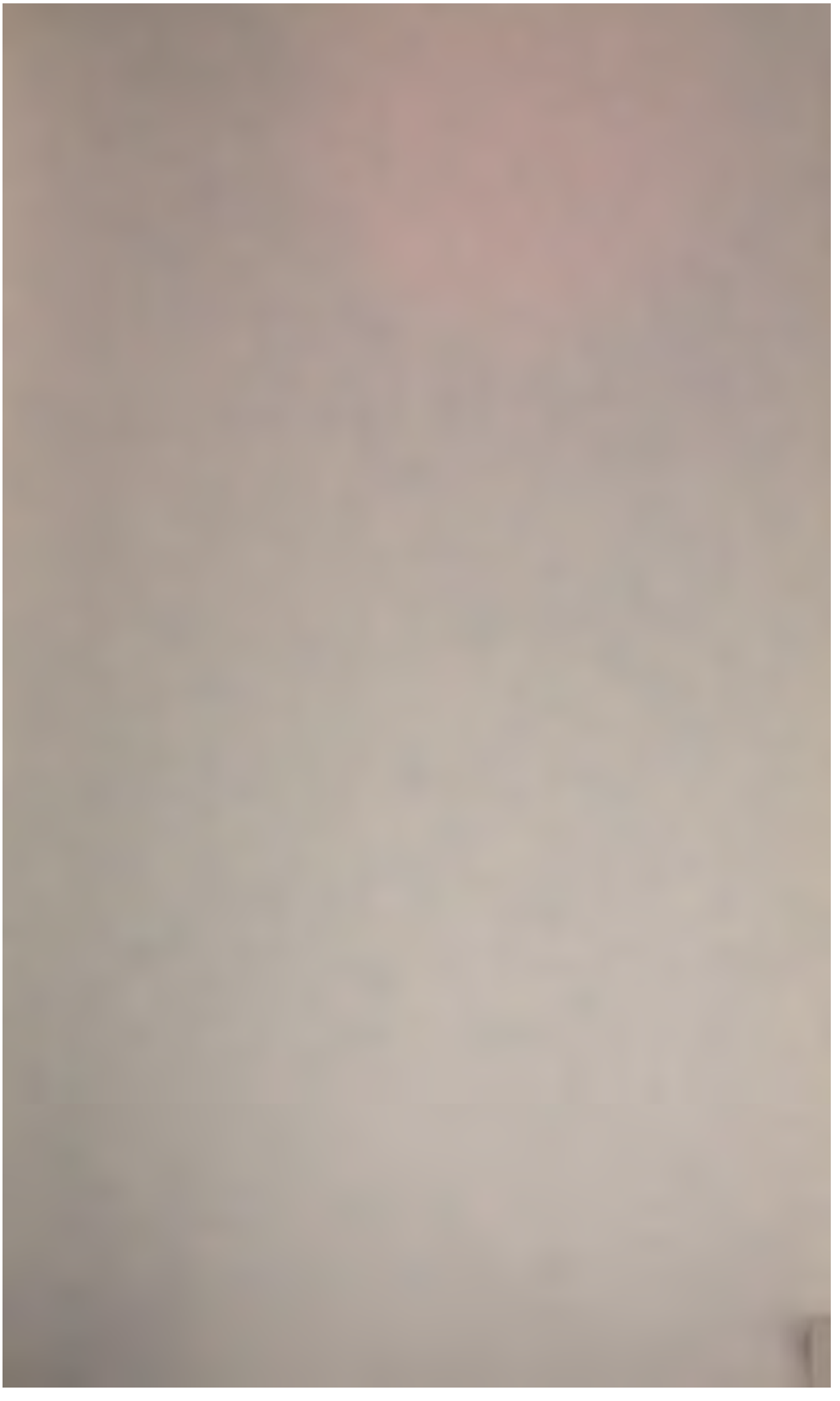
Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Stanford University Libraries
3 6105 027 397 038

LIBRARIES
UNIVERSITY
STANFORD


STANFORD
UNIVERSITY
LIBRARIES



Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Bibliographie

der

Schweizerischen Landeskunde.

Unter Mitwirkung

der

hohen Bundesbehörden, eidgen. und kant. Amtsstellen

und zahlreicher Gelehrter

herausgegeben von der

Centralkommission für schweizerische Landeskunde.

In deutscher und französischer Ausgabe.

Bis jetzt erschienen:

Fascikel II a: *Landesvermessung und Karten der Schweiz, ihrer Landstriche und Kantone.* Herausgegeben vom eidg. topographischen Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1892. 139 Seiten 8°. Preis Fr. 3. —

Fascikel II b: *Karten kleinerer Gebiete der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1892. 164 Seiten 8°. Preis Fr. 3. —

Fascikel II c: *Stadt- und Ortschaftspläne, Reliefs und Panoramen der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1893. 173 Seiten 8°. Preis Fr. 3. —

Fascikel V 6 a–c: *Architektur, Plastik, Malerei.* Zusammengestellt von Dr. B. Haendcke. Bern 1892. 100 Seiten 8°. Preis Fr. 2. —

Fascikel V 9 g ε: *Bankwesen, Handelsstatistik, Versicherungswesen.* Zusammengestellt von W. Speiser, Dr. Geering und Dr. J. J. Kummer. Bern 1893. 207 Seiten 8°. Preis Fr. 3. —

Fascikel V 10 e γ: *Die christkatholische Litteratur der Schweiz.* Zusammengestellt von Dr. F. Lauchert. 32 Seiten 8°. 60 Cts.

Fascikel V 9 a b: *Landwirthschaft.* Zusammengestellt von Prof. F. Anderegg und Dr. E. Anderegg. Heft 1. Allgemeine Landwirthschaft. 258 Seiten 8°. Preis Fr. 3. —

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

FÜNFZIGSTER

JAHRES-BAND

DER

MITTHEILUNGEN

DER

BERNISCHEN NATURFORSCHENDEN GESELLSCHAFT

1843—1893.

Mittheilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1893.

Nr. 1305—1334.

Redaktion: Prof. Dr. J. H. Graf.

BERN.
Druck und Verlag von K. J. Wyss.
1894.

Jahres-Bericht

über die

Thätigkeit der Bernischen Naturforschenden Gesellschaft

in der Zeit vom 1. Mai 1892 bis zum 1. Mai 1893.

Hochgeehrte Herren!

Der Mitglieder-Bestand unserer Gesellschaft hat sich im eben angegebenen Zeitraume nur wenig verändert. Während wir durch Tod oder Austritt 6 Mitglieder verloren, traten der Gesellschaft 8 Herren bei.

Den 16. Juni 1892 starb eines unserer ältesten Mitglieder, Herr Professor Dr. Rud. Demme, welcher besonders in früheren Jahren sich grosse Verdienste um unsere Gesellschaft erworben hatte. Ein zweiter empfindlicher Verlust traf uns durch den Rücktritt des Herrn Ingenieur R. Lauterburg. Die Gesellschaft beschloss, ihm in einem Schreiben die Anerkennung und den Dank für seine grossen Verdienste um die Hydrographie der Schweiz auszusprechen.

Im abgelaufenen Amtsjahre kam das gesellschaftliche Leben etwas mehr zur Geltung als in den letzten Jahren, ohne dass der wissenschaftliche Zweck der Gesellschaft darunter zu leiden bekam, was wohl nachfolgende stattliche Reihe von Vorträgen, Mittheilungen und Demonstrationen zur Genüge beweist. Daran betheiligten sich in den 12 Sitzungen, die durchschnittlich von ca. 30 Mitgliedern und Gästen besucht waren, folgende 25 Herren:

Herr	Dr. Bannwarth	1 Vortrag mit Demonstration,		1 Mittheilung,
„	Dr. Beer	1 Vortrag,		
„	Prof. Dr. Brückner	3 Vorträge,		
„	v. Büren	1 Vortrag mit Demonstration,		
„	Fankhauser, Gym.-Lehrer	1 Vortrag,		
„	Dr. v. Fellenberg	1 Vortrag,	3 Demonstrationen,	1 Mittheilung,
„	Prof. Dr. L. Fischer		1 Demonstration,	
„	Dr. Ed. Fischer	2 Vorträge,	1 Demonstration,	
„	Prof. Dr. Flückiger	1 Vortrag,		
„	Prof. Dr. Graf	1 Vortrag,	1 Demonstration,	
„	Dr. P. Gruner	1 Vortrag,		
„	Prof. Dr. Guillebeau	1 Vortrag,		
„	Custos Jenner		1 Demonstration.	
„	E. Jordi, Arzt	1 Vortrag,		
„	Dr. Kaufmann	1 Vortrag,		
„	Dr. Kissling			1 Mittheilung,
„	Prof. Dr. Rossel	2 Vorträge,		
„	Prof. Dr. Rubeli			1 Mittheilung,
„	Dr. S. Schwab	1 Vortrag,		
„	Prof. Dr. Sidler		1 Demonstration,	2 Mittheilungen,

Herr Th. Steck, Conservator 1 Vortrag, 2 Demonstrationen,
„ Prof. Dr. Th. Studer 2 Vorträge, 1 Demonstration, 1 Mittheilung,
„ Apoth. B. Studer Sohn 1 Vortrag mit Demonstration,
„ Dr. Thiessing 2 Demonstrationen,
„ Prof. Dr. Tschirch 1 Vortrag, 1 Demonstration, 2 Mittheilungen.

Besten Dank allen genannten Herren für diese bedeutende Thätigkeit! Sie rief meist langen und interessanten Besprechungen, die der Gesellschaft noch viele hübsche und lehrreiche Ergänzungen brachten.

Ueber den Lesezirkel erstattet Herr Conservator Th. Steck, der denselben in vortrefflicher Weise leitet, folgenden verdankenswerthen Bericht:

„Der nun seit 4 Jahren bestehende Journallesezirkel wird gegenwärtig von 39 Theilnehmern benützt. Die Zahl der cirkulirenden Zeitschriften beträgt 12. Davon werden 5 angeschafft und 7 erhält die Bibliothek der Naturforschenden Gesellschaft im Tausch gegen ihre Mittheilungen. Es wurde, um die nicht unbedeutenden Kosten, die der Gesellschaft durch Abonnirung der Zeitschriften erwachsen, zu reduziren, eine Anzahl der anfänglich gehaltenen Zeitschriften fallen gelassen, den Theilnehmern aber ein Ersatz durch Einlage regelmässig der Bibliothek zukommender Zeitschriften geboten, so dass sich die Anzahl der cirkulirenden Schriften gegenüber früher nicht verändert hat.

Die Bestellung von Kontroleuren hat sich bewährt, indem die Klagen über unregelmässige Spedition von Seiten der Theilnehmer sich vermindert haben. Immerhin liessen sich hie und da auftretende Störungen, die besonders in Folge von zeitweiliger Abwesenheit während der Ferien eintreten, bei gutem Willen von Seiten der Betheiligten leicht heben."

Unsere Sitzung in Thun, den 19. Juni 1892, gestaltete sich, Dank der unerwartet zahlreichen Theilnahme von Seiten des Alpenklubs und der übrigen Bevölkerung von Thun, zu einem recht hübschen Feste. Vor einer bis 100 Köpfe zählenden Zuhörerschaft hielten in einem Saale des „Freien Hofes" die Herren Prof. Dr. Graf, Prof. Dr. Brückner und Dr. Fischer ihre äusserst interessanten Vorträge und ernteten grosse Anerkennung und Dank. Die Herren von Thun verliessen uns auch bei dem Mittagessen nicht, welches in gedeckter Halle im grossen schönen Garten servirt wurde. Ernste und heitere Reden wechselten mit gediegenen musikalischen Vorträgen der Thuner Kurkapelle, die im Garten concertirte. Trotz des unsichern Wetters machte man noch einen Ausflug nach der besonders im Frühsommer des Wasserreichthums wegen so interessanten Kohlerenschlucht und schloss dann in gemüthlicher Unterhaltung die Sitzung in der Bierbrauerei Feller. Die Herren von Thun riefen uns bei Abgang des Zuges noch lebhaft zu: „Wiederkommen!"

Nicht allen Mitgliedern ist es leicht möglich, an einer auswärts stattfindenden Sitzung Theil zu nehmen und dabei sich ein wenig in die Gesellschaft einzuleben. Bessere Gelegenheit dazu bot allen Gesellschaftsgenossen das Jahresfest, welches den 9. Dezember 1892 im gewöhnlichen Sitzungslokale im Storchen gefeiert wurde. Da die musikalischen Leistungen der Gesellschaft an der Sitzung in Thun ausserordentlich minim waren, sorgte das Unterhaltungskomite theilweise durch Beiziehung fremder Kräfte für sehr hohe musikalische Genüsse. Manch gutes und heiteres Wort wurde gesprochen und ganz besonders trugen zur Erheiterung bei

die Schattenbild-Demonstrationen der Herren Prof. Dr. Tschirch und Dr. Bannwarth, welche durch geistvolle humoristische Deklamation vortrefflich gewürzt wurden.

Den 9. Juli 1892 betheiligten sich der Vorstand und einige Mitglieder an dem feierlichen Akte der Geschenkübergabe und Begrüssung des Hrn. Prof. Dr. Flückiger in seiner Villa an der Schwarzthorstrasse. Die Gesellschaft schätzt sich glücklich, Hrn. Prof. Dr. Flückiger wieder unter die aktiven Mitglieder zählen zu dürfen.

Zur Feier des 50jährigen Doktorjubiläums des Hrn. Prof. Dubois-Reymond, die am 12. Februar im Kaiserhotel in Berlin stattfand, sandte die Gesellschaft ein Glückwunschtelegramm, welches der Jubilar in freundlicher Weise verdankte.

Für das neue Vereinsjahr 93/94 wurde zum Präsidenten der bisherige Vizepräsident, Herr Prof. Dr. Tschirch, gewählt und zum Vizepräsidenten: Herr Dr. Ed. Fischer.

Unterzeichneter schliesst den Bericht, indem er noch die Hoffnung ausspricht, es möge doch für die Naturforschende Gesellschaft die Zeit einmal wiederkehren, da alle Gebiete der Naturforschung in den Vorträgen etwas gleichmässiger vertreten sein werden.

BERN, 1. Mai 1893.

Der abtretende Präsident:

A. Bentoli.

Sitzungsberichte.

856. Sitzung vom 14. Januar 1893.

Abends 7½ Uhr im Gasthof zum Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 33 Mitglieder.

1. Herr E. v. Fellenberg: 2 Meteoriten aus dem naturhist. Museum.
2. Herr L. Fischer weist papierähnliche, getrocknete Fladen vor, die aus abgestorbenen Oedogonien und Diatomeen bestehen.
3. Herr Th. Studer: Modelle fossiler Thiere.
4. Herr Steck: Ueber die Familie der Goldwespen.

857. Sitzung vom 4. Februar 1893.

Abends 7½ Uhr im Gasthof zum Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 27 Mitglieder und 1 Gast.

1. Herr Gruner: **Ueber Licht- und Wärmestrahlung fester Körper.**

Es wird die allmählige Entwicklung der Strahlung fester Körper untersucht, zunächst der sichtbaren Strahlung, wie sie sich dem Auge darstellt und wie sie seit den Versuchen Prof. Weber's endgültig festgestellt ist. Aus diesen subjektiven Erscheinungen kann aber nicht auf die objektive Vertheilung der Strahlungsintensitäten im Spectrum geschlossen werdeu. Dieselbe, sowie deren Aenderungen mit wachsender Temperatur des strahlenden Körpers, wird an Hand von Langley's bolometrischen Messungen dargethan. Es geht daraus hervor, dass wohl bei allen Temperaturen Strahlen von allen Wellenlängen emittirt werden, dass mit wachsender Temperatur alle Strahlen an Intensität zunehmen, während das Maximum der Strahlung zu immer kleinern Wellenlängen übergeht. — Als mathematischer Ausdruck des Zusammenhanges zwischen Strahlungsintensität, Wellenlängen und Temperatur wird die Weber'sche Strahlungsformel angeführt, die sich im Grossen und Ganzen befriedigend den Beobachtungen anschliesst. Zum Schluss wird auf die praktische Bedeutung des Strahlungsgesetzes für die elektrische Beleuchtung hingewiesen.

2. Herr Tschirch: **Ueber Guttapercha- und Kautschukgewinnung in Indien.**

Herr Tschirch bespricht unter Vorlage zahlreicher Photographien die *Guttapercha* und *Kautschuk* liefernden Pflanzen Asiens und schildert die *Gewinnung des Produktes.* Zur Zeit wird bei der Guttaperchagewinnung durch die Eingeborenen Sumatra's und Borneo's derartig Raubbau getrieben, dass man nur etwa 1% des im Baume enthaltenen „Getah" gewinnt. Der Vortragende sieht auf Grund anatomischer und chemischer Untersuchungen, sowie an Ort und Stelle gemachter Erfahrungen die Sicherung dauernder und regelmässiger Zufuhren an Guttapercha in folgenden Punkten:

1) Anlage von Guttaperchaplantagen.
2) Statt des Fällens des Baumes Anschneiden der stehen bleibenden Bäume.
3) Eventuell Anbohren bis ans Mark, wo zahlreiche Milchschläuche liegen.
4) Ausserdem Extraktion der Blätter und jungen Zweige *an Ort und Stelle* mittelst Schwefelkohlenstoff oder Toluol, da der Export der Blätter nach Europa zu theuer und zu unsicher ist.

858. Sitzung vom 11. Februar 1893.

Abends 7½ Uhr im Gasthof zum Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 21 Mitglieder und 1 Gast.

1. Herr Flückiger: **Bemerkungen über Manna.**

Prof. *Flückiger* gibt, von der *Manna* des alten Testaments (Exodus 16, Num. 11, Josua 5) ausgehend, eine Uebersicht der mit diesem Namen bezeichneten Produkte der Pflanzenwelt. Aus den kurzen Andeutungen der Bibel ist nicht mit Sicherheit zu erkennen, was die Manna der Israeliten war. Möglicherweise haben zu der betreffenden Erzählung die kleine Flechte *Lecanora esculenta* und eine an *Tamarix mannifera* durch Insektenstich hervorgerufene süsse Ausscheidung Veranlassung gegeben. Lecanora esculenta ist von der nordafrikanischen Wüste durch Arabien bis in die Steppen und Wüsten Centralasiens sehr verbreitet, haftet nur leicht am Boden und kann durch heftigen Wind abgerissen und weiter getragen werden. Die Flechte, obwohl überreich an Calciumsalzen, kann doch zur Noth genossen werden; sie schmeckt nicht süss, sondern schwach bitterlich. Von recht angenehm süssem Geschmacke ist dagegen die Manna der Tamarix, von welcher kleine Proben durch die Leute des berühmten, seit dem Jahre 527 bestehenden St. Katharinaklosters am Sinaï gesammelt und den Reisenden verkauft werden.

Kommt auch wohl die Bezeichnung Manna zuerst im alten Testament vor, so sind doch z. B. in Mesopotamien und Persien süsse Aussonderungen einer ganzen Reihe von Pflanzen sicherlich ebenfalls in recht früher Zeit genossen worden. Solche Pflanzen sind namentlich die folgenden: *Alhagi Maurorum* De C., Familie der Papilionaceen, deren Manna als Terengebin (Feuchthonig) bekannt ist und vermuthlich die im Mittelalter in Europa gebrauchte Körner-Manna, Manna granata oder Manna mastichina, war. Der gleichen Pflanzenfamilie gehören an *Astragalus adscendens* und *A. florulentus*, welche die Ges-engebin genannte Manna liefern. Shirkischt heisst die Aussonderung mehrerer Arten *Pirus*, darunter auch der Apfelbaum, aber auch die Manna der *Atraphaxis spinosa*, Familie der Polygonaceen, so gut wie die der *Cotoneaster nummularia*, welche den Pirus-Arten nahe steht. Auch persische *Weiden*- und *Salsola*-Arten erzeugen Manna. Als küdret halwa, Himmelssüssigkeit, geniesst man die Manna von *Quercus persica* und *Q. Vallonea*. Im Himalaya wie in Californien wird Manna von *Fichten* gesammelt und ebenso im Dauphiné, unweit Grenoble, von der Lärche, Larix europaea. Die letztere, *Manna von Briançon*, heute eine Seltenheit, war im XVI. Jahrhundert bisweilen reichlich und billig zu haben. Vergeblich hat der Vortragende sich im Wallis und in Graubünden danach erkundigt.

Von der Sinaï-Manna abgesehen, sind die erwähnten Mannasorten einfach Aussonderungen von Pflanzen, deren Entstehung und biologische Bedeutung nicht erkannt ist. In andern Fällen sind Insekten an der Bildung solcher Süssigkeiten betheiligt. Auf ostpersischen Disteln bauen sich Rüsselkäfer (Larinus) Puppen-Cocons, welche an *Trehalose* sehr reich sind. Diese Zuckerart findet sich auch in manchen Pilzen. Cicada moerens bedingt auf *Eucalyptus viminalis* und andern Arten Australiens die Bildung einer Manna, worin ebenfalls ein besonderer Zucker nachgewiesen wurde, den man seither auch aus Runkelrüben, Baumwollsamen u. s. w. erhalten hat. Noch merkwürdiger ist die australische *Lerp-Manna*, welche einer Psylla (Livia longipennis?) die Entstehung verdankt; der Zucker ist hier von einem sehr eigenartigen Kohlehydrat begleitet.

Die oben genannte Manna granata, welche vermuthlich durch die arabische Medicin in Europa verbreitet worden ist, gab vielleicht den Anstoss zur Aufsuchung ähnlicher Aussonderungen in Unteritalien. Um das Jahr 1450 wurde man in Calabrien auf Manna aufmerksam, welche sich auf Blättern und an Stämmen der *Fraxinus Ornus*, Mannaesche oder Blumenesche, zeigte.

Dieser kleine, vom Orient bis an die Südgrenze der Schweiz verbreitete Baum gedeiht auch, auf die gemeine Esche gepfropft, diesseits der Alpen, doch ohne Manna zu erzeugen. Im Gegensatze zu der gemeinen Esche, sind die Blüthen der Fraxinus Ornus mit Blumenblättern ausgestattet, so dass ihre gelblichweisen Rispen zur Blüthezeit recht hübsch aussehen. Um die Mitte des XVI. Jahrhunderts wurde in Calabrien viel Manna durch Einschnitte in den Stamm von Fraxinus Ornus gewonnen. Man stellte sie als „Manna forzata" der vom Himmel gefallenen Manna gegenüber, welche ohne Zuthun der Bauern erschien. Vergeblich bekämpfte der neapolitanische Hofarzt *Spinelli* 1562 die Manna forzata.

Erst 1697 wird genauer berichtet, dass Sicilien Manna liefere. Die Insel stand von 827 bis 1040 unter der Herrschaft der Araber, welche vielleicht auch die Cultur der (allerdings auf Sicilien auch einheimischen) Mannaesche einführten. Schon im IX. Jahrhundert scheinen die Venezianer in Sicilien Manna geholt zu haben. Ein Berg unweit Cefalù heisst Gibil Manna, Mannaberg, was auf arabischen Einfluss hinweist. Doch lässt sich ein bezüglicher Beweis nicht beibringen.

Auf Grund eigener Anschauung schildert der Vortragende den Bestand und Betrieb der Mannapflanzungen in der Nähe von Palermo und weist getrocknete Zweige der Fraxinus Ornus mit Blüthen und Früchten vor, sowie ein mit einer prächtigen Mannakruste bekleidetes, zehnjähriges Stammstück, das auch die Einschnitte darbietet, welche von Seite zu Seite abwechselnd Jahr für Jahr in die Rinde gezogen werden.

Nur wenige, von dem Vortragenden genauer bezeichnete Orte, besonders über der Stadt Cefalù, östlich von Palermo, auch einige westlich von der Hauptstadt gelegene, befassen sich mit der Manna, deren Verbrauch in der Medicin nicht eigentlich zunimmt. Calabrien führt keine Manna mehr aus.

Hauptbestandtheil der Eschen-Manna ist der Mannazucker oder *Mannit*, $C^6 H^8 (OH)^6$, eine auch sonst im Pflanzenreiche weit verbreitete Verbindung, welche ohne Schwierigkeit durch verschiedene chemische Reaktionen dar-

gestellt werden kann, auch oft bei Gährungen auftritt. Nirgends aber kommt Mannit so reichlich vor, wie in der zuletzt besprochenen Manna. Es ist bemerkenswerth, dass keine einzige der anderen, vom Vortragenden geschilderten Aussonderungen Mannit enthält. Um so auffallender, dass zu Ende des vorigen Jahres durch den Vorsteher des technologischen Museums in Sydney, *J. H. Maiden*, gegen 90 Procent Mannit in der Aussonderung des *Myoporum platycarpum* Rob. Brown getroffen worden sind. Dieser kleine Baum wächst in der Victoriawüste im Innern West-Australiens; die Bildung seiner (schon länger bekannten) Manna soll durch Insekten hervorgerufen werden.

(Einzelheiten über die besprochenen Produkte in des Vortragenden Pharmakognosie, 3. Auflage, Berlin 1891, Seite 24—34 und in dessen Notiz in Nr. 7 der Apotheker-Zeitung, Berlin, 25. Januar 1893.)

2. Herr Beer: Ueber das Sehen der Vögel mit Berücksichtigung der Accommodation.

859. Sitzung vom 25. Februar 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 24 Mitglieder und 3 Gäste.

1. Herr Brückner: Ueber die Schwerkraft im Gebirge.
2. Herr E. Jordi: Warum erstickt man in geschlossenen Räumen.

860. Sitzung vom 11. März 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

(Demonstrationsabend.)

Vorsitzender: Herr Rector Benteli. Anwesend 23 Mitglieder.

1. Herr Sidler: Trapa natans vom Lago Maggiore und aus Schlesien.
2. Herr Thiessing: Eigenthüml. Artefakte aus den Pfahlbauten.
3. Herr Th. Steck: Ueber Blattwespen.
4. Herr E. von Büren: Ueber die Familie der Parnassier.
5. Herr E. v. Fellenberg: { Acquisitionen der mineralogischen Sammlung des naturhist. Museums. Beiträge z. geol. Karte d. Schweiz. 21. Lief.
6. Herr Ed. Fischer: Ueber eine Cingularia.
7. Herr Bannwarth: Verwendung einiger Metalle zur Herstellung anatomischer Präparate.
8. Herr Graf: Vorweisung eines Instrumentes, das als Sonnenuhr diente und die Taschenuhren ersetzte.
9. Herr Tschirch: Vorweisung einiger Tafeln des pflanzenphysiolog. Atlasses von Frank und Tschirch.

861. Sitzung vom 29. April 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 22 Mitglieder.

1. Wahlen: Zum Präsidenten für das Vereinsjahr 1893/94 wird gewählt Herr Prof. Dr. Tschirch.

Zum Vicepräsidenten Herr Dr. Ed. Fischer.

2. Herr A. Kaufmann: **Marine Kruster in Schweizerseen.**

Im Anschluss an die Untersuchungen über die Ostracoden der Umgebung Berns (vide: Mittheilungen 1892) stellte ich mir die Aufgabe, die Verbreitung der durch Forel im Genfersee aufgefundenen und durch Vernet als Acanthopus elongatus und Ac. resistans bezeichneten Cytheriden in den Schweizerseen festzustellen. — Vorerst wurde durch genaue Untersuchungen an Objekten aus dem Genfersee konstatirt, dass die genannten Species identisch sind mit früher bekannt gewordenen Arten aus andern Ländern, so Ac. resistans mit Cytheridea lacustris, Sars aus dem Mälarsee und Ac. elongatus mit Limnicythere relicta Liljeborg aus der Nähe von Upsala. —

Die Excursionen ergaben für Limnic. relicta folgende Verbreitung in Tiefen von 10—60 m: Genfer-, Thuner-, Brienzer-, Neuenburger-, Murtner-, Bieler-, Hallwyler-, Sempacher-, Vierwaldstätter-, Zuger-, Lowerzer-, Aegeri-, Zürcher-, Walen- und Bodensee; für Cytheridea lacustris alle diese Seen und ferner noch Luganer- und Langensee.

Aus dem Genfer-, Brienzer- und Thunersee ist mir sodann eine gänzlich unbekannte Art in's Netz gegangen, der ich den Namen Leucocythere mirabilis nov. gen. beilegte und die im „Zoologischen Anzeiger" Nr. 404 in Kürze beschrieben wurde.

Die Frage nach der Herkunft dieser Thiere ist bis anher ungelöst geblieben. Thatsache ist, dass die genannten Formen im Meere nicht vorkommen.

So auffällig das Auftreten mariner Thierformen — damit bezeichnen wir solche, deren nächste Verwandte ausschliesslich im Meere oder nur ausnahmsweise im süssen Wasser gefunden wurden — im Seebecken ist, so ist es nichtsdestoweniger eine häufig wiederkehrende Erscheinung, und wir finden aus fast allen Klassen marine Vertreter im süssen Wasser. Zur Erklärung aller dieser Fälle nahmen eine geraume Zeit lang Geologen und Zoologen die von Lovén aufgestellte Relictentheorie zu Hülfe, die in der Annahme gipfelte, dass die Seebecken mit marinen Thierformen Ueberreste früherer Meeresbedeckung darstellten.

Diese Verallgemeinerung aber erwies sich, besonders nach den einlässlichen Studien Kredner's als unzulässig, und wir sind genöthigt, nach andern Erklärungen zu suchen.

Die Resultate geologisch-palaeontologischer Forschung, sowie entwicklungsgeschichtliche Untersuchungen sprechen für eine Bevölkerung der Kontinente vom Meere aus durch Wanderungen aktiver oder passiver Natur, wie sie heute noch an verschiedenen Thiergruppen nachweisbar sind. Während die Bevölkerung der entlegensten Wasserbehälter durch direkte Uebertragung vermittelst Wasservögel, Schwimmkäfer etc. sich wohl ausnahmslos erklärt, tritt bei der Uebertragung aus dem Meere die Konstitution des Mediums hemmend in den Weg. Auf experimentellem Wege ist durch Beudant, Quatrefages, Räuber u. a. nachgewiesen worden, dass eine plötzliche Uebertragung auf die meisten Thiere tödtlich wirkt, während andere Versuche (Beudant, Schmankewitsch) den schadlosen Verlauf einer allmähligen Aussüssung darthun.

Dadurch ist eine direkte Uebertragung der Ostracoden durch Vögel durchaus ausgeschlossen, eine solche durch Wanderfische, in deren Magen

sich die Eier vielleicht erhalten hätten, höchst unwahrscheinlich, wesshalb wir wieder zur Relictentheorie in modifizirter Form unsere Zuflucht nehmen.

Die Bevölkerung unserer Schweizerseen muss, aus naheliegenden Gründen, in der Postglacialzeit stattgefunden haben. In dieser Zeit können die kleinen Crustaceen, einer allmähligen Aussüssung widerstehend, langsam eingewandert sein. Es mag dies wiederum vor der Bildung des Rheinfalls und der Perte du Rhône geschehen sein, ist aber nur dann möglich, wenn diese Seengebiete in offenem Zusammenhange mit dem Meere gestanden haben. Bei Ausschluss der Annahme einer postglacialen Meeresbedeckung dürften daher breite, langsam fliessende Ströme, anastomosirende Flusssysteme, bei einer ganz anderen Vertheilung von Wasser und Land als zur Jetztzeit, die Gletscherwasser dem Meere zugeführt haben.

Diese Theorie, die uns auch die eigenthümliche geographische Verbreitung gewisser mariner Thierformen im süssen Wasser verständlich zu machen geeignet wäre, bedarf zu weiterer Existenz einer Bestätigung durch geologische Forschungen.

3. Herr Apotheker B. Studer, jun.: **Das Genus Amanita.**

An der Hand zahlreicher Aquarellbilder demonstrirt der Vortragende die wichtigsten Species und Varietäten dieser höchst entwickelten Art der Hymenomyceten. Bei *Amanita muscaria* erfahren wir, dass Kobert in Dorpat in diesem Pilz neben dem Muscarin noch ein zweites Alcaloid Pilzatropin, entdeckt, welches gegenüber dem Muscarin sich als ein natürliches Gegengift erweise, und aus dessen Vorkommen in grösserer oder geringerer Menge sich die grossen Schwankungen in der Giftigkeit des Fliegenschwammes erklären lassen.

Bei *Amanita phalloides* wird mitgetheilt, dass es Kobert endlich gelungen sei, durch Behandlung des getrockneten Pilzes mit kalter Kochsalzlösung das giftige Prinzip dieses Pilzes zu isoliren und zwar in Form eines Toxalbumins, dem er den Namen Phallin gibt.

Bei *Amanita Mappa* macht der Vortragende darauf aufmerksam, dass es ihm gelungen ist, einen durchgreifenden Unterschied zwischen diesem Pilz und der grünen Form von Amanita phalloides aufzufinden, welcher darin besteht, dass bei A. Mappa die Epidermis des Hutes leicht abgelöst werden kann, während bei allen Varietäten von A. phalloides dies unmöglich ist.

4. Herr Thiessing: Fossiles Holz im Glaciallehm der Umgebung von Thun.

862. Sitzung vom 13. Mai 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 25 Mitglieder und 4 Gäste.

1. Herr Drechsel: Beziehungen des Eiweisses zum Harnstoff.
2. Herr Tschirch: Ueber die Harzbildung in den Scheidewänden der Frucht von Capsicum annuum L. und das Capsaicin.

863. Sitzung vom 10. Juni 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 15 Mitglieder.

1. Herr E. Kissling: Nachweis der obern Süsswassermolasse im Seeland. (Siehe die Abhandlungen.)
2. Herr H. Frey: Ueber das Gypslager Ossasco.
3. Herr Jenner: Abnorm entwickelte Rosenblüthen.
4. Herr Tschirch: Blutlaus auf Cornus.

864. Sitzung vom 2. Juli 1893

in Langenthal.

Vorsitzender: Herr Tschirch.

1. Herr Th. Studer: Zugstrassen der Vögel in der Schweiz.
2. Herr Ed. Fischer: Pilzgärten einiger südamerikanischer Ameisen.
3. Herr Tschirch: **Stickstoffernährung der Pflanzen und ihre Bedeutung für die Landwirthschaft.**

Herr *Tschirch* sprach über die Stickstoffernährung der Pflanzen, anknüpfend an die Untersuchungen von Frank und Hellriegel. Er betonte, dass zwar allen grünen Pflanzen, wenn dieselben ihre Assimilationsorgane normal entwickelt haben, die Fähigkeit, den Stickstoff der Luft zu assimiliren zukomme, dass jedoch erhebliche Differenzen in der Ergiebigkeit dieser Stickstoffassimilation bestehen. Die Leguminosen sind als die am stärksten Stickstoff erwerbenden zu betrachten. Der Nachweis, dass das die *Knöllchen* der Leguminosen bewohnende Rizobium, dessen Entwicklungsgeschichte der Vortragende an der Hand seiner und Frank's pflanzenphysiologischen Wandtafeln schilderte, die Stickstoffassimiliation besorge, ist als noch nicht geführt zu betrachten.

4. Besuch der erratischen Blöcke auf dem Steinhof.

865. Sitzung vom 28. Oktober 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 23 Mitglieder und 3 Gäste.

1. Herr Ed. Fischer: **Ueber die Sklerotienkrankheit der Alpenrosen** (Sclerotinia Rhododendri Ed. Fischer).

Im Jahre 1891 hatte Vortragender auf dem Sigriswylergrate Alpenrosen aufgefunden, deren Früchte von Sklerotien befallen waren. Ihrem ganzen Auftreten nach konnte es schon damals kaum einem Zweifel unterliegen, dass letztere einer Sclerotinia angehören. (S. Mitth. der Naturf. Gesellsch. in Bern aus dem Jahre 1891 Seite XVI.) Diese Annahme fand nun ihre Bestätigung durch die im letzten Sommer angestellten Kulturversuche: es gelang dem Vortragenden, aus den Sklerotien Becherfrüchte zu erziehen und die Ascosporen in Nährlösung zu kultiviren. Im Wesentlichen zeigte dabei der Pilz Uebereinstimmung mit den von Woronin so gründlich studirten Sclerotinien der Vaccinieenbeeren, nur bildete er nicht die kleinen, keimungsunfähigen Conidien, welche bei jenen so häufig auftreten. In Betreff des Verhaltens der Sclerotinia Rhododendri in der Natur sind da-

gegen noch einige Punkte unklar geblieben. Für das Nähere sei hingewiesen auf die Arbeit des Vortragenden in den Berichten der schweiz. botanischen Gesellschaft Heft IV, Seite 1—18.

2. Herr A. Rossel: Neuere Versuche zur Feststellung der Rolle, welche Stickstoff, Kali und Phosphorsäure in der Pflanzenernährung spielen.

866. Sitzung vom 11. November 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 24 Mitglieder.

1. Herr Kronecker: Untersuchungen Meltzer's betreffend den Einfluss der Erschütterung auf Mikroorganismen.
2. Herr R. Huber: Abhängigkeit der Regenmenge von der Orographie des Landes.

867. Sitzung vom 25. November 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 21 Mitglieder und 2 Gäste.

1. Herr L. Fischer: Norwegische Meeresalgen.
2. Herr Flückiger: Reaktion auf Jod in den Laminarien.
3. Herr O. Rubeli: Ueber das Gehgelenk einiger Hausthiere.

868. Sitzung vom 2. Dezember 1893.

Abends 7½ Uhr im Hörsaal des pharmaceut. Instituts.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 37 Mitglieder und 10 Gäste.

1. Herr Ed. Fischer: Podaxon aus dem südwestl. Afrika.
   Doppelpyramiden von Quarz aus Adelboden.
2. Herr Tschirch: Vorweisung von Photographien, die den Einfluss chem. Stoffe auf die Entwicklung der Pflanzen in ausgezeichneter Weise erläutern.

   Vorweisung einer Anzahl von Tafeln des pflanzenphysiologischen Atlasses von Frank und Tschirch.

   Projektionen von Pflanzentypen aus den Tropen mittelst des Scioptikons.

   Demonstration der Sammlungen und Einrichtungen des neuen pharmazeut. Institutes.

Verzeichniss der Mitglieder

der

Bernischen naturforschenden Gesellschaft.

(Am 31. Dezember 1893.)

Die mit * bezeichneten Mitglieder wurden im Jahre 1893 neu aufgenommen.

Vorstand.

Prof. Dr. *A. Tschirch,* Präsident vom 1. Mai 1893 bis 30. April 1894.
Prof. Dr. *Ed. Fischer,* Vicepräsident.
B. Studer, jun., Apotheker, Kassier seit 1875.
Dr. *E. Kissling,* Secretär seit 1892.
Prof. Dr. *J. H. Graf,* Redaktor der Mittheilungen seit 1883 und Oberbibliothekar seit 1889.
Dr. *E. Kissling,* Unterbibliothekar seit 1888.
Dr. Th. Steck, Geschäftsführer des Lesezirkels.

Mitglieder.

1. *Anderegg,* Ernst, Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern . 1891
2. *Andreæ,* Philipp, Apotheker, Bern 1883
3. *Badertscher,* Dr. A., Sekundarlehrer, Bern 1888
4. *Balmer,* Dr. Hans, Privatdocent, Bern 1886
5. *Baltzer,* Dr. A., Professor der Mineralogie und Geologie, Bern 1884
6. *Bannwarth,* Dr. Emil, Privatdocent und Prosector an der Anatomie Bern 1891
7. *Baumberger,* Ernst, Sekundarlehrer in Twann . . . 1890
8. *Beck,* Dr. Gottl., Vice-Direktor des Freien Gymnasiums, Bern 1876
9. *v. Benoit,* Dr. jur. G., Bern 1872
10. *Benteli,* A., Rector und Docent, Bern 1869
11. *Benteli,* A., V. D. M., Bern 1891
12. *Berdez,* H., Professor an der Thierarzneischule, Bern . . 1879
13. *Berlinerblau,* Dr. J., Fabrikdirect. in Sosnowice (Russ.-Polen) 1887
14. *Bindy,* Jos., Curé à Vermes, Jura bernois 1890
15. *v. Bonstetten,* Dr. phil. August, Bern 1859
16. *Bourgeois,* Dr. med. E., Arzt, Bern 1872
17. *Brückner,* Dr. Ed., Prof. der Geographie, Bern . . . 1888
18. *Brunner,* C., Dr. phil., Trautsohngasse 6, Wien . . . 1846
19. *Büchi,* Fr., Optiker, Bern 1874
20. *v. Büren,* Eug., allié von Salis, Sachwalter, Bern . . 1877
21. **Bützberger,* F., Dr. phil., Lehrer am Technikum Burgdorf. 1893
22. *Cherbuliez,* Dr. Director, Mülhausen 1861

23.	*Christeller,* Dr. med., Bordighera	1870
24.	*Coaz,* eidgenössischer Oberforstinspektor, Bern	1875
25.	*Conrad,* Dr. Fr., Arzt in Bern	1872
26.	*Cramer,* Gottl., Arzt in Biel	1854
27.	*Dick,* Dr. Rud., Arzt in Bern	1876
28.	*Dmitrenko,* Frl. E., stud. phil., Bern	1887
29.	*Drechsel,* Prof. Dr., Bern	1892
30.	*Droz,* Arnold, Kantonsschullehrer in Pruntrut	1890
31.	*Dubois,* Dr. med., Arzt, Privatdocent, Bern	1884
32.	*Dumont,* Dr. med. F., Arzt, Privatdocent, Bern	1890
33.	*Dutoit,* Dr. med., Arzt in Bern	1867
34.	*Eggenberger,* J., Dr. phil., Könitzstrasse 32	1892
35.	**Epstein,* Dr. phil., Bern	1893
36.	*Engelmann,* Dr., Apotheker in Basel	1874
37.	v. *Fellenberg,* Dr. phil. E., Bergingenieur, Bern	1861
38.	*Fischer,* Dr. phil. Ed., Professor der Botanik, Bern	1885
39.	*Fischer,* Dr. L., Professor der Botanik, Bern	1852
40.	*Flückiger,* Prof. Dr., Bern	1853
41.	*Frey,* Dr. H., Gymnasiallehrer und Privatdocent, Bern	1889
42.	*Frey,* Dr. Rob., Arzt in Rubigen	1876
43.	v. *Freudenreich,* Dr. E., Bern	1885
44.	*Fuchs,* U., Pfarrer in Unterseen	1891
45.	*Geering,* Dr. T., Chef der eidg. Handelsstatistik, Bern	1889
46.	**Gerber,* Paul, Dr. phil., Apotheker, Bern	1893
47.	*de Giacomi,* J., Dr. med. Arzt und Privatdocent, Bern	1889
48.	*Girard,* Prof. Dr. med., Arzt in Bern	1876
49.	*Glur,* J. G., Dr. phil., Bern	1890
50.	*Gosset,* Philipp, Ingenieur, Wabern bei Bern	1865
51.	*Graf,* Dr. J. H., Professor der Mathematik, Bern	1874
52.	*Gressly,* Alb., Oberst, Maschinen-Ingenieur, Bern	1872
53.	*Grimm,* J., Präparator, Bern	1876
54.	*Gruner,* Dr. Paul, Gymnasiallehrer, Bern	1892
55.	*Guillaume,* Dr. L., Direkt. des eidgen. statist. Bureaus, Bern	1892
56.	*Guillebeau,* Professor Dr., Bern	1878
57.	*Haaf,* C., Droguist, Bern	1857
58.	*Haas,* Dr. med, Sigismund, Arzt in Muri b. Bern	1890
59.	*Hafner,* René, Apotheker in Biel	1891
60.	*Hasler,* Dr. phil. G., Dir. d. Telegraphen-Werkstätte, Bern	1861
61.	*Held,* Leon, Ingenieur, Bern	1879
62.	*Hess,* E., Professor an der Thierarzneischule, Bern	1883
63.	*Holzer,* Ferd., Lehrer in Oberwyl bei Büren	1890
64.	*Huber,* Dr. G., Professor der Mathematik, Bern	1888
65.	*Huber,* Rud., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern	1891
66.	*Jenner,* E. Entomolog, Stadtbibl., Bern	1870
67.	*Jonquière,* Dr., Professor der Medicin, Bern	1853
68.	*Jonquière,* Dr. med. Georg, Arzt in Bern	1884
69.	*Jonquière,* Dr. phil. Alf., Statistiker, Bern	1884
70.	*Käch,* P., Sekundarlehrer in Bern	1880
71.	*Kaufmann,* Dr., Sekretär des schweizerischen Industriedepartements, Bern	1881
72.	*Kaufmann,* Alfr., Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern	1886
73.	*Kesselring,* H., Lehrer an der Sekundarschule in Bern	1870

74. *Kissling,* Dr. E., Sekundarlehrer und Privatdocent, Bern . 1888
75. *Kobi,* Dr., Rector der Kantonsschule Pruntrut . . . 1878
76. *Kocher,* Dr., Professor der Chirurgie, Bern . . . 1872
77. *Koller,* G., Ingenieur, Bern 1872
78. *König,* Dr. Emil, Arzt in Bern 1872
79. **König,* Emil, Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1893
80. *Körber,* H., Buchhändler in Bern 1872
81. *Kraft,* Alex., Besitzer des Bernerhofs, Bern . . . 1872
82. *Krebs,* A., Seminarlehrer in Bern 1888
83. *Kronecker,* Dr. H., Professor der Physiologie, Bern . . 1884
84. *Kummer,* Dr. med. J., Arzt in Aarwangen . . . 1890
85. *Langhans,* Fr., Lehrer am städt. Progymnasium, Bern . 1872
86. *Lanz,* Dr. Em., Arzt in Biel 1876
87. *Leist,* Dr. K., Lehrer an der Sekundarschule, Bern . . 1888
88. **Lesser,* Ed., Dr., Prof. der Dermatologie, Bern . . 1893
89. *Lindt,* Dr. med. Wilh., Arzt in Bern 1854
90. *Lindt,* Dr. med., W. jun., Arzt und Docent, Bern . . 1888
91. *Lütschg,* J., Waisenvater, Bern 1872
92. *Marckwald,* Dr. Max, Bonn a. Rh. 1889
93. *Markusen,* Professor Dr. Johann, Bern 1889
94. *Marti,* Christian, Sekundarlehrer in Nidau . . . 1889
95. *Marti,* Lehrer a. d. n. Mädchenschule, Bern . . . 1892
96. *Moser,* Dr. phil. Ch., Privatdocent, Bern 1884
97. *Moser,* Friedrich, Schreinermeister, Bern 1877
98. *Müller,* Emil, Apotheker in Bern 1882
99. *Müller,* Professor, Dr. P. in Bern 1888
100. **Müller,* Max, Dr. med., Bern 1893
101. *Münger,* F., Dr. phil., Sekundarlehrer, Steffisburg . . 1892
102. *v. Mutach,* Alfr., von Riedburg, Bern 1865
103. *Mützenberg,* Dr. med. Ernst, Spiez 1885
104. *Nanni,* Dr. Wilh., Arzt in Mühleberg 1890
105. *Nicolet,* L., Pharmacien, St. Imier 1892
106. *Niehans-Bovet,* Dr. med., Arzt in Bern 1870
107. *Pfister,* J. H., Mechaniker in Bern 1871
108. *Pflüger,* Dr. Professor, Bern 1889
109. *Prêtre,* Henri, Sekundarlehrer in Moutier 1890
110. *Pulver,* E., Apotheker in Interlaken 1890
111. *Pulver,* Fried., Apotheker in Bern 1876
112. *Pulver,* G., Sekundarlehrer in Wiedlisbach . . . 1891
113. *Ris,* Lehrer der Physik am städt. Gymnasium . . . 1869
114. *Rollier,* L., in Zürich-Fluntern 1890
115. **Rossel,* A. Dr., Professor der Chemie, Bern . . . 1893
116. *Rothen,* Dr. phil., internationaler Telegraphendirektor, Bern 1872
117. *Rothenbach,* Alfr. Gasdirector in Bern 1872
118. *Rubeli,* Dr. O., Professor an der Thierarzneischule, Bern . 1892
119. *Rüefli,* Secundarlehrer in Bern 1890
120. *Sahli,* Professor Dr. H., in Bern 1875
121. *Santi,* Dr. med. Aug., Arzt in Bern 1890
122. *Schällibaum,* Dr. H., Arzt in Wattenwyl 1889
123. *Schärer,* Dr. med. Ernst, Bern 1885
124. *Schärtlin,* Dr., Chef im eidgen. Versicherungsamt in Bern 1888
125. *Schaffer,* Dr., Kantonschemiker und Docent, Bern . . 1878

henk, Dr. Karl, Bundesrath, Bern	1872
hlachter, Dr., Lehrer an der Lerberschule, Bern	1884
hmid, Dr. W., Major im Generalstab, Bern	1891
chmidt, F. W., Dr. phil., Assistent am chem. Laboratorium, Bern	1893
huppli, M., Direktor der N. Mädchenschule, Hilterfingen	1870
hwab, Alfr., Banquier in Bern	1873
hwab, Sam., Dr. med., Bern	1885
hwarz-Wälly, Commandant, Bern	1872
dler, Dr., Professor der Astronomie, Bern	1872
tähli, F., Dr. phil., Gymnasiallehrer in Burgdorf	1893
eck, Th., Dr. phil., Conservator am Naturhist. Museum, Bern	1878
ooss, Dr. med. Max, Arzt in Bern	1883
rasser, Dr. Hans, Professor der Anatomie, Bern	1872
ucki, Fr., Sekundarlehrer in Wangen a. A.	1890
ucki, G., Sekundarlehrer in Bern	1890
uder, Bernhard, sen., Bern	1844
uder, Bernhard, Apotheker, Bern	1871
uder, Dr. Theophil, Professor der Zoologie, Bern	1868
uder, Wilhelm, Apotheker in Bern	1877
nner, G. H., Apotheker in Bern	1882
rel, Professor Dr. E., Bern	1892
hiessing, Dr., Redactor, Bern	1867
Tscharner, Dr. phil. L., Oberstlieutenant, Bern	1874
Tscharner-de Lessert, Oberstlieutenant, Bern	1878
chirch, Dr. A., Professor der Pharmakognosie in Bern	1890
chumi, Dr., Lebensmittelinspector, Bern	1890
lentin, Professor Dr. med. Ad., Arzt in Bern	1872
lz, Wilhelm, Apotheker in Bern	1887
äber-Lindt, A., Bern	1864
ander, Dr. phil., Chemiker, Bern	1865
agner, Karl, cand. phil., Enge-Zürich	1892
anzenried, Sekundarlehrer in Grosshöchstetten	1867
artmann, Apotheker in Biel	1891
Wattenwyl-v. Wattenwyl, Jean, Gemeinderath, Bern	1877
eingart, J., Sekundarlehrer in Bern	1875
üthrich, Dr. phil. E., Direktor der Molkereischule Rütti	1892
yss, Dr. G., Buchdrucker in Bern	1887
yttenbach-v. Fischer, Dr., Arzt in Bern	1872
Zehender, Marq., Ingenieur, Bern	1874
eller, R., Geolog, Bern	1893
gler, Dr. med. A., eidgen. Oberfeldarzt, Bern	1859
mstein, Dr. med. J. J., in Marburg	1885
icky, Lehrer am städt. Gymnasium, Bern	1856

Im Jahre 1893 ausgetreten:

, Förster in Biel	1889
J. H., Kaufmann in Bern	1872
stein, F., Sekundarlehrer, Wimmis	1890
F., gewes. Pfarrer, Bern	1841
Franz, Ingenieur, Bern	1870

Lanz, J., Dr. med., Biel 1
Lommel, Ingenieur, Bern 1
Niehans, Paul, Dr. med., Bern 1
Polikier, Th., Dr. phil., Bern 1
Stämpfli, K., Buchdrucker, Bern 1
v. Steiger, Dr. A., Bern 1
Wyss, C., Sekundarlehrer, Basel 1

Im Jahre 1893 verstorben:

Fankhauser, J., Gymnasiallehrer und Priatdocent, Bern . . 1
Lauterburg, R., Ingenieur, Bern 1
Lindt, R., Apotheker, Bern 1
Neuhaus, Carl, Dr. med., Biel 1
Schnell, Dr. Alb., Lochbach bei Burgdorf 1
Werder, Dan., Sekr. d. eidg. Telegraphen-Direktion, Bern . . 1
v. Werdt, Grossrath, Toffen 1
Wolf, Dr. R., Professor in Zürich 1

Correspondirende Mitglieder:

1. *Biermer*, Dr. Professor in Breslau 1
2. *Custer*, Dr., in Aarau 1
3. *Flesch*, Dr. M., Arzt in Frankfurt 1
4. *Gasser*, Dr. E., Professor der Anatomie in Marburg . . 1
5. *Gelpke*, Otto, Ingenieur in Luzern 1
6. *Graf*, Lehrer, in St. Gallen 1
7. *Grützner*, Dr. A., Prof. in Tübingen 1
8. *Hiepe*, Dr. Wilhelm, in Birmingham 1
9. *Imfeld*, Xaver, Topograph in Hottingen 1
10. *Krebs*, Gymnasiallehrer in Winterthur 1
11. *Landolf*, Dr., in Chili 1
12. *Lang*, Dr. A., Professor in Zürich 1
13. *Leonhard*, Dr., Veterinär in Frankfurt 1
14. *Lichtheim*, Professor in Königsberg 1
15. *Lindt*, Dr. Otto, Apotheker in Aarau 1
16. *Metzdorf*, Dr. Professor der Vet.-Sch. in Proskau, Schlesien 1
17. *Petri*, Dr. Ed., Prof. der Geographie in St. Petersburg . 1
18. *Pütz*, Dr. H., Professor der Vet.-Med., Halle a. S. . . 1
19. *Regelsperger*, Gust, Dr., rue la Boétie 85, Paris . . . 1
20. *Rothenbach*, Lehrer am Lehrerseminar in Küssnacht . . 1
21. *Rütimeyer*, Dr. L., Professor in Basel 1
22. *Schiff*, Dr. M., Professor in Genf 1
23. *Wälchli*, Dr. med. D. J., Buenos Ayres 1
24. *Wild*, Dr., Professor, in St. Petersburg 1

Auszug

aus der

Jahres-Rechnung der bernischen Naturforschenden Gesellschaft

1892

Einnahmen.

Saldo letzter Rechnung	Fr.	812. 45
Jahres-Beiträge	„	1,384. —
Eintrittsgelder	„	55. —
Zinse	„	105. 15
Verkauf von Mittheilungen	„	12. —
	Fr.	2,368. 60

Ausgaben.

Mittheilungen	Fr.	957. 85
Sitzungen	„	119. 10
Bibliothek	„	175. 15
Lesezirkel	„	146. 15
Verschiedenes	„	294. 15
	Fr.	1,692. 40

Bilanz.

Die Einnahmen betragen	Fr.	2,368. 60
Die Ausgaben betragen	„	1,692. 40
Es ergiebt sich demnach ein Activ-Saldo von	Fr.	676. 20

Vermögensetat.

Das Vermögen der naturforschenden Gesellschaft besteht auf 31. Dec. 1892 in

a. einer Obligation der eidgenössischen Bank	Fr.	1,000. —
b. dem Reservefonds auf der Hypothekarkasse	„	528. 55
c. dem Activ-Saldo obiger Rechnung	„	676. 20
	Fr.	2,204. 75

Auf 31. Dec. 1891 betrug das Vermögen	Fr.	2,341. —
Auf 31. Dec. 1892 beträgt dasselbe	„	2,204. 75
Es ergiebt sich also pro 1892 eine Verminderung von	Fr.	136. 25

Reservefonds

ist im Rechnungsjahr unverändert geblieben mit . . Fr. 528. 55

Der Cassier: **B. Studer**, Apoth.

Ed. Fischer.

Einige Bemerkungen über die Calamarieen-Gattung Cingularia.

Mit einer Tafel in Lichtdruck und einem Holzschnitt.

Unter den Calamarieen-Fructificationen, welche bis jetzt aus den rbonischen Ablagerungen bekannt geworden sind, nähern sich die ien mehr den jetztlebenden Equisetineen dadurch, dass ihre orangientragenden Blätter eine schildförmige Spreite besitzen, an ren Unterseite die Sporangien zu mehreren befestigt sind. Es hören dahin diejenigen Formen, welche von *Weiss**) und *Solms***) ter dem Namen *Calamostachys* und *Palæostachya* zusammengefasst rden. Freilich weicht ihre Gliederung insoferne von derjenigen r heutigen Equiseten ab, als die fertilen Blattquirle mit sterilen erniren. Neben diesen Formen giebt es aber andere, deren Fruchtren von denen der jetzt lebenden *Equisetum*arten weit mehr abichen. Zu diesen gehört insbesondere die merkwürdige *Cingularia pica* Weiss, von der im Folgenden die Rede sein soll.

Cingularia typica wurde bisher hauptsächlich im Saargebiete in n sog. Saarbrücker Schichten bei St. Ingbert und in den Umgebungen n Saarbrücken und Neunkirchen aufgefunden. Ihre Kenntniss verken wir besonders den schönen Untersuchungen von *Weiss*,***) nach lchen sich die Gliederung der Fruchtähren dieser Pflanze etwa

*) Weiss, Ch. E. Beiträge zur fossilen Flora III: Steinkohlen-Calamarien Berlin 1884 p. 154 ff. Abhandlungen zur geolog. Spezialkarte von Preussen nd V. Heft 2.

**) H. Graf zu Solms-Laubach. Einleitung in die Palæophytologie. Leipzig 7 p. 334.

***) Weiss, Ch. E. Beiträge zur fossilen Flora. Steinkohlen-Calamarien besonderer Berücksichtigung ihrer Fructificationen. Berlin 1876 p. 88, Taf. —IX. Abhandlungen zur geologischen Spezialkarte von Preussen. Band II. ft 1.

folgendermassen gestaltet: die ziemlich dünne Axe trägt in Abständen von 7—10 Millim. je zwei einander bis zur Berührung genäherte Blattquirle, von denen der obere steril, der untere fertil ist. Ersterer besteht aus lanzettlichen, zuweilen an ihrer Spitze lang ausgezogenen Blättern, welche in ihrem untern Theile zu einer flach trichter- oder tellerförmigen Scheide verwachsen sind. Die freien Enden der Blätter sind durch meist gerundete Buchten von einander getrennt. Die Zahl der einzelnen Blätter dürfte sich auf 20 oder mehr belaufen. Der untere, sporangientragende Quirl oder, wie ihn *Weiss* nennt, die Sporangienscheibe, ist horizontal ausgebreitet und besteht aus 10 oder 12 keilförmigen, an ihrem Ende abgestutzten Blättern, die ebenfalls an ihrem Grunde verwachsen sind; die freien Theile derselben sind ungefähr bis zur Mitte hinein durch einen Einschnitt in zwei Lappen gespalten. Eine vom Grunde dieses Einschnittes radial gegen die Basis hin verlaufende Naht und eine am Grunde der beiden Endlappen quer verlaufende Linie theilen ferner jedes Blatt in vier Felder, auf deren jedem man an der Unterseite die Ansatznarbe eines Sporangiums wahrnimmt. Die Sporangien selber sind abgerundet viereckig und auf ihrer Oberfläche mit sehr feinen Linien skulptirt.

Dieser Beschreibung von *Weiss* hat dann *Stur**) späterhin noch einige Details über Skulptur und Nervenverlauf der sporangientragenden Blätter beigefügt.

Ueber die *vegetativen Theile* von *Cingularia* kann ein abschliessendes Urtheil noch nicht gegeben werden, da bisher nur kleine Stücke von Zweigen mit den Aehren im Zusammenhange gefunden wurden. Die Zweige sind gegliedert und längsgestreift und erinnern am meisten an Asterophylliten und Annularien.**) *Stur* hat sich,***) gestützt auf das vielfach beobachtete, ganz oder fast ganz ausschliessliche Zusammenvorkommen der *Cingularia typica* mit *Annularia radiata* Brgt. sp., für die Zusammengehörigkeit mit letzterer ausgesprochen.

---

*) Stur, D. Die Culmflora der Ostrauer und Waldenburger Schichten. Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Band VIII. Wien 1875—1877. pag. 42 ff.

**) s. Weiss l. c. Band II. Heft 1 Tafel VI. Figur 6, Tafel VII. Figur 1, Tafel IX. Figur 2.

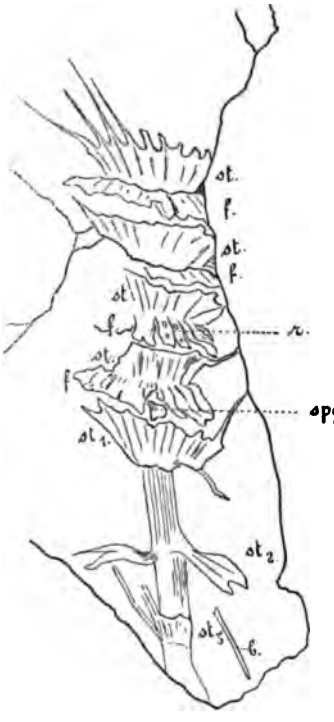
***) Stur, D. Die Carbon-Flora der Schatzlarer Schichten. Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt Band XI. Abtheilung 2. Wien 1887. p. 218 ff.

Die Exemplare, welche obigen Darstellungen von *Weiss, Stur* und *Solms* zu Grunde liegen und welche namentlich *Weiss* in grösserer Anzahl abbildet, sind in der Weise erhalten, dass ihre Quirle auf der Gesteinsfläche ausgebreitet liegen und daher von oben oder unten her flachgedrückt zur Anschauung kommen. Diese Art der Erhaltung erschwerte die Untersuchung bedeutend, indem der fertile und der sterile Quirl dabei oft dicht aufeinandergepresst sind und ineinander verfliessen, sodass es erklärlich ist, wenn früher nur ein einziger Blattkreis angenommen wurde; so ist z. B. nach *Schimper's**) Darstellung nur eine Art von Quirlen vorhanden, die in der Jugend an ihrem Rande lanzettliche Spitzen besitzen, welche dann später abfallen und abgestutzte keilförmige Bracteen zurücklassen. »Um sich von der Existenz zweier getrennter Blattkreise zu überzeugen«, schreibt *Weiss*, »muss man solche Exemplare untersuchen, bei welchen dieselben nicht aufeinandergepresst sind und deshalb ineinander verfliessen, wie es nicht selten vorkommt, sondern wo die zwischen beide eingedrungene Gesteinsmasse sie deutlich geschieden hält. Dies ist gewöhnlich an solchen Exemplaren zu beobachten, welche den einen Kreis vollständiger, den andern nur theilweise sichtbar werden lassen.« Immerhin gestatteten die von *Weiss* untersuchten Stücke nicht einen völlig sicheren Entscheid darüber, ob nicht die innersten, der Axe nächst gelegenen Theile der beiden Quirle untereinander verwachsen seien. Wenn *Weiss* eine solche Verwachsung nicht annimmt, so thut er dies aus dem Grunde, weil »das häufige isolirte Auftreten einzelner Wirtel eine solche Annahme nahezu widerlegen würde.«

Bei einer Excursion in das Saargebiet im Frühjahr 1892 sammelte ich auf den Halden der Grube Wellesweiler bei Neunkirchen verschiedene Exemplare von *Cingularia typica;* dieselben waren aber nicht geeignet, unsere Kenntnisse über diesen eigenthümlichen Pflanzenrest weiter zu fördern, als es *Weiss* gethan, indem auch hier die Quirle von oben und unten her plattgedrückt auf der Gesteinsfläche zur Anschauung kamen. Anders dagegen ein Exemplar, welches ich auf den Halden der Skalley-Schächte bei Dudweiler fand. Dasselbe

*) Schimper, W. Ph. Traité de Paléontologie végétale. Bd. III. 1874. p. 460, siehe auch Weiss l. c. Band II. Heft 1 p. 91, 92. — In Zittel's Handbuch der Palæontologie schliesst sich dann aber Schimper der Weiss'schen Darstellung an.

scheint mir hinreichendes Interesse zu haben, um es im Folgenden kurz zu beschreiben. Tafel 1 stellt eine Ansicht dieses Exemplars in ungefähr natürlicher Grösse dar, und nebenstehende Skizze, welche die gleiche Aehre darstellt, giebt die nöthigen Erläuterungen zu dieser Tafel. Es handelt sich um eine Fruchtähre, bei welcher die Quirle nicht wie sonst von oben und unten her plattgedrückt und aufeinandergepresst sind, sondern von der Seite her gesehen werden, wobei die sterilen Quirle nach oben und die zugehörigen fertilen nach unten gebogen sind, sodass beide deutlich von einander geschieden sind und Einblicke in ihre Insertionsverhältnisse gewähren.



Cingularia typica Weiss, von den Halden der Skalley-Schächte bei Dudweiler, nat. Gr. Dasselbe Exemplar wie Taf. 1 und zur Erläuterung derselben dienend. st, st1, st2, st3 sterile Quirle, f fertile Quirle, r sporangientragender Lappen, an welchem Andeutungen der Sporangien-Ansatz-Stellen (?) sichtbar, spg Sporangium??, b Blattzipfel zum sterilen Quirle st2 gehörig.

Das ganze Exemplar, soweit es erhalten geblieben ist, misst 7 1/2 Cm. Länge, vom Rande des obersten sterilen Blattkreises (ohne die Zipfel) bis unten gemessen; davon entfällt auf die Fruchtähre selbst etwa die Hälfte, das Uebrige gehört dem ausschliesslich mit sterilen Quirlen besetzten Stiele an. Es sind im Ganzen 4 Paare von verbundenen sterilen und fertilen Wirteln vorhanden und unten folgen dann auf diese noch 3 sterile Wirtel. Ob damit die Aehre vollständig ist oder ob sie sich ursprünglich nach oben noch mehr verlängerte und weitere Wirtelpaare trug, das muss dahingestellt bleiben; nach Analogie anderer Fälle ist man eher geneigt, das letztere anzunehmen. —

Von den sterilen Quirlen (st) ist der oberste am vollkommensten erhalten; es sind von demselben 9 Blätter sichtbar, die in ihrem unteren Theile scheidenartig verbunden sind, nach oben aber in sehr lange Zipfel ausgehen, von welchen 4 noch erhalten geblieben sind. Es erreichen diese freien Enden eine Länge von 1 1/2 Cm. oder darüber; sie

sind durch gerundete Buchten von einander getrennt. Auf dem Rücken jedes Blattes lässt sich bis zur Abgangsstelle der freien Zipfel ziemlich deutlich die Spur einer längsverlaufenden Mittelrippe erkennen, wie sie *Weiss* auch für seine Exemplare beschrieben hat. Von den drei nächstunteren sterilen Quirlen ist der Rand resp. die freien Zipfel an den meisten Stellen abgebrochen, im Uebrigen stimmen dieselben mit dem obersten Wirtel wesentlich überein. Der Abstand der 4 besprochenen Quirle beträgt durchschnittlich etwa 1 Cm. Was ihre Form anbetrifft, so erhält man bei Betrachtung des Exemplars den Eindruck, es sei dieselbe eine ziemlich steil trichterförmige; indess ist es — besonders da die Aehre an den Seiten nicht überall gut erhalten ist, — etwas schwer zu beurtheilen, ob sie im lebenden Zustande wirklich ebenso steil war, oder ob die trichterförmige Gestalt nur auf eine Zusammendrückung bei der Fossilisation zurückzuführen ist.

Jedem der vier besprochenen sterilen Wirtel entspricht ein fertiler (f). Während aber die ersteren nach oben gerichtet sind und daher von der Unterseite gesehen werden, sind die fertilen nach unten gerichtet und daher ihre Oberseite sichtbar. Es sind dieselben nicht so vollkommen deutlich wie bei den von *Weiss* und den andern Autoren beschriebenen von oben und unten plattgedrückten Exemplaren, vielmehr sind ihre Lappen einigermassen verbogen; indess liess sich doch an einigen Stellen, so besonders im drittobersten Quirl, ihre abgestutzte, zweilappige Gestalt und die mediane radial verlaufende Naht noch erkennen. An einer Stelle (bei r) glaube ich sogar auch die Andeutung der Sporangien-Ansatzstellen noch erkannt zu haben. — Die gegenseitige Lage der fertilen und sterilen Quirle, wie sie sich in unserem Stücke darbietet, gestattet nun einen besseren Einblick in die Insertionsverhältnisse derselben, als es in den bisher beschriebenen Stücken möglich war. Wir sahen oben, dass *Weiss* nicht *direct* feststellen konnte, ob die beiden Quirle am Grunde frei oder verwachsen seien. An unserem Exemplare kann man sich nun dem Eindrucke nicht verschliessen, dass die fertilen und sterilen Wirtel nicht unabhängig von einander an der Axe entspringen, sondern dass sie vielmehr ein Stück weit verwachsen sind, oder besser, dass der fertile Quirl an der Unterseite des sterilen inserirt sei. Wären nämlich beide Quirle frei, so müsste bei dem vorliegenden Erhaltungszustande die Aehre an der Vereinigungstelle derselben eine bis zur Axe hineingehende Einschnürung zeigen. Nun haben aber thatsächlich

die Einschnürungen an der Grenze beider Quirle einen Durchmesser von 1—1½ Cm., während die Axe an der Basis der Aehre nur ca. 4 Mm. dick ist. Dass die Grenzlinie zwischen beiden Wirteln wirklich die *Ansatz*stelle der fertilen Quirle bezeichnet, ergiebt sich daraus, dass man da und dort den Kohlebelag sich direct über dieselbe fortsetzen sieht.*) — Sporangien konnte ich nicht mit Sicherheit nachweisen. Vielleicht dürfte ein solches vorliegen bei dem isolirten dunkeln, etwas vertieften Fragment, welches in der Mitte des drittobersten fertilen Quirles zu sehen ist (bei spg), da man aber an demselben die characteristische Streifung nicht wahrnimmt, so könnte es sich ebensogut um ein Bruchstück eines Wirtelblattes handeln.

Auf die vier beschriebenen Paare von fertilen und sterilen Quirlen folgt nach unten zunächst ein steriler Quirl (st_1) von genau gleicher Beschaffenheit wie die vier oberen und auch in gleichem Abstande stehend, wie diese unter einander, aber es ist derselbe, soviel man erkennen kann, nicht von einem fertilen Wirtel begleitet. Es folgt dann ein etwas mehr verlängertes Internodium von etwa 13 Mm. Länge: hier ist die Axe nicht von Blattquirlen verdeckt und lässt daher ihre Beschaffenheit klar erkennen: sie zeigt eine deutliche Längsberippung und hat, wie bereits erwähnt wurde, einen Durchmesser von 4 Mm. Der nach unten folgende Quirl (st_2) ist nur theilweise sichtbar, zeigt aber doch, dass er in seinem ganzen Aufbau mit den oberen sterilen Wirteln übereinstimmt, mit dem einzigen Unterschiede, dass er ganz horizontal ausgebreitet gewesen zu sein scheint. Seine Blätter sind, wie dort, am Grunde verwachsen und endigen — wie man es am Gegendruck des abgebildeten Stückes an einer Stelle deutlich sehen kann, in einem langen Zipfel (bei b ist auch im abgebildeten Stück ein Theil desselben zu erkennen.) — Noch ein weiterer Quirl (st_3) folgt in einem Abstande von 11—12 Mm., aber derselbe ist schlecht erhalten und lässt nicht recht feststellen, wie weit nach unten seine Blätter, welche übrigens wieder ziemlich steil nach oben gerichtet erscheinen, frei sind.

Dass es sich bei unserer Fruchtähre wirklich um eine *Cingularia* handelt, kann bei der Uebereinstimmung in der Gliederung der sterilen Wirtel und in der Form der Lappen der fertilen wohl kaum ange-

*) Die scharfe Linie, die im obersten und zweitobersten Quirlpaare den sterilen vom fertilen Wirtel scheidet, rührt von Sprüngen im Gesteine her.

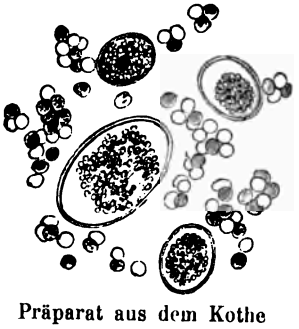
elt werden. Unter den beiden von Weiss auseinander gehaltenen ien der *C. typica* zeigt sie durch ihre Dimensionen und die grosse ;e der sterilen Blattzipfel mehr Analogie mit der Forma *major*. ich konnte ich die Zahl der Lappen der Sporangienscheibe, welche ler Unterscheidung der f. *major* und *minor* auch in Betracht nt, nicht feststellen. — Von den bisherigen Beschreibungen von *ularia* weicht aber unser Exemplar dadurch ab, dass die Spor-ɔnscheibe an dem sterilen Quirle inserirt ist und dass letzterer icherweise eine mehr trichterförmige Gestalt besitzt. Soll man daraus den Schluss ziehen, dass bei *C. typica* überhaupt, ent-n der bisherigen Annahme, eine partielle Verwachsung der beiden kreise stattfindet oder soll man für *C. typica* bei der bisherigen hauung verbleiben und unsere Aehre als besondere Art betrachten, sich durch verwachsene Quirle von jener unterscheidet? Das ist Frage, die erst an der Hand weiteren Materiales entschieden len kann.

Alfred Guillebeau.

Ueber das Vorkommen von Coccidium oviforme
bei der rothen Ruhr des Rindes.

Wie allgemein bekannt ist, unterscheidet man unter den *Protozoen* eine Gruppe von Wesen, welche durch das Vorkommen sichelförmiger Dauerformen oder Sporen sich auszeichnet und auf Grund dieser Eigenthümlichkeit den Namen der *Sporozoen* erhalten hat. Zu dieser Gruppe gehört das *Coccidium oviforme,* ein häufiger Leber- und Darmparasit des Kaninchens. In einigen, als Raritäten zu bezeichnenden Fällen hat man diesen Schmarotzer auch beim Menschen gefunden. Zu Anfang dieses Jahres nun sind von den Professoren Erwin *Zchokke* in Zürich und Ernst *Hess* in Bern in Arbeiten*) über die *rothe Ruhr* des Rindes ebenfalls Coccidien als sehr wahrscheinliche Ursache des betreffenden Leidens bezeichnet worden. In der That enthielt der Darm der kranken Thiere eine sehr grosse Zahl dieser Parasiten, deren Zugehörigkeit zu der Species *Coccidium oviforme* von den genannten Schriftstellern indessen nicht genauer untersucht wurde.

Die Symptome des bei den Rindern beobachteten Leidens entsprechen denjenigen eines starken Durchfalles. Die abgesetzten Kothmassen sind dünnflüssig und vielfach enthalten sie grosse, blutig gefärbte Schleimklumpen, ja manchmal sogar kleinere und grössere Blutgerinnsel. Stets finden sich in diesen Exkrementen eine grosse Zahl von Coccidien in voller Ausbildung vor, in einigen Fällen auch vorherrschend die kleine Jugendform, von der später die Rede sein wird. Einzelne Praktiker behandeln pro Jahr bis 50 von dieser Krankheit befallene Rinder, eine unter den gegebenen Verhältnissen gewiss stattlich zu nennende Zahl. Bald kommen in einem Viehstand nur vereinzelte



Präparat aus dem Kothe eines ruhrkranken Rindes mit 4 Coccidien, umgeben von vielen rothen Blutkörperchen.

*) Schweizer. Archiv f. Thierheilkunde 34. Bd. 1892.

Fälle zur Beobachtung, manchmal häufen sich an einem Orte und in kurzen Zwischenräumen die Zahl der Erkrankungen, doch nimmt das Leiden niemals den Character einer von Individuum zu Individuum übergehenden Seuche an. Es führt in 5—10% der Fälle den Tod durch Erschöpfung herbei; in der Regel aber heilt es nach Tagen oder Wochen spontan ab, indem die Schmarotzer aus dem Darme verschwinden. Verlauf und Ausgang prägen dem Leiden eine unverkennbare Aehnlichkeit mit den akuten Exanthemen auf, immerhin mit dem Unterschiede, dass das Ueberstehen der Krankheit die Prädisposition für dieselbe nicht tilgt. Es gelangten im Gegentheil mehrere Fälle zur Beobachtung, bei welchen Thiere widerholt von dem Leiden befallen wurden.

Am häufigsten erkranken junge von dem Säugen entwöhnte Rinder, und der Besuch der Weide, sowie die Sommerszeit sind erfahrungsgemäss für den Eintritt des Durchfalls sehr begünstigende Momente; jedoch gewähren weder dauernder Stallaufenthalt, noch der Winter, noch höheres Alter vollkommenen Schutz. Empirisch ist festgestellt, dass die ersten Symptome öfters drei Wochen nach dem Auftrieb auf die Weide eintreten *(Hess)*.

Es scheint mir äusserst wahrscheinlich, das die früher von *Zürn**) beschriebenen Erkrankungen von drei Saugkälbern, welche in kurzer Zeit tödtlich endeten, mit der in der Schweiz beobachteten rothen Ruhr identisch gewesen sein dürften.

Die histologischen Veränderungen sind von *Zchokke* ausführlich geschildert worden. Sie stimmen mit den bekannten Thatsachen betreffend die Leber- und Darmcoccidien der Kaninchen überein und beginnen mit der Einwanderung der Parasiten in die Darmepithelien, welche hierauf abfallen. Zu dieser Entblössung gesellt sich eine eiterige Infiltration der Schleimhaut, sodass die Gesammtheit der Veränderungen als eiterig katarrhalische Enteritis einzelner Darmabschnitte bezeichnet werden kann. Der genannte Schriftsteller hat auf einem Quadratmillimeter der Schleimhaut 150,000 Coccidien gezählt, was 15 Millionen dieser Gebilde pro Quadratcentimeter ausmacht.

Die Coccidien sind runde oder ovale Körperchen von 30 μ Länge und 20 μ Durchmesser, mit doppelt begrenzter Hülle. Es scheinen zwei Varietäten dieser Gebilde vorzukommen, eine grössere Rasse von

*) Bericht über das Veterinärwesen im Königreich Sachsen. 1877. XXII. Jahrg. S. 113.

ausgesprochen eiförmiger Gestalt und eine etwas kleinere runde. E füllt das Protoplasma den Innenraum ganz aus; bald zieht sich dasse zu einer centralen Kugel zusammen, während an den Polen der Inl der Hülle völlig durchsichtig erscheint.

Hat man auf die Coccidien Sublimat einwirken lassen, so schei das Protoplasma eine, manchmal auch zwei kleine homogene Kug von 3 bis 7 μ Durchmesser aus, die als Kern aufgefasst werden könn Die Coccidien der Rinder sind gegen Reagentien sehr empfindlich, dass Glycerin und Alkohol ein Zusammenfallen der Hüllen bis Unkenntlichkeit veranlassen. Durch Jod werden dieselben g braun oder dunkelblau gefärbt. Setzt man diese Gebilde auf feucht Filtrirpapier oder unter ganz wenig Wasser einer Temperatur 20—30° aus, so theilt sich das Protoplasma sehr bald in 4 rundli oder elliptische Segmente, von denen jedes durch eine besond Hülle umgeben wird, und einige Tage später sind innerhalb dersel zwei sichelförmige Körperchen entstanden, neben welchen ein klein körniges Klümpchen von Protoplasma als *Restkörper* (nucléus de r quat) liegt.

Die Zugehörigkeit dieser Gebilde zur Gattung *Coccidium* ist Grund der *Aimé Schneider*'schen*) Klassification wegen der Viertheil des Protoplasmas völlig ausser Zweifel. Aber auch die Zutheilung Species *C. oriforme* erscheint durchaus gerechtfertigt durch die Gröss verhältnisse, den Entwicklungsgang und den Ort des Vorkomme vorausgesetzt, dass man *C. oriforme* und *C. perforans* wiederum einer Species vereinigt, wie es mit guten Gründen von *Balbiani* v geschlagen wird.

Die Gewinnung von Sporen war Anfangs mit Schwierigkei verbunden. *Balbiani***) betont mit Recht, dass die Gegenwart viel organischer Substanz einen Fäulnissprocess von solcher Intens veranlasst, dass eine grosse Zahl von Coccidien zu Grunde geh Um zum Ziele zu gelangen, mussten die Faeces mit Wasser aus laugt und nachträglich die Flüssigkeit abgegossen werden, um grösseren Theil des Eiweisses entfernen zu können. So hinde aber der Eiweissgehalt für die Sporenbildung war, so vortheill zeigte er sich für einen andern Vorgang, über den ich in der zugänglichen Litteratur nichts gefunden habe. In einem eiweissreicl

*) Citirt nach *G. Balbiani*: Leçons sur les Sporozoaires. S. 73.
**) L. c. p. 87.

Koth, dessen Fäulniss durch Zusatz von Borsäure stark eingedämmt wurde, theilten sich unter dem Einflusse einer Temperatur von 39° C. die Coccidien sehr rasch. Aus dem Protoplasma entstanden zahlreiche kleine, 3—7 μ breite Kugeln von meist ganz homogener, glänzender Beschaffenheit. Manchmal besassen dieselben eine dünne, von dem Inhalte durch eine vollkommen durchsichtige Zone getrennte Hülle. Hier lag also die Neubildung von zahlreichen Individuen, ohne das Zwischenstadium der sichelförmigen Körperchen vor. Da nun in einigen Fällen der Koth der Rinder nebst typischen Coccidien auch eine grosse Menge dieser Gebilde enthielt, so muss die Annahme gemacht werden, dass dieselben auch im Darme entstehen können. Schon *Baranski**) und *Malassez***) hatten diese Körperchen im Eiter der Leberknoten von Kaninchen gesehen und abgebildet, aber die Frage, ob es sich um Entwicklungsstadien der Dauersporen, oder um etwas anderes handelte, unberührt gelassen.

*R. Pfeiffer****) war der erste, welcher für unseren Parasiten zwei Arten von Fortpflanzung annahm, einmal die sehr gut studirte Sporenbildung, zweitens eine im lebenden Wirthe rasch sich vollziehende Vermehrung, bei welcher im Innern des Coccidiums sehr zahlreiche, sichelförmige Körperchen gebildet werden sollten. In kurzer Zeit entstanden auf diese Weise eine grosse Zahl von Sicheln, von welchen ausserdem noch bemerkt wird, dass sie sehr labil seien und alsbald aus den Präparaten verschwänden. Ob die hier beschriebene Vermehrung verschieden, oder identisch mit der von *Pfeiffer* geschilderten ist, muss noch genauer untersucht werden. In Schnitten durch die gehärtete Darmwand sah ich oft Coccidien mit zahlreichen, kleinen Rundkörperchen im Inneren, jedoch niemals die *Pfeiffer*'sche Sichelform, denn alle kleinsten Coccidien, die mir bis jetzt zu Gesichte kamen, besassen eine runde Gestalt.

Die »*rothe Ruhr*« ist eine schon durch ihren Symptomenkomplex wohl abgegrenzte nosologische Species. In der That ist ihr Auftreten sehr charakteristisch, indem dieselbe innerhalb einer Heerde, deren sämmtliche Stücke gleich gehalten werden, nur einige Individuen mit auffallender Intensität befällt. Wir können noch weiter gehen und

*) Oesterreich. Vierteljahrsschrift für Veterinärmedicin 1879. Bd. 51. Seite 107.

**) Archives de Médecine expérimentale et d'Anatomie pathologique 1891. Bd. 3. S. 11.

***) Beiträge zur Protozoen-Forschung 1. Heft. S. 9.

für alle Fälle dieselbe Ursache feststellen. In dieser Beziehung ist zunächst von sehr grosser Wichtigkeit, dass die Ausleerungen stets Coccidien enthalten, bald in sehr grossen Mengen, bald weniger zahlreich.

Um die pathogene Wirkung der Coccidien ganz evident zu beweisen, waren Fütterungsversuche nothwendig. Dank einer financiellen Unterstützung durch die hohe kantonale *Direction des Innern* (Vorstand Hr. Regierungsrath *von Steiger*), für welche wir hier den wärmsten Dank aussprechen, wurde die Möglichkeit geschaffen, dass Herr Prof. *Hess* und ich gemeinschaftlich drei junge Rinder mit sporenhaltigem Material füttern konnten. Drei Wochen nach der Infektion trat unter den Erscheinungen eines gelinden Fiebers (1° Zunnahme der Körperwärme) eine 1—3-tägige Diarrhœ ein, und der Koth war zu dieser Zeit coccidienhaltig, freilich war die Zahl der Coccidien stets eine sehr kleine, auch kam es nicht zu blutigen Beimischungen zu den Darmentleerungen.

Früher, bevor die zoologische Diagnose gemacht war, habe ich Ziegen, Schafe, Kaninchen, Meerschweinchen, Mäuse und Hühner mit Coccidien ohne sichelförmige Dauersporen gefüttert, auf diese Weise jedoch niemals brauchbare Resultate erzielt.

Die Beschreibung der »*rothen Ruhr*« wäre keine vollständige, wenn ihre geographische Verbreitung nicht angegeben würde. Was zunächst das Rind anbetrifft, so wird die grosse Mehrzahl der Fälle in der Schweiz auf den Bergweiden der Alpen und des Jura, sowie auf den Kuppen der dazwischen liegenden Hügelketten beobachtet. In den Thälern fehlt die Krankheit zwar nicht vollständig, aber sie kommt hier seltener vor. Diese örtlichen Verhältnisse sind so konstant, dass sie unmöglich als blosser Zufall bei der Zusammenstellung der Einzelfälle betrachtet werden können. Die Kaninchenkrankheit, welche wir mit obiger in Bezug auf Ursache als identisch betrachten, ist dagegen im Thale sehr verbreitet. Auf Grund dieser Erfahrungen und unserer sonstigen Kenntnisse über das *Coccidium oviforme* kommen wir zu der Einsicht, dass die, wie bekannt sehr langlebigen Keime dieser Thierart bei uns überall, auf den Höhen und in den Thälern zu den sehr häufigen Bestandtheilen des Staubes gehören dürften, dass aber das Rind im Thale bis zu einem gewissen Grade vor einer Infektion geschützt ist.

Dieser durch die Bodenverhältnisse gegebene Schutz muss in der Trinkwasserversorgung gesucht werden. Das Thalvieh stillt seinen

Durst aus laufenden Brunnen, deren Wasser beim Filtriren durch den Boden gereinigt wurde; das Weidevieh säuft dagegen vielfach aus Tümpeln und Cysternen und nimmt mit dem Wasser Schlamm, sowie Staubpartikel aus der Luft und als Bestandtheil dieser beiden Arten von Verunreinigungen auch Zoosporen des Coccidiums auf.

Die grosse Verbreitung des Parasiten wäre nicht verständlich, wenn wir nicht Wirthe namhaft machen könnten, die gleichmässig über das ganze Gebiet der Schweiz ausgebreitet sind. Ein solcher Wirth ist zunächst das Rind. Das Kaninchen kommt weniger in Betracht, weil es bei uns meist in geschlossenen Räumen lebt. Von grösserer Bedeutung ist dagegen der Hase. *V. Rieck**) erwähnt das Auftreten der Krankheit bei einem Feldhasen aus dem zoologischen Garten in Dresden. Aus der Umgebung von Bern ist mir folgender Fall bekannt: Ein Landmann in Ostermundingen hatte im Frühjahr 1890 vier junge Hasen gefangen und dieselben auf einem eingefriedeten Platze, im Freien, aufwachsen lassen. Sie gediehen den Sommer hindurch sehr gut, verendeten aber Mitte Oktober ganz plötzlich, sodass eine Vergiftung vermuthet wurde. Die Section ergab aber als Todesursache eine ausgebreitete Infektion des Dünndarmes mit Coccidien.

Sind die Coccidien aus dem Darme ausgeschieden, so erfordert die Entwicklung der sichelförmigen Körperchen nach *Balbiani* etwas Wasser, freien Sauerstoff und ein bestimmtes Mass von Wärme. Bei einer Zimmertemperatur von 15—18° ist die Viertheilung des Protoplasmas nach 3 Tagen, die Sporenbildung nach 2 Wochen vollendet. Bei niederer Temperatur wird der Vorgang entsprechend verzögert, oder er bleibt vollständig aus. Durch diese Wärmebedürfnisse ist der durch die Erfahrung festgestellte Einfluss des Sommers auf die Häufigkeit der «rothen Ruhr» erklärt. In einem Düngerhaufen oder einem Jauchekasten können die Coccidien ihren Bedarf an Sauerstoff nicht decken; sie werden vielmehr durch die Fäulniss ziemlich rasch zerstört. Wie wohlthätig wirkt für sie ein starker Regenguss, welcher die auf der Weide abgesetzten Kothhaufen verdünnt und in einen Tümpel oder ein fliessendes Wasser fortschwemmt! Auf unseren Bergweiden treffen diese günstigen Bedingungen nun so häufig zu, dass uns die Erhaltung vieler mit den Excrementen ausgeschiedenen Coccidien und dadurch ihre grosse Verbreitung nicht überraschen darf. Damit ist auch das Vorkommen der Krankheit unter den Rindern

*) Deutsche Zeitschrift für Thiermedicin und vergleich. Pathologie 1889. Bd. 14. S. 65.

erklärt. Der Umstand, dass bei unseren Versuchen der Erfolg ein positiver, aber in Bezug auf die Intensität ein auffallend milder war, lässt verschiedene Erklärungen zu. Vielleicht enthielt das zwar jedesmal in reichlicher Menge eingegossene Material doch nur wenig entwicklungsfähige Keime, oder es kommt für die Entstehung der Krankheit noch eine Prädisposition, einstweilen unbekannter Natur, in Betracht, deren Wesen vielleicht später einmal genauer festgestellt werden kann.

E. Kissling in Bern.

Nachweis der obern Süsswassermolasse im Seeland.

Eingereicht den 28. Juni 1893.

In seiner Arbeit über das «Tertiaire du Jura bernois» macht uns Rollier*) bekannt mit dem Vorkommen der obern Süsswassermolasse im St. Immerthal, wo dieselbe am *Rainson*, einem Hügel am linken Ufer der Schüss zwischen Cortébert und Courtelary schön entwickelt ist. Zugleich macht Rollier aufmerksam auf die Uebereinstimmung des Muschelsandsteins und der untern Süsswassermolasse im St. Immerthal mit den analogen Bildungen, welche die Hügel am Südfuss des Jura zusammensetzen.

Obschon nun in dem südlicher gelegenen Thälchen von *Orvin* und auf dem *Tessenberg* Aufschlüsse im Tertiär fehlen (glaciale Ablagerungen bedecken in bedeutender Mächtigkeit die tiefer liegenden Schichten), so vermuthet Rollier, wie übrigens schon Gréppin auch, dass gewisse Beziehungen bestehen müssen zwischen dem Tertiär des Jura und dem der vorlagernden Ebene, mit andern Worten, dass auch dort die obere Süsswassermolasse vorhanden sei.

Nehmen wir dazu, dass diese bereits bekannt war aus der Gegend von *Huttwyl* und *Lützelflüh*, so erscheint die genannte Vermuthung a priori sehr wahrscheinlich.

In der That gelang es mir, die obere Süsswassermolasse an zwei verschiedenen Stellen aufzufinden, nämlich im *Brüggwald* und am *Jensberg*.

1.

Der *Brüggwald* ist ein waldiger Hügel zwischen Madretsch-Mett und dem Zihlkanal. Von Mett nach Brügg führt ein Fahrweg, der die Molasseschichten ziemlich senkrecht zur Streichrichtung schneidet und

*) Rollier, Tertiaire du Jura bernois. Eclogae geol. Helv. Vol. III. No. 1.

stellenweise ordentliche Aufschlüsse bietet. Kommen wir von Mett her an den Rand des Waldes, so treffen wir vorerst die bunten Mergel der untern Süsswassermolasse, auf denen dann eine Nagelfluhbank von etwa $1^1/_2$ m Dicke liegt, die sich durch das Vorkommen von Fischzähnen als Basis der marinen Molasse zu erkennen gibt. Diese selbst tritt hier in der Form des Muschelsandsteins auf.

Ueber dem Muschelsandstein folgen nun in der Höhe des Brüggwaldes Molasseschichten, die sofort durch ihr Aussehen auffallen. Die Molasse ist hier hell gefärbt, die grünen Körnchen der marinen Molasse fehlen, dagegen bemerkt man ausserordentlich zahlreiche Glimmerblättchen. Das Gestein ist stellenweise grobkörnig und enthält eine Menge von kalkreichen Mergelknollen. Auch gröbere Gerölle sind regellos eingebettet. Namentlich treten diese auf zu beiden Seiten eines 2 dm dicken Kalkbandes, das sich in den untern Schichten der ganzen Ablagerung zu befinden scheint. Einzelne Gerölle erreichen beinahe Kopfgrösse. Ich erkenne:

Quarzite.

Glimmerquarzite.

Gneiss mit grünlichem Glimmer.

Kalk (Valangien?).

Aus diesen Molasseschichten sammelte Pfarrer Ischer in Mett schon vor Jahren einige Blattabdrücke und Schnecken und betrachtete die ganze Stufe als ein Brackwassergebilde.

Durch Herrn Ischer aufmerksam gemacht, unterzog ich die betreffenden Schichten einer genaueren Prüfung und es gelang mir unter vieler Mühe, einige Petrefakten zu sammeln, die zur Bestimmung des Horizontes genügten.

Vorerst tritt im tiefern Theil der ganzen Ablagerung über dem erwähnten Band von Süsswasserkalk eine *Pflanzenschicht* auf. Es ist ein hellgrauer, feinkörniger Sandstein mit zahlreichen Glimmerblättchen, im ganzen hart und sehr schlecht spaltbar, so dass gut erhaltene Blätter nur schwer zu erhalten sind.

Die gefundenen Arten sind folgende:

Cinnamomum Scheuchzeri Heer.

Ein langes, schmales Blatt, ganzrandig, mit ziemlich starkem Mittelnerv, der bis zur Spitze verläuft und zwei Sekundärnerven, die zum Rande parallel laufen. Länge 6 cm, grösste Breite 8 mm. Ich konnte dieses Blatt mit keiner der beschriebenen Formen identificiren.

Dryandroides lignitum Heer. Oberer Theil eines Blattes mit starkem Mittelnerv und Seitennerven, die fast in rechtem Winkel abzweigen. Der obere Theil des Blattes ist mit grossen, nach vorn gebogenen Zähnen versehen. Das Stück wurde von Herrn Ischer gefunden und liegt im Museum in Biel.

Cinnamomumblätter und die Dryandroides kommen in der marinen und untern Süsswassermolasse vor, können also nicht wegleitend sein. Ich wandte daher mein Augenmerk auf das Vorhandensein von Süsswasserschnecken. Diese treten denn auch an verschiedenen Stellen der Ablagerung stellenweise in grösserer Zahl, wenn auch nicht sehr guter Erhaltung auf, hauptsächlich in dem grobkörnigen Sandstein mit den Mergelknauern. Es fanden sich:

Paludina Courtelaryensis Mayer in sehr zahlreichen Exemplaren. Es ist dies die gleiche Form, wie sie am *Rainson* in der Paludinenschicht so häufig ist.

Melanopsis impressa Kr.

Planorbis Cornu var. Mantelli Dunker, eine Form, die gemein ist in der obern Süsswassermolasse.

Steinkerne von *Lymnaeus*, *Neritina*, *Helix*.

Durch die Lagerung *über* dem Muschel-Sandstein, und durch das Vorkommen von Süsswasser-Schnecken sind die genannten Schichten in genügender Weise als obere Süsswassermolasse charakterisirt.

2.

Der *Jensberg* ist das östliche Ende des Hügelzuges, der sich auf dem Südufer des Bielersees hinzieht. Die Grundlage des ganzen Hügelzuges ist wieder gebildet aus den Sandsteinen und bunten Mergeln der untern Süsswassermolasse, die im Hageneckeinschnitt so schön aufgeschlossen sind. Darüber finden wir wieder die Nagelfluhbank und den Muschelsandstein und auf diesem Schichten, die sich ebenfalls als *obere Süsswassermolasse* erwiesen. Diese ist aufgeschlossen am nördlichen Fusse des Hügels, unweit der Kirche von Bürglen. Von dort nämlich führt ein Strässchen dem Waldrande nach nach Port. An der ersten Waldecke zweigt ein Fussweg ab nach Jens, der die Molasseschichten schräg zur Streichrichtung schneidet. Wir finden dort wieder die glimmerreiche, helle Molasse, die ausserordentlich leicht zu weissem Sand mit vielen Glimmerblättchen verwittert und zahlreiche Trümmer von Schneckenschalen enthält. Der Sand wird in einer am Wege liegenden Grube ausgebeutet.

Steigen wir durch den erwähnten Hohlweg aufwärts, so treffen wir auf feste Molassebänke, in denen da und dort dünne Gerölllager auftreten.

Ich erkenne:

Quarzite.
Glimmerquarzite.
Granit mit weissem Feldspath.
Granit mit rothem und grünlichem Feldspath.
Porphyr.
Glimmerschiefer.
Jurakalk.

Wenn wir die genannten Gesteine betrachten, so erhalten wir im Allgemeinen den Eindruck, dass wir hier vorherrschend Material der bunten Nagelfluh vor uns haben.

Untergeordnet treten einzelne jurassische Gerölle auf.

Darüber folgt wieder eine *Blätterschicht*, bestehend aus einem feinkörnigen, stark eisenschüssigen Sandstein, der ganz erfüllt ist von Blattresten, namentlich *Zimmt- und Weidenblättern*. Im Gegensatz zur Blätterschicht im Brüggwald ist die Molasse hier sehr leicht spaltbar, so dass gute Abdrücke leicht zu erhalten sind, wenn dann auch beim Transport der leichten Verwitterbarkeit wegen vieles wieder zu Grunde geht.

Ich fand hier:

Salix angusta A. Br., zahlreiche Bruchstücke.
Cinnamomum Scheuchzeri Heer, zahlreiche, gut erhaltene Formen, die indessen in Grösse und Form merkliche Unterschiede zeigen.
Cinnamomum lanceolatum Heer. Ein einziges Blatt, das indessen durch die nach beiden Enden sich gleichmässig verschmälernde Blattfläche, die dem Rande genäherten Seitennerven und den langen Blattstiel als C. lanceolatum charakterisirt ist.
Cinnamomum polymorphum Heer, sowohl in der rundlichen als in der typischen Form.
Daphnogene Ungeri Heer.

Ueber der Blätterschicht finden wir nun den nämlichen grobkörnigen Sandstein mit Mergelknauern wie im Brüggwald. Es enthält diese Schicht zahlreiche Schnecken, die noch mit der Schale erhalten sind, beim Herausschlagen aber gewöhnlich zerfallen, wenn noch so

sorgfältig gearbeitet wird. Die erhaltenen Stücke mussten sofort mit dicker Gummilösung bestrichen werden.

Prof. Sandberger hatte die Güte, die Arten zu bestimmen. Es sind folgende:

Helix inflexa Martens in zahlreichen Exemplaren, gehört ausschliesslich der obern Süsswassermolasse an.

Helix osculum var. giengensis Kr.

Planorbis Mantelli Dunker, selten.

Planorbis solidus Thomae, selten.

Unio spez.

Den Charakter der eingeschlossenen Fauna bestimmen hier die *Heliciten* (im Brüggwald war es die Paludina Courtelaryensis). Namentlich häufig ist die Helix inflexa. Es ist daher auch am Jensberg die obere Süsswassermolasse unzweifelhaft nachgewiesen.

Auf den andern Hügeln längs des Jura, dem Jolimont, Büttenberg, Bucheckberg fehlt sie, d. h. der Muschelsandstein ist dort das oberste erhaltene Glied, die obere Süsswassermolasse ist durch Denudation entfernt worden.

Vergleichen wir endlich noch unsere obere Süsswassermolasse mit den nächstgelegenen jurassischen Ablagerungen am Rainson im St. Immerthal, so finden wir folgendes: Die Fauna des Brüggwaldes stimmt vollkommen überein mit derjenigen des Rainson. Wir haben hier die nämlichen, zahlreichen Exemplare der Paludina Courtelaryensis, wie dort in der Paludinenschicht.

Dann zeigt aber auch das Gestein petrographisch grosse Aehnlichkeit. Am Jensberg, wie im Brüggwald tritt ein grobkörniger Sandstein mit Mergelknollen auf, den wir in ähnlicher Ausbildung am Rainson wieder antreffen. Nur ist dort das Bindemittel Eisenoxyd, welches sich häufig um die Mergelknollen in Form einer Rinde ablagert und uns so die Bildung der Klappersteine veranschaulicht.

Gestützt auf diese Verhältnisse betrachte ich die Süsswasserschichten des Seelandes als identisch mit denjenigen des St. Immerthales und stelle sie in das untere Niveau der Süsswassermolasse am Rainson.

Theodor Steck.

Beiträge zur Biologie des grossen Moosseedorfsees.

Eingereicht im Juli 1893.

In einem vor 12 Jahren gehaltenen Vortrag lässt sich der bekannte Zoologe Rich. Hertwig[1]) folgendermassen vernehmen: «Der moderne Zoologe vernachlässigt im Allgemeinen das Arbeitsgebiet, auf welchem seine Vorgänger thätig gewesen sind und welches noch immer einen unerschöpflichen Reichthum ungelöster Probleme enthält; ihn lockt die Thierwelt, welche die Küsten und Tiefen des Meeres bewohnt oder in rastloser Behendigkeit die klaren Fluthen durchschneidet; und so zieht er es vor, die unwirthlichen Monate, in denen der Winter mit dem siegreich vordringenden Frühjahr ringt, unter einem milderen Himmel an den Gestaden des Mittelmeeres zu verleben, oder er eilt zur Zeit, wo die Sonne des Juli und August den Boden mit drückendem Staube bedeckt, nach den kühleren Ufern nordischer Meere, um auf dem felsigen Helgoland, den meerumbrandeten Küsten Norwegens oder den Küsten Englands und Frankreichs sein leicht verpflanzbares Laboratorium aufzuschlagen. Diese noch immer steigende Wanderlust ist jetzt so mächtig geworden, dass man bald die Frage wird aufwerfen müssen, ob nicht die Zoologie sich dabei den einheimischen Thieren entfremdet und blind wird gegen das Leben, welches auch in unserer Gegend, in Bächen und Teichen, in Feld und Wald sich viel reichhaltiger entfaltet, als es der oberflächliche Beobachter annimmt.»

Erfreulicherweise ist nun die von Hertwig ausgesprochene Befürchtung nicht eingetreten. Nachdem in der That das Meer eine Zeit lang in seiner vielgestaltigen Formenwelt die einzigen der Untersuchung würdigen Objekte zu liefern berufen schien, finden wir seit einem Jahrzehnt zahlreiche Forscher thätig, die ihnen erreichbaren Gebiete des Festlandes und der dasselbe durchziehenden Gewässer zu

durchstreifen, und gerade in der Schweiz, die leider einer Meeresküste entbehrt, sehen wir einen Gelehrten, Herrn Professor Dr. F. A. Forel in Morges bemüht, die Untersuchung eines Süsswasserbeckens — des Genfersees — in einer Weise durchzuführen, wie es ähnlich kein anderes Meeres- oder Süsswasserbecken erfahren hat.

Seit Ende der sechziger Jahre hat F. A. Forel in zahlreichen Aufsätzen[2]) die Bausteine zu einem Werke zusammengetragen, die er nun gegenwärtig durch eine mehrere Bände umfassende Arbeit zu einem abgeschlossenen Ganzen zusammenzufügen im Begriffe ist und von welchem ein vor kurzem erschienener erster Band*) das Fundament zu dem mehrstöckigen Gebäude liefert. Niemand wird bezweifeln, dass die während mehr als 20 Jahren erschienenen diesbezüglichen Mittheilungen eine Reihe anderer Forscher angeregt haben, ähnliche allgemeine Untersuchungen in den ihnen besonders geeignet scheinenden Wasserbecken vorzunehmen.

Um einen kurzen geschichtlichen Rückblick auf die Seenforschung in der Schweiz und einiger Nachbarländer werfen zu können, müssen wir schon hier darauf aufmerksam machen, dass die Untersuchungen F. A. Forel dazu geführt haben, die Thier- und Pflanzenwelt der Seen nach 3 Gruppen zu sondern. Am längsten bekannt, aber deswegen gleichwohl noch nicht genügend erforscht, ist diejenige Thiergesellschaft, die das Ufer bewohnt. Man nennt die rings um einen See, je nach der Grösse desselben, bis zu einer Tiefe von 5—25 Metern und in wechselnder Breite sich hinziehende Zone die *Ufer- oder Littoralzone*. Sie fällt topographisch mit der von Seligo als Schaar bezeichneten Fläche zusammen.

Zu Anfang der sechziger Jahre machten dann hauptsächlich nordische Forscher, wie Lilljeborg, O. G. Sars und P. E. Müller darauf aufmerksam, dass weiter vom Ufer weg auf offener Fläche der Seen eine Thierwelt zu finden ist, die sich in mancher Hinsicht von derjenigen der Uferzone unterscheidet. Diese in der Mitte der grossen Gewässer lebenden Thierarten bildeten nach damaliger Bezeichnungsweise die *Seefauna*. Später wurde dieser Ausdruck in Uebertragung von im Meere festgestellter Thatsachen durch *pelagische Fauna* ersetzt. In neuester Zeit hat nun Haeckel[3]) vorgeschlagen, den Ausdruck »*pelagische Fauna*« nur in seinem ursprünglichen Sinne zu gebrauchen und die die freie Seefläche belebende Thier- und Pflanzenwelt die *limnetische*

*) Unter dem Titel: F. A. Forel. Le Léman. Monographie limnologique. Lausanne, 1892.

Fauna beziehungsweise *Flora* zu bezeichnen. Die limnetische Fauna ist im Allgemeinen charakterisirt durch die den Verhältnissen vorzüglich angepasste glasartige Durchsichtigkeit dieser Geschöpfe und von einigen sessilen, weil auf limnetischen Thieren schmarotzenden oder besser gesagt symbiotisch lebenden Formen abgesehen, durch ihre unaufhörhörlich schwimmende Lebensweise.

Eine dritte Gruppe von Thieren bewohnt den Seeboden und zwar seewärts der Uferzone, die je nach der Grösse des Sees in 5—25 Metern Tiefe den muldenförmigen Theil des Seebeckens erreichen kann. Man bezeichnet die Gesammtheit der in diesem Gebiete lebenden Thiere als die *Tiefenfauna*.

Wie bereits erwähnt, bildeten die in der Uferzone lebenden Thiere die ersten Objekte eingehender Studien über Süsswasserthiere. Was unser Vaterland anbetrifft, müssen wir hier ehrend der für ihre Zeit epochemachenden Arbeiten von Jurine über die *Entomostraken* der Umgebung von Genf aus dem Jahre 1820[4]), eines Perty über die *Rotatorien* und *Protozoen* der Schweiz (1852)[5]), der beiden Genfer Forscher Claparède und Lachmann über *Rhizopoden* und *Infusorien* (1858—1861)[6]) gedenken und bedauern, dass erst in neuester Zeit sich die Versuche gemehrt haben, einzelne Thiergruppen zum Gegenstand faunistischer Studien zu machen. Wir werden später bei Betrachtung der von uns am gr. Moosseedorfsee nachgewiesenen Thierarten Gelegenheit haben, die für jede Thiergruppe in Betracht kommenden Spezialarbeiten zu erwähnen.

In der Schweiz gab zuerst der Däne P. E. Müller[7]) durch den von ihm erbrachten Nachweis von *limnetisch* lebenden Cladoceren in einigen Schweizerseen den Anstoss zu weiterer Erforschung *der limnetischen Organismen*. Fast gleichzeitig wurden nun dem von P. E. Müller gegebenen Beispiele folgend, in unsern beiden grössten Wasserbecken, dem Genfer- und Bodensee Untersuchungen über die limnetische Fauna angestellt; die ersteren haben wir dem bereits erwähnten F. A. Forel in Morges,[2]) die letzteren dem bekannten Freiburger Zoologen August Weismann[8]) zu verdanken. Letzterer hat uns in einem populär gehaltenen Vortrag eine prächtige Schilderung des Lebens einzelner Thiere in der pelagischen Region eines Süsswasserbeckens gegeben. Kurz darauf begann Prof. P. Pavesi[9]) die Resultate seiner Untersuchungen über die im Süden der Schweiz gelegenen Seen zu veröffentlichen. Eine Zusammenfassung der zerstreuten kleineren Publikationen des zuletzt genannten Forschers stammt aus dem Jahre 1883.

Nachdem die Seen der Grenzgebiete in genannter Weise in Angriff genommen waren, konnte es nicht fehlen, dass auch die in der inneren Schweiz gelegenen Wasserbecken zu speziellen Untersuchungen herangezogen wurden. Verschiedene im Jahre 1880 erschienene Arbeiten des leider verstorbenen Zürcher Forschers Prof. Dr. Asper[10]) füllen für eine Anzahl in der Ost- und Centralschweiz gelegene grössere und kleinere Seen der Ebene und des Gebirges die Lücken aus. Gleichzeitig unternahm Asper in den betreffenden Seen auch Untersuchungen über die Tiefenfauna, auf die wir noch zu sprechen kommen werden.

Während nach den Arbeiten der bisher genannten Förderer unserer Kenntnisse über das Thierleben in der limnetischen Zone unserer Seen die *Entomostraken* das Hauptkontingent der limnetischen Thierwelt ausmachen, beginnt nun mit dem Jahre 1883 eine neue Phase der Forschung durch den von O. E. Imhof erbrachten Nachweis, dass ausser den genannten Thieren auch Thiere und Pflanzen von geringeren Dimensionen, wie *Rotatorien*, *Protozoen* und zahlreiche *Microphyten* in ungeheuren Schaaren die limnetische Region bevölkern.[11]) Die Suche nach limnetischen Organismen wurde nun von Imhof weit über die Schweizergrenze ausgedehnt, über deren Resultate eine ganze Reihe von Verzeichnissen limnetischer Geschöpfe aus Seen Oberitaliens, Oesterreich's, Baiern's, der Vogesen etc. vorliegen.[12]) In der Schweiz wandte sich Imhof vorzugsweise der Fauna hochalpiner Seen, insbesondere des Kantons Graubünden zu.[13])

Das Verdienst, in der Tiefenzone unserer Seen die ersten Untersuchungen vorgenommen zu haben, gebührt dem bereits mehrfach erwähnten Erforscher des Genfersees, Prof. F. A. Forel in Morges, dessen erste bezügliche Mittheilungen bereits aus dem Jahre 1868 stammen.[2]) Weitere Untersuchungen verdanken wir in Seen der Ost-, Central- und Südschweiz Herrn Prof. Asper in Zürich.[10]) Einen vorläufigen Abschluss erhielten die während vieler Jahre unter Beiziehung verschiedener Bearbeiter für einzelne Thiergruppen fortgesetzten Untersuchungen Forels durch die Beantwortung einer von der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft gestellten Preisfrage, worin Forel ausser dem Genfersee noch zahlreiche andere Seen in Berücksichtigung zog.[2f]) Gleichzeitig übernahm aber auch Prof. Duplessis-Gouret in Lausanne die Lösung der Preisfrage,[14]) so dass wir nun auf Grund dieser beiden Arbeiten über die Tiefenfauna unserer grossen Seebecken verhältnissmässig gut unterrichtet sind.

Neben diesen besondere Gesichtspunkte verfolgenden Forschungen nahmen sich nun die beiden Zürcher Zoologen Prof. Asper und Dr. J. Heuscher[15]) auf Anregung und mit Unterstützung der St. Galler naturforschenden Gesellschaft eine Untersuchung der gesammten Lebewelt der in den St. Galler und Appenzeller Alpen gelegenen Seen zum Ziel. Die beiden Forscher begnügten sich nicht, durch einen oder mehrere Netzzüge durch die freie Wasserfläche die Grundlage für eine faunistische Abhandlung zu gewinnen, sondern zogen auch die Fauna und Flora der Umgebung der von ihnen untersuchten Wasserbecken in Berücksichtigung; die von ihnen gegebenen Schilderungen der genannten Seen unterscheiden sich desshalb vortheilhaft von den knapp gehaltenen Verzeichnissen Imhofs.

Wohl am genauesten sind wir aber über die Thierwelt der im Gebiete des Rhätikon (Kt. Graubünden und Vorarlberg) liegenden Seen und kleinern Wasseransammlungen unterrichtet, die durch Herrn Prof. F. Zschokke in Basel[16]) in mehrmaligen, in verschiedene Jahreszeiten fallenden längeren Aufenthalten in Bezug auf ihre biologischen Verhältnisse untersucht wurden. Diese Forschungen sollen noch weiter fortgesetzt werden, was wir im Interesse der Wissenschaft lebhaft begrüssen müssen.

Wie aus dieser kurzen Auseinandersetzung hervorgeht, sind den in Gebieten des Alpenvorlandes gelegenen Wasserbecken nur sehr einseitige Untersuchungen zu Theil geworden, indem besonders die zur Littoralfauna gehörigen Thiergruppen nur mangelhaft festgestellt sind. In engeren Gebieten ist zwar bereits in dieser Richtung gearbeitet worden. Von den um Bern liegenden Seen sind die *Cladoceren* im Jahre 1878 durch Herrn Dr. Adolf Lutz[17]) in gründlicher Weise, die *Hydrachniden* aus einem etwas weiteren Gebiete im Jahre 1882 durch Dr. G. Haller[18]), die *Ostracoden* der Umgebung Berns im Jahre 1892 durch Dr. A. Kaufmann[19]) festgestellt worden. Doch harren immer noch zahlreiche Thiergruppen einer systematischen Bearbeitung. Ich erinnere hier nur an die gewiss ziemlich weit verbreiteten *Schwämme*, an die *Copepoden*, *Turbellarien*, *Nematoden*, *Bryozoen*, *Hirudineen* und *Oligochaeten*, an die zahlreichen im Wasser lebenden Larvenformen der *Ephemeriden*, *Perliden*, *Odonaten*, *Trichopteren* und *Dipteren* unter den Insekten, deren Imagines in grossen Schwärmen die Umgebung der Seen beleben. Ich habe nun versucht, die in einem kleinen Wasserbecken des Alpenvorlandes vorkommenden Formen festzustellen, ohne natürlich den Anspruch auf irgend welche Vollständigkeit zu er-

heben; es mussten im Gegentheil von vornhinein einige Gruppen ausgeschlossen werden, zu deren Studium die Beschaffung einer weit zerstreuten Litteratur und ein längerer Aufenthalt in unmittelbarer Nähe des Sees unbedingtes Erforderniss ist.

Auch in unseren Nachbarstaaten ist in den letzten 10 bis 20 Jahren Vieles für die Erforschung der Lebewelt der Süsswasserseen geschehen. Wohl die ältesten diesbezüglichen systematisch geleiteten Bestrebungen machten sich in Böhmen geltend, wo bereits seit 1864 ein Komité für naturwissenschaftliche Landesdurchforschung besteht, durch dessen Thätigkeit bereits schöne Resultate erzielt wurden[20]). Neben der Erforschung der topographischen Verhältnisse, der geologischen Bodenbeschaffenheit etc., wurden auch dem Studium der Pflanzen- und Thierwelt besondere Berücksichtigung geschenkt und insbesondere die Flüsse, Bäche, Teiche und Seen vorerst des Böhmerwaldes, später auch die im Süden des Landes gelegenen zahlreichen Seen und Teiche untersucht. Zum Studium der Teichfauna wurde ein zerlegbares und transportables Haus angefertigt, das den Forschern Beobachtungen an noch lebenden Thieren an Ort und Stelle gestattet, und seit dem Jahre 1890 besitzt Böhmen ein durch die Munificenz des Grafen Bela Dertscheni gestiftetes, bleibendes, ausschliesslich für biologische Studien in den Gewässern Böhmens bestimmtes zoologisches Laboratorium. Als Beweis für die Leistungsfähigkeit der von Herrn Prof. Fritsch in Prag geleiteten zoologischen Abtheilung des Komités der naturwissenschaftlichen Landesdurchforschung Böhmens möge folgendes Verzeichniss der bisher im Archiv der Landesdurchforschung veröffentlichten, bezüglichen Arbeiten dienen:

A. Friç: die Krustenthiere Böhmens. Prag. 1872.

B. Hellich: die Cladoceren Böhmens. Prag. 1877.

A. Slavik: Monographie der Land- und Süsswassermollusken Böhmens. Prag.

Josef Kafka: die Süsswasserbryozoen Böhmens. Prag. 1887.

A. Friç: die Wirbelthiere Böhmens.

— : die Flussfischerei in Böhmen.

Wenzel Vávra: Monographie der *Ostracoden* Böhmens. Prag. 1891. 8°.

Untersuchungen über die Fauna der Gewässer Böhmens:

I. Fr. Klapálek: die Metamorphose der *Trichopteren*. 2 Theile. Prag. 1888 und 1893.

II. Jos. Kafka: die Fauna der böhmischen Teiche. Prag, 1893.

und ausserdem wurden auf Anregung des Komités der Landesdurchforschung Böhmens mit Unterstützung der k. Akademie der Wissenschaften in Wien von Herrn Prof. Vejdovsky die beiden Werke:

Monographie der *Enchytraeiden*. Prag, 1879 und

System und Morphologie der *Oligochaeten*. Prag, 1884.

verfasst und selbständig herausgegeben.

In Deutschland sind hauptsächlich die Herren Dr. Otto Zacharias aus Kunersdorf bei Hirschberg in Schlesien[21]), Poppe in Vegesack[22]), Seligo in Heiligenbrunn (Danzig)[23]) in der Erforschung der zahlreichen in Norddeutschland gelegenen Seen thätig. Ersterem, der sich auch durch seine Untersuchungen der beiden im Riesengebirge gelegenen Koppenteiche bekannt gemacht hat, verdankt Deutschland die erste an einem Binnensee (dem grossen Plöner-See) angelegte biologische Station, die seit dem 1. April 1892 ihre Thätigkeit eröffnet hat, über welche uns bereits ein erster Bericht vorliegt[24]).

Auch in Frankreich, wo das Studium der Thier- und Pflanzenwelt der Süsswasserbecken so lange brach gelegen, haben sich in neuester Zeit verschiedene Forscher diesem Gebiet zugewendet. Im Norden finden wir R. Moniez[25]), im mittleren und südlichen Frankreich Jules Richard[26]) in dieser Richtung thätig, während Baron de Guerne und Delebecque sich zahlreiche Seen der Franche Comté, des französischen Jura und der Dauphiné, E. Belloc eine Anzahl Pyrenäenseen, Raphael Blanchard diejenigen der Umgebung von Briançon zum Untersuchungsgebiet gewählt haben. Eine von den Herren Berthoule[27]) und Richard über die Seen der Auvergne herausgegebene Arbeit beweist, dass diese Forschungen ein vorwiegend praktisches, die Interessen der Fischerei verfolgendes Ziel im Auge haben.

Auch in Ungarn hat auf Veranlassung der ungarischen Akademie Herr Eugen von Daday zahlreiche Untersuchungen über die Thierwelt der Seen angestellt[18]), nachdem er sich bereits durch monographische Bearbeitung einzelner, hervorragend in Betracht kommender Thiergruppen, wie *Copepoden, Cladoceren, Branchiopoden, Ostracoden* und *Rotatorien* als gründlichen Kenner der dortigen Fauna legitimirt hatte. Demselben soll von Seiten der wissenschaftlichen Kommission, welche die geologische und biologische Durchforschung

des Plattensees betreibt, demnächst auch die Beschaffung einer temporären Station am Plattensee in Aussicht gestellt sein.

In Italien, wo Pavesi[9]), Maggi und Andere bereits frühe die Kenntniss der limnetischen Fauna förderten, wird gegenwärtig auch für ein lakustrisches Laboratorium agitirt und zwar von Seiten des Direktors der k. Fischzuchtanstalt in Rom, Prof. Vinciguerra, das wohl hauptsächlich die Interessen der praktischen Fischerei zu fördern berufen wäre.

Dass uns die Arbeiten vieler nordischen Forscher, wie P. E. Müller, G. O. Sars, Lilljeborg, Nordquist und Neumann, ferner diejenigen von Plateau, Hoek, Brady, Hudson und Gosse die Grundlagen für die systematische Feststellung zahlreicher hervorragend in Betracht fallender Thiergruppen bilden, darf natürlich nicht ausser Acht gelassen werden. Auch in diesen Staaten ist von Seiten der Behörden ein reges Interesse für die Sache vorhanden, wie es die Entstehung eines von Dr. O. Nordquist geleiteten Institutes zu Ewois in Finland beweist, das von der russischen Regierung subventionirt wird. Wie lange wird es wohl dauern, bis auch unsere Behörden den Nutzen derartiger Institute erkennen und unterstützen lernen?

Physiographische Verhältnisse des grossen Moosseedorfsees.

Ungefähr 2 Stunden nördlich von Bern zieht sich ein weiter Thalboden in annähernd westöstlicher Richtung von Schüpfen gegen Schönbühl hin, beiderseits überragt von sanften Molassehügeln, auf denen Gletscherschutt als jüngste Ablagerung aufruht. In dieser flachen Mulde finden wir zwei Seebecken von sehr ungleicher Grösse eingesenkt, das westliche führt den Namen des kleinen oder obern, das östliche den des grossen Moosseedorfsees. Ersterer wird wohl auch mit dem Namen Hofwylersee belegt. Diese beiden Seen bilden die Ueberreste eines einzigen ausgedehnten Wasserbeckens, das sich in früherer Zeit in mehr als doppelter jetziger Länge und entsprechender Breite überall dahin erstreckt hat, wo heute die Seekreide als Unterlage unter der Humus- oder Torfschicht gefunden wird. Die Verbreitung der Seekreide finden wir auf einem von Herrn Dr. Uhlmann in Münchenbuchsee gezeichneten Kärtchen dargestellt[29]).

Die Ursachen zur Bildung dieses Wasserbeckens sind wohl nicht mit Sicherheit festzustellen. Rütimeyer[30]) denkt sich für eine frühere geologische Epoche den Lauf der Aare über das von der Urtenen, dem

jetzigen Abfluss des Moosseedorfsees durchflossene Gebiet verlegt, wohl in der Voraussetzung, dass ein so unbedeutender Bach, wie die Urtenen ihm nicht genügend schien, den breiten Einschnitt in das Molasseplateau, den wir jetzt in dieser Gegend finden, veranlasst zu haben. Ebenso sollten die Thäler der Lyss und des Limpachs der Aare gedient haben, bevor irgend ein Ereigniss die letztere — nicht ohne Widerstand von ihrer Seite — in den sonderbaren Biegungen unterhalb Bern weit höher in die grosse Niederung am Jura zu fallen nöthigte als heute.

Für die weitere Entwicklung der für uns in Betracht kommenden Thalstrecke scheint mir die Thatsache von Bedeutung, dass der Thalboden nach zwei entgegengesetzten Seiten entwässert wird, indem der Lyssbach nach Nordwesten, die Urtenen nach Osten abfliesst. Die Wasserscheide selbst liegt mitten im flachen Thalboden, durch keine besondere Erhebung bezeichnet. Während die Lyss nach Verlassen des Thales in starkem Gefälle die westlich vorlagernden Molassehügel durchbricht, fliesst die Urtenen in vielfachen Windungen anfänglich durch ziemlich ebenes, verschwemmtes Gletschergebiet, um sich dann nach Norden zu wenden und unterhalb Bätterkinden mit der Emme zu vereinigen.

Da nun gegenwärtig der tiefste Punkt des grossen Moosseedorfsees in 503 Meter Meereshöhe liegt, ist die Aushöhlung dem ostwärts fliessenden Gewässer zuzuschreiben, das heute allerdings erst bei Fraubrunnen, also in 2 Stunden Entfernung auf diese Erhebung über dem Meeresspiegel sinkt, sofern man nicht die ganze Aushöhlung des Thales einem ostwärts verlaufenden Arme des Rhonegletschers als Erosionswirkung zuzuschreiben geneigt ist. Der Lyssbach nämlich durchschneidet in enger Furche den aus Molasse bestehenden Untergrund in höherem Niveau. Während der Gletscherzeit hat sich nun ein Moränenhügel in der Richtung Urtenenberg-Urtenen gebildet und auf diese Weise wurde der Ablauf des Thales zu einem See aufgestaut.

Leider liegen uns keine genauen Angaben aus historischer Zeit über die frühere grössere Ausdehnung des Sees vor. Jedenfalls war die Trennung des Sees in 2 Becken zur Pfahlbauzeit bereits vollzogen, da nach den bisherigen Erfahrungen die Pfahlbauer ihre Wohnungen nur in unbedeutender Entfernung vom Ufer zu erstellen pflegten und eine solche Station unweit des oberen Endes des grossen Moosseedorfsees aufgefunden wurde. Gegenwärtig besitzt derselbe eine Oberfläche von 310670 m². Er hat eine langgestreckte, in der Mitte etwas

eingeschnürte Form. Diese Einschnürung bedingt die Theilung in zwei ungleich grosse Becken. Der Wasserspiegel liegt in 523,78 Meter Meereshöhe. Da auf unsern topographischen Karten bisher nur für die grösseren Seen genaue Auslothungen vorliegen, musste zur Bestimmung des Bodenreliefs eine Lothung erst vorgenommen werden. Dass sich natürlich auch an diese Seen im Volke die Sage an eine fast unergründliche Tiefe knüpfte, ist als selbstverständlich anzusehen; doch war gelegentlich der Herausschaffung eines vor circa 20 Jahren beim Schlittschuhlauf im Eise eingebrochenen Mannes an der betreffenden Stelle eine Tiefe von circa 80 Fuss bestimmt worden.

Es würde uns zu weit führen, hier eine Darstellung zu geben über die Art der Ermittlung der Tiefenverhältnisse, wie sie mit Unterstützung des eidgenössisch-topographischen Bureau im Herbst 1891 vorgenommen wurde. Es möge bloss erwähnt werden, dass im grossen See an 86, im kleinen See an 11 verschiedenen Punkten die Tiefen gemessen wurden. Diese Lothungen gestatteten nun eine ziemlich genaue Tiefenkarte der beiden Wasserbecken zu erstellen. Die in einer Aequidistanz von 2,5 Metern gezogenen Isobathen geben einen bequemen Ueberblick über die Tiefenverhältnisse der beiden Seen. Aus diesem geht hervor, dass der schon durch seine Umrisse in zwei deutliche Becken getrennte Moosseedorfsee auch bathymetrisch in solche zerfällt, welche Trennung durch eine nur 10 Meter unter dem Wasserspiegel liegende Bodenschwelle bewirkt wird. Die grösste Tiefe des grossen Sees liegt im westlichen, d. h. oberen Becken und beträgt 21,5 Meter, diejenige im untern Becken 19 Meter. Erstere liegt deutlich in der Verbindungslinie der Ein- und Ausmündungsstelle der Urtenen, letztere etwas nördlich von dieser Linie, besser gegen die Seemitte zu. Die in das Kartenbild eingetragenen Isobathen erlauben auch eine Volumenbestimmung des Sees, die mit Zuhülfenahme der hypsographischen Curve [31]) für den grossen Moosseedorfsee

3'447'600 Kubikmeter ergibt.

Danach beträgt die mittlere Tiefe des Sees 11,1 Meter.

Das Ufer fällt an verschiedenen Stellen des Sees sehr ungleich gegen die Tiefe ab. Da an einzelnen Strecken die Wurzelgeflechte der Uferpflanzen als zusammenhängende Decke auf dem Wasserspiegel vorrücken und zwischen sich Humusschichten ablagern, kommt auf diese Weise eine geradezu überhängende Uferbildung zu Stande; wir können an solchen Stellen unmittelbar neben dem Ufer eine Tiefe des Sees von 2—4 Meter messen. Häufiger senkt sich dagegen der Seeboden

Während in unseren grössern Seen wir noch in bedeutende Tiefen herunterzublicken im Stande sind, verschwindet im grossen Moosseedorfsee das pelagische, in die Tiefe gesenkte Netz ziemlich rasch vor unsern Augen; in circa 2 Metern Tiefen ist es häufig nicht mehr sichtbar. Es ist also die Durchsichtigkeit des Wassers eine geringe, was sich schon daraus entnehmen lässt, dass die schön blaue Färbung unserer grössern Seen hier einer wechselnden, bald braungrünlichen, bald gelblich grünen Farbe weichen muss.

In Ermangelung eines jener Präcisionsinstrumente, wie sie in neuerer Zeit so vielfach für die Bestimmung der Temperaturen des Wassers in verschiedenen Tiefen der Seen und Meere gebraucht werden, musste ich, um einige Zahlen in dieser Beziehung zu erhalten, zu einem primitiveren Mittel greifen, die Wärmeverhältnisse unseres Sees festzustellen. Dasselbe bestand darin, dass ich aus verschiedenen Tiefen Wasser schöpfte und dann über der Oberfläche dessen Temperatur bestimmte. Zu diesem Zwecke band ich an eine von 2 zu 2 Meter mit Marken versehene Lotleine eine Schöpfflasche, deren Hals durch einen mit seitlich angebrachten Einschnitten versehenen Kork nur unvollständig verschlossen bleibt. Diese Flasche wird durch ein angehängtes Gewicht beschwert. Die in eine bestimmte Tiefe heruntergelassene Flasche füllt sich nun, sofern die Einschnitte im Kork klein genug gemacht wurden, nur sehr langsam mit Wasser, das zugleich seine Temperatur der Flasche selbst mittheilt. Man kann hiebei die Erfahrung machen, dass sich in grösseren Tiefen, in Folge des daselbst herrschenden Druckes die Flasche rascher füllt als in geringen. Nachdem die Flasche die nöthige Zeit in der Tiefe geblieben, wird sie so rasch als möglich wieder heraufgezogen und nachdem der Kork entfernt, vermittelst eines empfindlichen Thermometers die Temperatur des geschöpften Wassers bestimmt. Die auf diese Weise erhaltenen Grössen dürfen, da beim raschen Herablassen und Hinaufziehen eine Mischung mit dem Wasser der obern Schichten nur in geringem Masse stattfindet, und die Wärmezufuhr durch Mischung und Leitung, sofern man die Messung mit der nöthigen Vorsicht, d. h. rasch und im Schatten vornimmt, die Temperatur des geschöpften Wassers nur wenig verändert, auf grosse Genauigkeit zwar keinen Anspruch machen, aber doch für viele Zwecke genügen, da schon geringe Tiefenunterschiede deutlich messbare Temperaturdifferenzen ergeben. Es würde sich empfehlen, wenn Einer, der über eines der in der Neuzeit gebräuchlichen Instrumente, wie z. B. das Umkehrthermometer von Negretti

und Zambra verfügt, Vergleiche mit der von mir angewandten Methode anstellen würde.

Diese Messungen wurden nun zu verschiedenen Malen angestellt und ergaben folgende Resultate:

1892	16. Juli	27. Juli	16. Aug.	30. Aug.	16. Sept.	20. Okt.
Lufttemperatur	16 ° C.	— ° C.	20,4 ° C.	° C.	° C.	° C.
Oberfläche	20,7	19,6	23,3	21,2	18,8	11,5
2 m Tiefe	20,5		22,2		18,3	
4 m Tiefe	17,8		21,1		17,4	
6 m Tiefe	15,5		17,4	17,0	16,4	10,6
8 m Tiefe	14,3	10,7	14,8	13,2	13,3	
10 m Tiefe	13,4		12,2	11,8	11,8	9,0
12 m Tiefe	12,5		11,8	11,2	11,1	
14 m Tiefe	12,0		11,5	11,2	10,9	8,8
16 m Tiefe	11,2			10,6	10,5	
18 m Tiefe	10,3	10,2		10,5	10,5	8,6

Die nur unvollständig durchgeführten Beobachtungsreihen gestatten wenigstens theilweise, sich ein Bild von den Temperaturunterschieden im Laufe des Sommers zu machen. Es ergibt sich daraus, dass im Sommer 1892 die Temperatur in der Tiefe jedenfalls wenig über 10,5 gestiegen ist, während an der Oberfläche das Wasser im August das Maximum mit 23,3 erreichte. Da diese Messungen meist Vormittags zwischen 7 und 10 Uhr angestellt wurden, so ist es wahrscheinlich, dass die Oberflächentemperatur des Wassers in der Seemitte noch höher stieg, wie denn auch die Wassermassen über der Schaar stets eine höhere Temperatur im Sommer aufweisen als die offene Seefläche. Die Temperatur der dem See zufliessenden kleinen Bäche bleibt im Sommer niedriger als diejenige des Seewassers, im Juli und August zeigten solche gewöhnlich bloss 11 oder 12 ° C.

Der See friert in jedem Jahre zu; es bleiben aber öfter die Einmündungen der Bäche eisfrei, darauf weisend, dass ihre Temperatur etwas höher bleibt als diejenige des Seewassers, da der schwache Lauf gewiss nur wenig zur Verhinderung der Eisbildung beiträgt.

Der Moosseedorfsee gehört nach seinen Wärmeverhältnissen bei Anwendung einer von Forel vorgeschlagenen Klassifikation zum *gemässigten Typus* der Seen. Diesen repräsentiren alle diejenigen Seen, in denen im Sommer das wärmste Wasser an der Oberfläche, das kälteste am Grunde sich befindet, im Winter dagegen die Verhältnisse gerade umgekehrt liegen. Die erstere Anordnung der Wasserschichten nennt Forel:

«*stratification directe*», was Ed. Richter[32]) mit «*regelmässiger Schichtung*» übersetzt. Für die im Winter bestehenden Verhältnisse, wo das wärmste Wasser in der Tiefe, das kälteste an der Oberfläche sich findet, hat Forel die Bezeichnung «*stratification inverse*» («*umgekehrte Schichtung*» nach Ed. Richter) eingeführt.

Da der grosse Moosseedorfsee eine Maximaltiefe von 21,5 Metern besitzt, erreichen die jährlichen Temperaturschwankungen auch den Grund. Von den in der Schweiz liegenden Seen weist nach den bisherigen Forschungen nur der Genfersee mit 309 Meter Maximaltiefe während des ganzen Jahres, abgesehen von etwa eintretenden «*säkularen*» Aenderungen, die durch Erkalten in einem besonders strengen Winter stattfinden können, die gleiche Temperatur in der Tiefe auf, die Wärmeschichtung bleibt hier stets regelmässig; Seen vom Charakter des Genfersees bilden den *tropischen Typus*. zu dem auch die italienischen Seen, sowie die eigentlich tropischen Becken in Afrika gehören. Alle übrigen Seen der Schweiz gehören zum gleichen Typus wie der Moosseedorfsee, sofern sie nicht, wie einige Gletscherseen, den «*polaren Typus*» repräsentiren, bei dem sich das ganze Jahr die umgekehrte Wärmeschichtung vorfindet. Ohne Zweifel wirkt die im Winter vorhandene Eisdecke auch auf die Temperatur der Umgebung ein; im Frühjahr wird durch die Eismasse Wärme gebunden und im Herbst bei eintretender Kälte das noch relativ warme Wasser die Luft der Seeumgebung erwärmen.

Bevor ich nun zu einer Schilderung der Pflanzen- und Thierwelt des grossen Moosseedorfsees übergehe, möge es gestattet sein, eine kurze Darstellung der Bodenverhältnisse der Umgebung der beiden Seen zu geben.

Wer sich vom Dorfe Münchenbuchsee aus nordwärts bewegt, wird, nachdem er die mit Gletscherschutt überdeckten Molassehügel, in die beim Bau der Strasse vielfach tiefe Einschnitte gemacht wurden, überschritten hat, überrascht vor der besonders in der Richtung von West nach Ost ausgedehnten Ebene stehen, in deren östlicher Hälfte die beiden Seespiegel der Landschaft einen anmuthigen Anblick verleihen. Westwärts dagegen dehnt sich in derselben Ebene ein weites Torfmoor aus, in dem Torfstiche mit angrenzenden Trockenplätzen für den zu trocknenden Torf, magere Wiesen und gut bebautes Land abwechseln. Ausser den meist an der den flachen Thalboden der Länge nach durchziehenden, grossen Landstrasse gelegenen stattlichen Bauernhäusern, treffen wir die Ebene mit zahlreichen Holzhütten übersät, in denen der Torf, nachdem er auf dem freien Felde getrocknet worden,

aufbewahrt wird. Nördlich von der Thalsohle steigt das Gelände wieder stark an, um in meist mit Wald bedeckten, die Seespiegel um 50 bis 60 Meter überragenden Hügeln den Horizont zu begrenzen. Zwischen diesen Wäldchen trägt der aus Gletscherschutt bestehende fruchtbare Boden fleissig bebautes Acker- und Wiesland, stellenweise unterbrochen von schmucken, in allemannischer Art von Obstgärten umgebenen Bauernhöfen. Im äussersten Osten lehnt sich der durch eine Landstrasse und Eisenbahnlinie überdämmte Thalboden an die waldigen Höhen des Grauholzes, an dessen Fuss ein weithin sichtbarer Obelisk an ein für die Geschicke der alten Republik Bern verhängnissvolles Treffen erinnert. In diesem ganzen Thalboden tritt, wie bereits früher erwähnt, die Seekreide als Unterlage auf.

Diese Seekreide[33]), auch Alm oder Blanc-fond genannt, kommt in zahlreichen kleinern Torfmooren der Alpen, sowie auf den Mooren auf den Alluvialgebieten der grössern Flüsse und in den Wiesenmooren längs verschiedener europäischer Flüsse und Ströme vor. Eine weite Verbreitung besitzt sie in Südbaiern und der Schweiz. In unsern Gegenden treffen wir sie vielfach als Untergrund der verschiedenen Torfmoore, so im Vilbringenmoos, im Moos bei Beitenwyl, Gümligen, Urseilen etc. Dieselbe liegt in verschiedener Mächtigkeit den Gletscherablagerungen und Schottermassen auf. Ueber die Verbreitung und Ausdehnung derselben in unserem Gebiete vergleiche man die bereits angeführte Arbeit von Uhlmann[29]). Die Seekreide stellt im feuchten Zustande eine weissliche, schlüpfrig breiige, das Wasser zurückhaltende, im ausgetrockneten Zustande eine feinerdig sandige, lockere, aus feinen krystallinischen Kalktheilchen bestehende Masse dar, die sich als Niederschlag aus der doppelkohlensauren Lösung im Wasser durch Entweichen von Kohlensäure und Verdunstung des Wassers bildet. Während sich in den die Seekreide überlagernden Torfmassen in Folge der Löslichkeit der kohlensauren Kalkschalen in dem sich hier bildenden gerb- und quellsatzsauren Ammoniak nur selten Reste von Mollusken vorfinden, sind diese in der Seekreide selbst dagegen stellenweise häufig und gehören natürlich den see- und sumpfbewohnenden Arten von Schnecken an, die zum Theil noch jetzt, sofern die Wasseransammlung über diesen Bildungen nicht verschwunden ist, in der betreffenden Gegend zu finden sind.

Während das westlich von den beiden Seen gelegene Torfmoor noch eine ziemliche Anzahl seltener Pflanzenarten aufweist, die aber durch die fortschreitende Entsumpfung immer mehr ihrem Aussterben

entgegengehen, sind mit geringen Ausnahmen dieselben in unmittelbarer Nähe der Seen, wohl hauptsächlich wegen der im Jahre 1856 vorgenommenen Korrektion der Urtenen, verschwunden. Gut angebautes Land tritt fast rings um den grossen See unmittelbar an die Wasserfläche heran, häufig von derselben nur durch ein undurchdringliches Gebüsch von Weiden und Erlen getrennt. Der kleine See dagegen ist fast ringsum von sauren Wiesen, die zu einer grossen Zeit des Jahres überschwemmt sind und desshalb ein Herantreten an die offene Wasserfläche verhindern, in weiter Erstreckung umgeben.

Die eigentliche Wasserfläche der Seen ist nun in ihrer Randzone, die wir bereits oben mit Seligo als die Schaar bezeichnet haben, in dichten Beständen von Schilf *(Phragmites communis* Trin*)* dem schmalblätterigen Rohrkolben (*Typha angustifolia* L.) und der Binse (*Scirpus lacustris* L.) etc. in weiter Ausdehnung bewachsen. In den Lücken zwischen den genannten Pflanzen treffen wir häufig die flachschwimmenden Blätter der weissen Seerose, während die gelbe Seerose (*Nuphar luteum* Sm.*)* weiter vom Lande weg, ausserhalb des Schilfwaldes die innere Umrandung der Wasserfläche darstellt. Da und dort ragen Wasserlilien *(Iris pseudacorus* L.) aus dem Uferdickicht hervor. In den Uferstreifen zwischen den beiden Schiffshäuschen am Südufer tritt das Hornblatt *(Ceratophyllum demersum* L.) und *Chara fœtida* A. Br. auf, während das Tausendblatt *(Myriophyllum spicatum* L.) wohl längs des ganzen Seeufers in vereinzelten Beständen zu finden ist, da und dort der Thierwelt eine bequeme Wohnstätte bietend.

In der westlichen Ecke des gr. Sees, unmittelbar neben dem Badehäuschen, sowie auch am kl. See finden wir die Halme des *Acorus calamus* L., allerdings nicht von jeher hier heimisch, sondern vor unbekannter Zeit angepflanzt, wie denn alle unsere Kalmuspflanzen nach Ludwig[34]) von einem Rhizom abstammen sollen, das 1574 von Clusius in Wien eingeführt wurde.

Am nördlichen Ufer, da wo eine breite Landstrecke die Einschnürung des See's bewirkt, ist der Standort einer typischen Sumpfpflanze, des Fieberklee's *(Menyanthes trifoliata* L.*)* Reste aus der Pfahlbauzeit beweisen uns, dass auch die gegenwärtig aus unserem Gebiete verschwundene Wassernuss (*Trapa natans*) in unserm See vorkam, deren einzige Standorte in der Nordschweiz heute nach Christ ein Teich bei Roggwyl und Elgg im Kanton Zürich sein sollen.

Der Verbindungskanal der beiden Seen zeigt eine von der Randzone der Seen nicht erheblich verschiedene Flora. Hier wie dort stehen mächtige Schilfhalme, verdecken Seerosenblätter den Wasserspiegel. Während aber im grossen See die typische Form der *Potamogeton natans* L. sich findet, hat die durch schmälere, gekräuselte Blätter der Strömung besser angepasste *var. fluitans* Roth sich hier angesiedelt.

Begreiflicherweise bilden aber auch niedere Gewächse einen wichtigen Bestandtheil der Pflanzenwelt unserer Seen. Die in dichten Rasen stehenden Armleuchtergewächse *(Chara fœtida* A. Br.) haben wir, weil auch dem oberflächlichen Beobachter in die Augen fallend, bereits erwähnt. Daneben sind Ufersteine, die im Wasser befindlichen Theile von Schilfstengeln, ins Wasser gefallene, abgestorbene Aeste der das Ufer bewohnenden Bäume und Sträucher von zahlreichen Fäden von *Confervoiden* und *Zygnemaceen* wie mit einem Schleier überzogen. Auf den Steinen erheben sich zudem kleine unregelmässig geformte Polster von *Chaetophora endiviaefolia* Ag. Eine genauere Durchforschung wird neben den von mir aufgefundenen *Bulbochaete setigera* Ag., *Cosmarium botrytis* Menegh und *Pediastrum Boryanum* Men. noch eine Menge anderer Grünalgen als Bewohner der Uferzone ergeben. Die zuletzt genannte Pflanze zeigt eine überaus grosse Variabilität in der Zahl der eine Familie bildenden Zellen; weitaus am häufigsten sind 16 Zellen zu einem Coenobium vereinigt, während mir 32 Zellen seltener und mehr gar nie zu Gesicht kamen.

Unter den Diatomeen sind mir besonders die in Gallertröhren eingeschlossenen Schalen der *Encyonema prostratum* Ralfs und die durch ihre Grösse auffallende *Synedra capitata* Ehrenberg, verschiedene *Gomphonema*-Arten aufgefallen. Auch hier wird eine spezielle Untersuchung noch viele weitere Arten nachweisen, wie ein Vergleich der von uns gefundenen Formen mit den viel mannigfaltigeren Funden von Paul Petit[35]) in Vogesenseen zeigt.

Ausserhalb des Schaarrandes treffen wir nur vereinzelt festwurzelnde Gewächse an. Hier treten meist freischwimmende, limnetische Formen an ihre Stelle. Auch im Moosseedorfsee, und zwar nach meinen bisherigen Resultaten nur im grossen See, tritt die aus zahlreichen Wasserbecken, besonders durch die Untersuchungen von Imhof, nachgewiesene zierliche *Asterionella formosa* nebst anderen nicht näher bestimmten Diatomeen als limnetisch lebende Pflanze auf. Es mag hier auch des häufigen Vorkommens des *Ceratium hirundinella* Ehrbg. Erwähnung gethan werden, da die Gruppe der Peridineen in neuester

Zeit von einigen Botanikern, wie Klebs und Schilling[36]) dem Pflanzenreich zugetheilt wurde. Dass auch hier fortgesetzte Studien das Vorhandensein von zahlreichen weiteren Vertretern aus den genannten Gruppen nachweisen werden, beweisen uns die von Imhof gegebenen Verzeichnisse pelagischer Diatomeen[37]) aus verschiedenen Seen, Arbeiten von Brun über den Genfersee[38]) und solche von Penard[39]) über Rhizopoden und Peridineen desselben Wasserbeckens.

Die Thierwelt des grossen Moosseedorfsees.

Für die Betrachtung der Thierwelt des gr. Moosseedorfs liegen uns zwei Wege offen, entweder die Gruppirung derselben nach den bereits charakterisirten drei in jedem See von grösserer Ausdehnung in Betracht kommenden Zonen, der Littoralzone, des limnetischen Gebietes und der Tiefenregion, oder die Aufzählung nach systematischer Reihenfolge. Wir schlagen den letzteren Weg ein, werden aber nicht ermangeln, nachher wenigstens die limnetischen Formen zusammenzustellen.

Der unterste Typus der Thiere, die **Protozoen** umfassend, fand bei meinen Untersuchungen einstweilen nur ganz nebensächliche Behandlung. Ich begnügte mich mit der Bestimmung derjenigen Formen, die mir in dem aus der limnetischen Region stammenden Material zu Gesichte kamen. In diesem mussten die in ungeheuren Mengen auftretenden Kolonien von *Dinobryon sertularia* Ehrbg. sogleich auffallen. Eigentümlicherweise fand ich im kleinen See keine Spuren derselben, während z. B. eine ganz unbedeutende, nirgends über 1 Fuss tiefe Lache auf dem Murifelde bei Bern mir einige Exemplare lieferte. Ich muss zugeben, dass die an diesen beiden Orten gefundenen Kolonien nicht vollständig übereinstimmen, so dass ich die Vermuthung hege, die aus dem Torfgraben auf dem Murifeld stammenden Exemplare gehören der typischen *Dinobryon sertularia* Ehrbg. an, die im Moosseedorfsee vorkommende Spezies sei dagegen eine der von Imhof beschriebenen Arten. Falls das letztere der Fall ist, so scheint für das Vorkommen dieser zweiten Form und ihre gedeihliche Entwicklung eine gewisse Ausdehnung und Tiefe des Wasserbeckens erforderlich zu sein. Diese Dinobryonkolonien bevölkern in Gesellschaft mit *Ceratium cornutum* Ehrbg., *Asterionella formosa* und andern nicht näher bestimmten Diatomeen, und den später zu erwähnenden Räderthieren die obern Wasserschichten, wo sie mit dem feinen Netz leicht erhalten werden, während das Netz aus grobmaschiger Gaze meist

nur *Copepoden* und *Daphniden* enthält, zusammen jene Thier- und Pflanzengesellschaft bildend, die man in neuester Zeit nach Hæckel mit dem Ausdruck *Limnoplankton* zu bezeichnen pflegt.

Von den übrigen von Imhof in seinem Aufsatz über die Zusammensetzung der limnetischen Fauna der Süsswasserbecken aufgezählten Protozoen habe ich trotz häufig in verschiedenen Jahres- und Tageszeiten wiederholter Versuche keine Spur auffinden können, dagegen waren die aus dieser Region stammenden Entomostraken sehr häufig mit *Epistylis lacustris*, verschiedenen Suktorien und andern Infusorien besetzt.

Unzweifelhaft bieten auch die littoralen Gebiete eine reiche Fundgrube für Protozoen der verschiedensten Art. Einzelne Funde mögen nur beiläufig erwähnt sein. Geradezu in Unzahl belebt *Coleps hirtus* O. F. Müller den Uferschlamm und zwar den ganzen Sommer hindurch. Häufig treten uns zwischen Algenfäden die verhältnissmässig grossen Formen von *Stentor polymorphus* Ehrbg. entgegen, unter etwas abweichenden Verhältnissen, durch eine Gallerthülle zu einer Kolonie vereinigt *Stentor Roeselii* Ehrbg. Zahlreiche *Hypotrichen* schwimmen zwischen Algenfäden hindurch. Auf dem nach Hause gebrachten Pflanzenmaterial entfalten sich nach kurzer Zeit zierliche Vorticellen und Carchesiumstöckchen. Es scheint mir nicht unwichtig hervorzuheben, dass die im Limnoplankton auftretenden Copepodenformen mit Epistylisstöckchen, die sich durch einen starren Stiel auszeichnen, besetzt sind, während auf den in der littoralen Zone anzutreffenden Cyclopsarten meist Vorticellen aufsitzen, die einen contractilen Stiel besitzen. Sollte wohl diese letztere Form eine Anpassung an das Leben zwischen einem dichten Gewirr von Pflanzen darstellen, wodurch der Schmarotzer vermöge seiner Contractilität leichter der Gefahr von seinem Wirtsthier abgerissen zu werden, entgeht?

Aus der im Meere in grosser Vielgestaltigkeit auftretenden Klasse der **Hydrozoen** hat sich eine einzige Gattung *Hydra* in die Süsswasserbecken der Alpen und des Alpenvorlandes geflüchtet, die auch im Moosseedorfsee zu den häufigen Erscheinungen gehört. Nicht dass ich mir die Zeit genommen hätte den Polypen oftmals an Ort und Stelle in seinen Bewegungen zu verfolgen, dagegen hatte ich fast jedesmal Gelegenheit, ihn an den Wänden der meine Beute fassenden Gläser oder an darin enthaltenen Zweigen von Ceratophyllum, Myriophyllum oder Charen zu beobachten, die ich bei meinen Exkursionen nach Hause

brachte. Nach kurzer Zeit fingen die Thiere an sich durch Knospung zu vermehren. Da ich die Diagnosen, der von Forel aus dem Genfersee erwähnten 6 verschiedenen Hydra-Arten nicht zur Verfügung habe, muss ich auf eine Artbezeichnung verzichten, glaube aber, sofern wenigstens die Namen *fusca, grisea, aurantiaca, rubra, viridis* wichtige konstante Eigenschaften — hier allerdings bloss die Farbe — bezeichnen, die vorliegende Form als *H. fusca L* ansprechen zu müssen. Das Thier war kurz nach der Eisschmelze bis zum Gefrieren der Oberfläche immer wieder aufzufinden.

Aus der in vielen Wasseransammlungen vorkommenden Klasse der **Schwämme** habe ich trotz besonderer Nachforschungen keine Vertreter auffinden können.

Unter den **Würmern** gehören die *Räderthiere* ohne Zweifel zu den interessantesten Formen des Süsswassers. Ihre systematische Stellung ist noch jetzt umstritten; die grosse Mehrzahl der Zoologen theilt sie ohne Zögern der vielgestaltigen Gruppe der Würmer zu, andere Forscher, wie Leydig, finden Anhaltspunkte für eine Zuweisung zu den Arthropoden, insbesondere den Krebsen.

Schon vor 40 Jahren hat Perty in seinem bereits erwähnten Werke: «Zur Kenntniss der kleinsten Lebensformen» eine für damals ganz stattliche Anzahl von Arten aus der Schweiz namhaft gemacht, wobei ihm die Umgebungen Berns einen grossen Theil des Materials lieferten. Seine Beobachtungen beziehen sich aber ausschliesslich auf Littoralformen und in kleineren Wasseransammlungen lebende Arten und doch umfasst sein Verzeichniss nicht weniger als 102 in der Schweiz vorkommende Species, zu denen dann erst in viel späterer Zeit eine weitere Zahl hinzukam, die von Schoch, Imhof, Weber und Ternetz in der Schweiz aufgefunden, beziehungsweise neu beschrieben wurden.

Wir verdanken hauptsächlich dem eifrigen Erforscher der limnetischen Thierwelt, Dr. O. E. Imhof den Nachweis, dass die Rotatorien einen wesentlichen Bestandtheil des Limnoplankton ausmachen. Durch die Anwendung feinerer Netze mussten ihm die in ungeheurer Anzahl die Seen bevölkernden Vertreter dieser Thierklasse massenhaft zur Beute werden; der bereits im Jahre 1871 geführte, aber erst 1877 weiter bekannt gewordene Nachweis des Vorkommens von *Conochilus volvox* in einem der Wittingauerteiche (Böhmen) durch den Cladocerenforscher B. Hellich, scheint damals nicht weiter beachtet worden zu sein, oder wenigstens nicht Veranlassung zu weiteren Nachforschungen gegeben zu haben. Erst seit dem Erscheinen in kurzen Zeit-

intervallen sich folgender Notizen Imhofs im zoologischen Anzeiger hat sich die Ansicht befestigt, dass auch noch andere Organismen als Crustaceen an der Zusammensetzung des Limnoplanktons sich betheiligen.

Die von mir in verschiedenen Jahreszeiten im grossen Mooseedorfsee aufgefundenen Arten von *limnetischen Rotatorien* sind:

1. *Asplanchna priodonta* Gosse *var. helvetica* Imh., sehr häufig,
2. *Synchaeta pectinata* Ehrenbg., nur vereinzelt,
3. *Polyarthra platyptera* Ehrenbg., ebenfalls nur vereinzelt,
4. *Euchlanis macrura* Ehrenbg., sehr selten,
5. *Metopidia lepadella* Ehrenbg., ebenfalls sehr selten,
6. *Anuraea aculeata* Ehrenbg., häufig,
7. » *cochlearis* Gosse, »
8. *Notholca longispina* Kellic, zu Zeiten sehr häufig.

Die Mehrzahl der eben erwähnten Arten hat eine sehr grosse Verbreitung und es sind dieselben in den meisten Seegebieten nachgewiesen, in denen mit dem feinen Netz nach limnetischen Organismen gefischt wurde. Zacharias fand dieselben in den norddeutschen Seen, Pavesi in italienischen Süsswasserbecken, Imhof in vielen von ihm durchforschten Seegebieten Oesterreichs, Deutschlands, Frankreichs und der Schweiz.

Neuerdings werden eben dieselben Arten von Richard für die zahlreichen Seen der Auvergne namhaft gemacht. Dass einige dieser Arten sehr hoch in den Alpenseen noch vorkommen, ist besonders von Imhof mehrfach hervorgehoben worden.

Gelegentlich fielen mir auch bei Untersuchungen des Materials aus der Uferzone Vertreter dieser Thierklasse unter die Augen, von denen *Anuraea aculeata* Ehrenbg. und *Rotifer macrurus* Ehrbg. sich in dem Gewirre der Spirogyrenfäden aufhielten, die vielerorts Steine und Detritus überziehen.

Imhof[38]) hat in ähnlicher Weise wie die später zu besprechenden Crustaceen die in der Schweiz bisher aufgefundenen Räderthiere zusammengestellt, wobei ihm aber natürlich eine seither erschienene Arbeit von Ternetz[39]) über die Rotatorien der Umgebung von Basel noch nicht zugänglich war. Sein Verzeichniss umfasst 130 Arten und 2 Varietäten. Vergleichen wir damit eine von Dalla Torre[40]) in Innsbruck gegebene Aufzählung der in Tyrol beobachteten Arten, so muss die übereinstimmende Artenzahl (132) auffallen. Immerhin ergeben sich bei genauerem Vergleich ziemlich erhebliche Differenzen. Die beiden Verzeichnisse weisen 71 Arten gemein-

sam auf, und von den um Basel durch Ternetz namhaft gemachten Arten (107) sind 70 nach Dalla Torre für das Tyrol nachgewiesen. Es wäre sehr zu wünschen, dass in den verschiedensten Theilen der Schweiz Nachforschungen nach diesen Thieren angestellt würden, um ein möglichst vollständiges Bild der Verbreitung derselben zu erhalten. Es steht hier ein Arbeitsfeld offen, das demjenigen, der über die nöthige Zeit und ein ausgezeichnetes Instrument verfügt, hohen Genuss und wesentlichen Erfolg bieten muss, zumal in dem grossen Werke von Hudson und Gosse[41]) *The Rotifera or wheel animalcules* ein Hilfsmittel ersten Ranges geschaffen ist, das nicht so leicht übertroffen sein wird.

Es mag hier vielleicht auch der Ort sein, des Vorkommens zweier Thiere im Uferschlamme unseres Sees zu gedenken, deren systematische Stellung ebenfalls noch viel umstritten wird; es betrifft dies:

1. *Macrobiotus macronyx* Duj. nach Plate der einzige Bewohner des Süsswassers unter seinen Artgenossen, der mir im Juni 1892 mehrmals zu Gesicht kam und von Zschokke auch für sämmtliche Seen des Rhätikon erwähnt wird, und

2. eine *Ichthydium*-Art, die ich nicht näher bestimmt habe.

Wenn wir von den soeben betrachteten Räderthieren absehen, so kommen für die Süsswasseransammlungen aus dem vielgestaltigen Typus der Würmer unter den freilebenden Formen hauptsächlich die *Hirudineen, Oligochaeten, Nematoden* und *Turbellarien* in Betracht. Unter den **Hirudineen** treffen wir allerdings häufiger im kleinen als im grossen See *Nephelis octoculata* Bergm. Dieses Thier hält sich meist auf der Unterseite von Steinen auf und findet sich im Frühjahr, wenn nach der Schneeschmelze der Wasserstand besonders hoch ist, vielfach sogar in den an den See grenzenden überschwemmten Wiesen, die in späterer Jahreszeit vollständig trocken liegen. In den Seen selbst fielen mir die bekannten, fast in jedem Wassergraben zu findenden Pferdeegel (*Aulastomum gulo*) nicht auf, dagegen sah ich im Frühjahr eine grosse Anzahl in dem von Norden her dem kleinen See zufliessenden Bächlein willenlos dem offenen See zutreiben. Haben dieselben wohl im genannten Bächlein die rauhe Jahreszeit überstanden, in das sie sich im Herbst zurückgezogen oder war es der rasche Lauf, der sie gegen ihren Willen aus ihrem gewöhnlichen Standorte vertrieb?

In Gesellschaft der *Nephelis* treffen wir sehr häufig unter Steinen zwei *Clepsine*-Arten und die grosse auffällige Turbellarie *Dendrocoelum lacteum* Oersted, während *Polycelis nigra* Ehrbg. von mir nur unter

Steinen der dem See zufliessenden Bächlein, niemals aber im See selbst gefunden wurde. Begreiflicherweise kommen in der Littoralzone verschiedene Rhabdocoeliden vor, unter denen ich einstweilen bloss *Mesostomum viridatum O.* Schm. und *rostratum* Ehrbg. anführen kann, da ich die Bestimmung der übrigen, nicht gerade selten auftretenden Vertreter der Familie wegen Mangel an Litteratur nicht durchführen konnte. Es war mir bei dem soeben erwähnten Uebelstande auch nicht sehr daran gelegen, Material aus den übrigen Würmergruppen zu erhalten; dagegen konnten mir die fast jedesmal mit dem Untersuchungsmaterial nach Hause gebrachten und hier sich lebhaft theilenden, durchsichtigen *Stylaria lacustris* L. (*Naïs proboscidea* Autor.) nicht entgehen.

Nicht gerade eine Thiergruppe, wie die das Süsswasser bewohnenden Würmer, bedarf so dringend einer neuen systematischen Bearbeitung, soll es dem Forscher, der sich mit der gesammten in seiner nähern Umgebung heimischen Thierwelt vertraut machen will, möglich sein, sich ohne Bewältigung ganzer Serien von Zeitschriften über die Systematik dieser Thiere klar zu werden. Es ist desshalb ganz unbegreiflich, wie Dr. O. Zacharias in der Vorrede zu dem Sammelwerke: «*Die Thier- und Pflanzenwelt des Süsswassers*» behaupten kann, es sei über die Gruppen der Würmer (nebst Infusorien und Hydren) viel leichter, sich Aufschluss zu verschaffen, als über die übrigen im Werke behandelten Thier- und Pflanzengruppen. Zudem halte ich die Ausführung des genannten Werkes zum grössten Theil als eine verfehlte, denn mit Ausnahme des Aufsatzes von Dr. Weltner über die Schwämme, der uns eine vollständige Systematik der in unsern Seen anzutreffenden Spongien nebst sehr nützlichen Winken über das Sammeln und Conserviren dieser Thiere gibt, enthalten die einzelne Thiergruppen behandelnden Abschnitte wenig mehr als was in einer Vorlesung über systematische Zoologie geboten wird. Herr Dr. Weltner hat desshalb mit seiner Kritik des Werkes in der naturwissenschaftlichen Wochenschrift, Jahrgang 1892, Nr. 44 und 46 uns vollständig aus dem Herzen gesprochen.

Einen integrirenden Bestandtheil der Fauna aller Wasseransammlungen bilden die **Crustaceen**; unter diesen ragen, was die Zahl der Arten und Individuen anbetrifft, hervor die *Entomostraken*, die desshalb bei der Untersuchung der Fauna des grossen Moosseedorfsees unser Hauptaugenmerk bildeten.

Während die *Cladoceren* der Umgebung Berns vor 15 Jahren durch Dr. A. Lutz [17]), die *Ostracoden* in neuester Zeit durch Dr. A.

Kaufmann[19]) in ausgezeichneter Weise erforscht wurden, liegen über die **Copepoden** unseres Gebietes noch keine Vorarbeiten vor. Ich war desshalb bemüht, zunächst für den grossen Moosseedorfsee den Bestand an Copepoden möglichst vollständig festzustellen und gedenke später die Verbreitung dieser Ordnung von Krebsthieren auch in andern Wasserbecken einer weitern Umgebung Berns zu erforschen, um auf diese Weise die Kenntniss der in unserem Gebiete vorkommenden freilebenden Entomostraken zu einem vorläufigen Abschlusse zu bringen.

In der Schweiz ist der erste Versuch einer Classification der Copepoden im Jahre 1820 durch den Genfer Jurine gemacht worden, nachdem bereits im Jahre 1785 der auch um die Kenntniss anderer Thiergruppen sehr verdiente dänische Forscher O. F. Müller, dem wir die erste systematische Zusammenstellung der Hydrachniden verdanken, eine verhältnissmässig grosse Anzahl dieser Thiere beschrieben und abgebildet hatte. Ihm folgte der bekannte Spinnenforscher C. L. Koch, der in den Jahren 1835 bis 1841 eine Anzahl Copepoden abbildete und beschrieb. Allerdings sind seine bildlichen und schriftlichen Darstellungen mangelhaft, so dass es in den wenigsten Fällen möglich ist, festzustellen, auf welche Arten sich seine Angaben beziehen. Ungleich sorgfältiger sind die Beschreibungen und Zeichnungen, des tüchtigsten Entomostrakenforschers Sebastian Fischer, die in den Jahren 1851—1860 erschienen. Im Jahre 1857 veröffentlichte der bekannte Zoologe und Crustaceenforscher Prof. Dr. Carl Claus seine ersten Studien über die Arten des Genus *Cyclops*, leider ohne die Arbeiten seiner Vorgänger, besonders diejenigen Fischer's gehörig zu berücksichtigen. Fast gleichzeitig (1863) mit seiner grossen, für alle späteren Bearbeiter grundlegenden *Monographie der freilebenden Copepoden* erschien die Arbeit von G. O. Sars in Christiania über die Ruderfüsser seiner an Seen so reichen Heimat, worin eine grosse Anzahl neuer Arten beschrieben sind, deren Vorkommen in viel weiteren Gebieten erst in neuerer Zeit festgestellt wurde. Es ist hier nicht der Ort, alle die zahlreichen Forscher namhaft zu machen, die sich die Erforschung der Süsswasser-Copepoden zum Ziel gemacht haben. Eine lange Liste diesbezüglicher Schriften findet sich in der von Herren Jules de Guerne und Jules Richard verfassten *Révision des Calanides d'eau douce* (63 Nummern) oder in einer Arbeit vom Jahre 1891 von Dr. O. Schmeil: *Beiträge zur Kenntniss der freilebenden Süsswassercopepoden Deutschlands mit besonderer Berücksichtigung der Cyclopiden* (51 Nummern). Wem es bloss daran gelegen ist, die in

einem bestimmten Gebiete vorkommenden Arten festzustellen, wird ausser den beiden soeben genannten Schriften besonders: *Die freilebenden Copepoden Württembergs und angrenzender Gegenden* von Julius Vosseler (1886) und Jules Richard: *Révision des espèces des copépodes libres d'eau douce qui vivent en France (Annales des sciences naturelles 1892, XII)* benützen müssen. Eine im vorigen Jahre erschienene ausführliche Arbeit von Schmeil: *Deutschlands freilebende Copepoden, I. Theil. Cyclopiden* war mir leider bisher nicht zugänglich.

Ein nicht zu unterschätzender Vortheil in dem Studium der Copepoden liegt nach meiner Ansicht in der grossen Lebenszähigkeit dieser Thiere im Vergleich zu den meist äusserst empfindlichen Cladoceren, so dass man im Stande ist, dieselben längere Zeit lebend zu erhalten und so immer frisches Material untersuchen kann. Für die Unterscheidung der Arten sind, wenigstens bei Cyclopiden, hauptsächlich die geschlechtsreifen Weibchen geeignet, während es nach dem bisherigen Stande unserer Kenntnisse nicht möglich ist, Larvenstadien mit Sicherheit nach Arten zu trennen. Für die im Folgenden aufgezählten Copepoden bedienen wir uns der von Schmeil festgestellten Namen, weil nach unserer Ansicht, dessen Diagnosen, bei aller Kürze die genauesten sind. Es sind von mir bisher im gr. Moosseedorfsee folgende Arten aufgefunden worden:

I. Eucopepoda.

1. *Cyclopidæ.*

1. *Cyclops fuscus* Jur. (*signatus* Koch).
2. » *albidus* Jur. (*tenuicornis* Cls.)
3. » *viridis* Jur. (*brevicornis* Cls.)
4. » *strenuus* Fischer.
5. » *Leuckarti* Sars, (*simplex* Pogg., Voss.).
6. » *bicuspidatus* Cls. (*pulchellus* Koch).
7. » *serrulatus* Fischer (*agilis* Koch).
8. » *macrurus* Sars.
9. » *affinis* Sars.
10. » *phaleratus* Koch.
11. » *oithonoides* Sars.

2. *Harpactidæ.*

1. *Canthocamptus spec?*

3. *Calanidæ.*

1. *Diaptomus gracilis* Sars.

II. Branchiura.

1. *Argulus foliaceus* L.

Unter den aufgezählten Arten sind *C. fuscus* Jur., *albidus* Jur. und *serrulatus* Fisch. diejenigen Formen, die während des ganzen Jahres, so lange der See eisfrei ist, in riesigen Schaaren die geschützteren Uferstellen bevölkern. Es dürfte wohl kein Tümpel in der Umgebung Berns aufgefunden werden, in der diese 3 Arten nicht vorkommen. *C. fuscus* und *albidus* lassen sich schon von blossem Auge leicht unterscheiden, erstere Art ist etwas grösser und trägt die Eiersäcke dem Körper eng anliegend, diese sind zudem von dunkler Farbe; letztere Form ist schlanker und trägt die beiden milchweissen Eiersäcke stark seitwärts vom Körper abstehend.

Auffallend wollte es mir vorkommen, dass der in fast allen Bearbeitungen als gemein bezeichnete *Cyclops viridis* Jur., der von allen Autoren mit *C. brevicornis* Cls. identificirt, von Imhof[38]) dagegen in seinem Verzeichniss der in der Schweiz bisher bekannt gewordenen Crustaceen als besondere Art neben *brevicornis* Cls. aufgezählt wird, mir nur im Frühjahr in der Litteralzone begegnete: der Irrthum rührte aber daher, dass ich bei meinen Untersuchungen mich hauptsächlich an die mit Eiersäckchen versehenen Weibchen hielt. Daher kam es, dass ich anfänglich *C. viridis* Jur. in den übrigen Jahreszeiten, wo er auch häufig in der Littoralzone gefunden wird, übersah. Es scheint sich danach bei dieser Art, wenigstens im Moosseedorfsee, die Fortpflanzungsthätigkeit hauptsächlich auf das Frühjahr zu beschränken.

Grosse habituelle Aehnlichkeit weisen *C. serrulatus* Fisch (agilis Koch) und *C. macrurus* Sars auf, die sich beide öfter in den schütteren Schilfbeständen vorfinden. *C. macrurus* Sars ist allerdings seltener, doch kann nach der genauen Beschreibung von Schmeil und der Abbildung Lande's[58]) über die Richtigkeit der Bestimmung kein Zweifel bestehen. Eigenthümlicherweise wird diese Art von Vosseler aus Württemberg nicht angeführt.

Cyclops phaleratus Koch, den ich während der früheren Jahre immer nur einzeln vorfand, war im Juni 1893 sehr häufig und zwar im littoralen Gebiet, an einer Stelle, wo der dichte Schilfbestand auf dem Schaarrand eine ruhige Wasserfläche auf der Schaar entstehen liess, auf welcher zahlreiche Exemplare von *Lemna minor* L. schwammen. Es ist dieser Cyclops leicht mit unbewaffnetem Auge von den ihr ähnlich sehenden und in der Grösse übereinstimmenden *C. serrulatus* Fisch und *macrurus* Sars an den viel kürzeren Fühlern und prächtig blau ge-

färbten Eiersäcken zu unterscheiden. In Glasschalen gebracht kriecht er lebhaft herum, verlässt unter Umständen sogar das Wasser, so dass flache Schalen, in die man das Thier in nur wenig Wasser gebracht hat, bedeckt bleiben müssen. Fast regelmässig fand ich den Körper besetzt mit zahlreichen Suctorien, unter denen ich allerdings die von Schewiakoff[42]) neuerdings beschriebene *Trichophrya oviformis* nicht aufzufinden vermochte; dagegen waren die vorderen Antennen dicht besät mit *Tokophrya cyclopum* Cl. und L.

In der limnetischen Region resp. auf dem Grund des Sees fanden sich besonders *C. bicuspidatus* Cls., *affinis* Sars, *oithonoides* Sars und *strenuus* Fisch. Diese letztere Form wurde von mir im Frühjahr im littoralen Gebiet, im Sommer dagegen stets nur in den tiefsten Stellen des Sees gefunden. Es weicht die Lebensweise dieser Art in unserem See sonach nicht ab von dem, was ich einer Mittheilung Schmeils[43]) über die *Copepoden des Rhätikon* entnehmen kann: »In der Ebene fällt die Hauptentwicklungszeit unserer Art sicher mit den kältern Monaten des Jahres zusammen, und selbst unter dicker Eisdecke trifft man oft Individuen in fast unglaublichen Mengen an. Mit Anbruch der wärmeren Jahreszeit verschwinden die grossen Schaaren unseres Copepoden immer mehr; im Sommer findet man ihn da, wo er im Winter als dominirende Spezies auftrat, nur ausnahmsweise und zwar nur — soweit meine (Schmeil's) Beobachtungen reichen — in bedeutend schwächer gebauten Exemplaren.« *C. Leuckarti* Sars (*simplex* Pogg) scheint sich sowohl in der limnetischen Zone wie im littoralen Gebiete wohl zu fühlen, wo das Thier während den Sommermonaten sich fortpflanzt.

Die von mir nicht näher bestimmte *Canthocamptus*-Art fand sich fast das ganze Jahr hindurch, nicht bloss im Frühjahr, wie Vosseler für den einzigen von ihm in Württemberg aufgefundenen *C. minutus* Müll., mit dem unsere Art möglicherweise zusammenfällt, angibt.

Weitaus am häufigsten unter allen Copepoden tritt *Diaptomus gracilis* Sars im Limnoplankton auf, und waren auch die Männchen häufig zu treffen. Von den übrigen Arten der *Calaniden* gelang es mir nicht, weitere Vertreter zu constatiren.

In einem vereinzelten Exemplare wurde mir am 30. August 1892 ein freischwimmender *Argulus foliaceus* L. zur Beute.

In bei weitem grösserer Artenzahl als die Copepoden treten im gr. Moosseedorfsee die **Cladoceren** auf. Nachdem dieselben im Jahre 1878 in Folge einer von der philosophischen Fakultät der Universität Bern ausgeschriebenen Preisfrage durch Herren Dr. A. Lutz[17]) eine

gründliche Bearbeitung erfahren, durfte ich nicht erwarten, in meinem besonderen Untersuchungsgebiet wesentlich Neues beizubringen. Es ist der Artenbestand unseres Sees nach den Untersuchungen von Lutz und meinen Ergänzungen folgender:

1. *Sida cristallina* O. F. Müller.
2. *Daphnella brandtiana* Fisch.
3. *Daphnia hyalina* Leydig.
4. *Simocephalus vetulus* O. F. Müller.
5. » *exspinosus* Koch.
6. *Ceriodaphina pulchella* Sars.
7. *Scapholeberis mucronata* O. F. Müller. *var. brevicornis* Lutz.
8. *Bosmina laevis* Leydig.
9. *Iliocryptus sordidus* Liévin.
10. *Camptocercus macrurus* O. F. Müller.
11. *Acroperus leucocephalus* Koch.
12. *Alona quadrangularis* O. F. Müller.
13. » *costata* Sars.
14. *Pleuroxus truncatus* O. F. Müller.
15. » *exiguus* Lilljeborg.
16. » *aduncus* Jur.
17. » *personatus* Leydig.
18. » *excisus* Fischer.
19. *Chydorus sphaericus* O. F. Müller.
20. » *globosus* Baird.

Es beleben also unser Wasserbecken die stattliche Anzahl von 20 Arten, eine Zahl, die von keiner andern der von Lutz in Untersuchung gezogenen Lokalitäten erreicht wird. Es ist zwar leicht möglich, dass die bequeme Erreichbarkeit dieses Sees von Bern aus auf dieses günstige Resultat von Einfluss gewesen ist.

Die Litteratur über diese Krebsgruppe ist eine sehr reiche. Meine Bestimmungen basiren hauptsächlich auf den Beschreibungen, Tabellen und Abbildungen des Werkes von B. Hellich, die Cladoceren *Böhmens*, der Arbeit von Daday über die Cladoceren *Ungarns* mit sauber ausgeführten Tafeln und glücklicherweise in lateinischer Sprache gegebenen Diagnosen, während der übrige Text in ungarischer Sprache verfasst ist, den knappen, aber brauchbaren Tabellen von Paul Matile in der Bearbeitung der Cladoceren der Umgebung von

Moskau und endlich dem Hauptwerke in deutscher Sprache: *Naturgeschichte der Daphniden* von Dr. Franz Leydig, das mir aber nur während kurzer Zeit zur Verfügung war.

Während nach Imhof erst 53 Arten von Cladoceren aus der Schweiz bekannt sind, besitzt *Böhmen* nach Hellich 96, *Ungarn* nach Daday sogar 100, *Schweden-Norwegen* 84 und *Dänemark* 73 Arten. Nach Matile finden sich in der *Umgebung von Moskau* nicht weniger als 74 Arten. Es steht daher zu erwarten, dass auch die in der Schweiz vorkommenden Cladoceren eine grössere Artenzahl aufweisen werden, da allein für die Umgebung von Bern von Lutz deren 42 namhaft gemacht wurden.

In Bezug auf die in unserm See vorkommenden Formen ist Folgendes zu bemerken:

1. *Sida cristallina* O. F. Müller, ist in der Uferzone überaus häufig und wurde während der ganzen Zeit, während welcher der Wasserspiegel eisfrei war, gefunden. Die im Spätherbst auftretenden Exemplare zeichnen sich durch eine ganz bedeutende Grösse aus. Trotzdem diese Art vermöge des Besitzes eines an der Grenzfurche von Kopf und Thorax gelegenen Haftapparates als eine Bewohnerin der Uferzone sich kennzeichnet, wie es hin und wieder zahlreiche auch beim Herausheben noch an der Unterseite von Steinen haftende Exemplare beweisen, wird sie doch ab und zu aus der von ihr bevorzugten Littoralzone in das limnetische Gebiet hinausgetrieben, wo sie sich vermöge ihrer Durchsichtigkeit und der ausgezeichneten Ausrüstung mit Bewegungsorganen ganz heimisch fühlen kann.

2. *Daphnella brachyura* Liévin wird von Lutz auch aus unserm See angegeben. Ich muss die von mir häufig unter dem limnetischen Material gefundene Art als *Daphnella brandtiana* Fisch bezeichnen. Wie Matile auf Seite 111 seiner oben angeführten Arbeit nachweist, sind diese beiden Arten bei neuern Autoren vielfach verwechselt worden.

3. *Daphnia hyalina* Leydig ist in den Sommermonaten sehr häufig im Limnoplankton.

4. Der in allen Wassertümpeln überaus häufige *Simocephalus retulus* O. F. Müller tritt im Sommer im grossen See nur in vereinzelten Exemplaren, im Herbst dagegen in zahlreichen Schaaren in der Uferzone auf. Im übrigen kann ich die von Lutz hervorgehobene Häufigkeit nur bestätigen; in Teichen bei Bätterkinden war sie im August 1892 in Gesellschaft von *Cyclops albidus* Jur. *fuscus*

Jur., *serrulatus* Fisch und *pentagonus* Voss ebenfalls in zahlreichen Exemplaren zu finden. Eigenthümlicherweise erwähnt Lutz nicht das Vorkommen von

5. *Simocephalus exspinosus* De Geer, der in der littoralen Zone häufig anzutreffen ist.

6. Im Limnoplankton ist eine *Ceriodaphnia*-Art ziemlich häufig die ich nach der mir zugänglichen Litteratur als *C. pulchella* Sars ansprechen muss. Lutz führt *C. punctata* P. E. Müller aus dem Moosseedorfsee auf; ich kann aber an meinen Exemplaren die für *punctata* charakteristischen Dornen an der Stirn nicht entdecken muss desshalb eine genauere Bestimmung auf die Zeit verschieben, wo mir die Müller'sche Beschreibung zugänglich sein wird.

7. *Scapholeberis mucronata* O. F. Müller ist im littoralen Gebiet in der südöstlichen Ecke des Sees überaus häufig und zwar in der von Lutz mit dem Namen *brevicornis* bezeichneten Form. Die beiden andern Varietäten wurden von mir dagegen nicht gefunden.

8. Die Unterscheidung der *Bosmina*-Arten ist ziemlich schwierig Ich acceptire desshalb einstweilen den von Lutz den Thieren aus dem Moosseedorfsee ertheilten Namen. Auffallend für die *Bosmina* Arten ist ihr starker *Heliotropismus*. In den den Limnoplankton enthaltenden Gläsern lassen sie sich leicht von der Oberfläche abfischen Sie bleiben auf derselben wie ein vom Wasser nicht benetzter Körper schweben.

9. Den von Lutz für unsern See aufgeführten *Iliocryptus sordidus* Liévin konnte ich niemals finden, er scheint aber jedenfalls als Schlammbewohner der littoralen Zone anzugehören.

10—13. Die folgenden 4 Arten: *Camptocercus macrurus* O. F. Müller, *Acroperus leucocephalus* Baird, *Alona quadrangularis* O. F. Müller und *costata* Sars sind mir wohl aus dem Grunde so lange entgangen, als ich ihre Lebensweise zu wenig erkannte. Es sind dies Schlammbewohner und leben in grosser Zahl im littoralen Gebiet des Sees.

14—18. Unter den *Pleuroxus*-Arten ist *truncatus* O. F. Müller unbedingt die gemeinste Form, ausserdem kann ich den von Lutz bereits nachgewiesenen Arten *Pleuroxus excisus* Fisch als weitere Vorkommen beifügen.

19—20. In Bezug auf die *Chydorus*-Arten muss ich bloss konstatiren, dass ich sie durchaus nicht so häufig fand, wie man aus der Darstellung von Lutz entnehmen sollte.

Da für die grosse Mehrzahl der Arten ein vollständiges Austrocknen ihres Wohnortes auch bei tiefem Stande des Wasserspiegels nicht zu befürchten ist, so scheint eine Ephippienbildung nicht nothwendig. Es ist mir denn wirklich auch nicht gelungen bei irgend einer der 20 aufgezählten Arten eine solche nachzuweisen.

In nur geringer Artenzahl treten im Moosseedorfsee die **Ostracoden** auf. Herr Dr. Kaufmann hatte die Freundlichkeit die von mir aufgefundenen Arten zu bestimmen. Darnach kommen in unserm Wasserbecken *Cyclocypris laevis* O. F. Müller und *Cypridopsis vidua* O. F. Müller im littoralen Gebiete häufig vor.

Unter den **höhern Krebsen** ist in erster Linie zu erwähnen der Flusskrebs, der stellenweise sehr häufig ist und sich auch in dem Zu- und Abfluss des Sees vorfindet. Nach meinen Untersuchungen ist etwa $^1/_4$ bis $^1/_5$ der gefangenen Exemplare mit *Branchiobdella astaci* Odier besetzt. Nur ganz vereinzelt tritt dagegen im See der Flohkrebs, *Gammarus pulex* auf, der in dem Verbindungskanal der beiden Seen und in der abfliessenden Urtenen ihm besser zusagende Wohnplätze zu finden scheint. Ob die Tiefen des Sees noch andere Arten dieser Gattung, von der beispielsweise aus der Fauna der Süsswasserseen Frankreichs laut einer Mittheilung von de Guerne bereits 4 Arten bekannt wurden, beherbergen, bleibt erst noch festzustellen.

Negativ waren bisher meine Nachforschungen nach einem Vertreter der Isopoden, indem ich den sonst in Wasserbecken weit verbreiteten *Asellus aquaticus* nicht auffinden konnte. Eigenthümlicherweise wird dieses Thier auch in der Liste der in der Uferzone des Genfersees nachgewiesenen Crustaceen vermisst, während J. Heuscher sein Vorkommen im Werdenbergersee, dem Wenigerweiher und Dreilindenweiher bei St. Gallen erwähnt, dagegen auch in der Uferzone des obern Zürcher-Sees bei Schmerikon nicht gefunden zu haben scheint. Nach Jos. Kafka halten sich die Wasserasseln gerne an Orten auf, wo viel Algen vorkommen, oder wo es eine weiche, verwesende Vegetation gibt. Es sind mir aus dem See keine Stellen bekannt, wo ihnen eine derartige Wohnstätte geboten wäre.

Zu den zierlichsten Geschöpfen, die in der Uferzone der Seen zu treffen sind, gehören unbedingt die **Hydrachniden** oder **Wassermilben**, deren grössere, theilweise leuchtend roth gefärbte Arten auch dem Laien auffallen. Ihnen hat bereits vor 10 Jahren der bekannte Milbenforscher Dr. G. Haller eine Studie gewidmet. Es gelang demselben 32 Arten aus der Schweiz nachzuweisen. Ohne Zweifel werden

auch hier weitere Nachforschungen die Artenzahl bedeutend vermehren, da z. B. Dr. O. Zacharias in den viel gleichartigere Verhältnisse bietenden westpreussischen Seen 25, ja Dr. W. Dröscher[44]) im Schwerinersee allein 24 Arten auffand, von denen die Hälfte dem Haller'schen Verzeichnisse fehlt. Bei der Schwierigkeit der Bestimmung dieser Thiere sah ich mich veranlasst, einen Spezialisten um die Bearbeitung der von mir gefundenen Exemplare anzugehen. Der bekannte Hydrachnidenkenner Dr. F. Könike in Bremen hatte die Güte diese Arbeit für mich zu besorgen, wofür ich ihm zu grossem Danke verpflichtet bin. Unter dem bereits im vorigen Herbst und in diesem Jahre erbeuteten Materiale befanden sich folgende Arten:

1. *Acercus latipes* C. L. Koch. 1 ♀.
2. *Atax crassipes* O. F. Müller. 5 Nymphen.
3. *Arrenurus claviger* Könike. 1 ♂, 4 ♀.
4. » *maculator* O. F. Müller. 1 ♂.
5. *Atractides ovalis* Könike. 1 ♂, 1 ♀.
6. *Brachypoda versicolor* O. F. Müller. 12, ♂, 35 ♀.
7. *Curvipes conglobatus* C. L. Koch. 4 ♂, 3 ♀.
8. » *rotundus* Kramer. 1 ♀.
9. » *viridis* C. L. Koch. 1 ♀, 3 Nymphen.
10. *Diplodontus despiciens* O. F. Müller. 6 Individuen.
11. *Hydrochoreutes ungulatus* C. L. Koch. 7 Nymphen.
12. *Hydryphantes helveticus* Haller. 1 ♀.
13. *Limnesia undulata* O. F. Müller. 2 ♀.
14. » *maculata* O. F. Müller. 2 ♂, 2 ♀.
15. *Hydrachna globosa* Deger. 2 ♀.
16. *Eylais extendens* O. F. Müller. Zahlreiche Individuen.

Es enthält sonach der grosse Moosseedorfsee nach dem von mir gesammelten Materiale die stattliche Anzahl von 16 Arten, von denen einige, trotz der bezüglichen Untersuchungen Haller's, bisher aus der Schweiz nicht bekannt geworden sind; es sind dies: *Arrenurus claviger* Könike, *Atractides ovalis* Könike, *Curvipes viridis* C. L. Koch, *conglobatus* C. L. Koch, *rotundus* Kramer, *Hydrochoreutus ungulatus* C. L. Koch, und *Hydrachna globosa* de Geer, also 7 Arten, sofern nicht eine Anzahl derselben von Haller unter andern Namen aufgezählt wurden. In Bezug auf die einzelnen Arten habe ich Folgendes zu bemerken:

1. *Acercus latipes* C. L. Koch ist nach Könike die von Haller unter dem Namen *Forelia Ahumberti* neu beschriebene Milbe, die

Haller nur aus dem Genfersee bekannt war und von Dröscher auch aus dem Schwerinersee als häufig vorkommende Art erwähnt wird.

2. *Atax crassipes* O. F. Müller ist eine nach Haller in allen grösseren Seen bis zu einer Tiefe von 30—40 Metern häufig vorkommende Art, die sich Nachts auch der pelagischen Fauna beimischt. Sie wird in fast allen Hyrachnidenverzeichnissen aus europäischen Gebieten aufgezählt und besitzt demnach eine grosse Verbreitung.

3. *Arrenurus claviger* Könike.

Das Thier wurde von Könike zuerst in der Umgebung von Bremen aufgefunden und war Haller desshalb noch nicht bekannt.

4. *Arrenurus maculator* O. F. Müller.

Scheint eine ziemlich weit verbreitete Art darzustellen, da sie in zahlreichen Verzeichnissen erwähnt wird.

5. *Atractides ovalis* Könike.

Die von Könike mit diesem Namen belegte Art wurde von Neumann[45]) unter dem Namen *Megapus spinipes* Koch beschrieben. Nun wurde bereits für eine verwandte Art: die typische *Megapus spinipes* Koch der Gattungsname *Atractides* geschaffen und da die Koch'sche Art *Atractides spinipes* von der vorliegenden verschieden ist, so wurde die von Neumann unter *Megapus spinipes* Koch beschriebene Art von Könike mit *Atractides ovalis* bezeichnet. Die Art ist bisher nur von wenigen Orten bekannt.

6—8. *Curripes viridis* C. L. Koch, *rotundus* Kramer, *conglobatus* C. L. Koch. bisher mit dem Gattungsnamen *Nesaea* bezeichnet, sind im Haller'schen Verzeichniss nicht berücksichtigt und, wie es scheint, bisher nur vereinzelt aufgefunden worden.

9. *Brachypoda versicolor* O. F. Müller, besser unter dem Namen *Arrona versicolor* bekannt, ist unbedingt die häufigste aller Hydrachniden des Moosseedorfsees und wird sonderbarer Weise von Haller nur aus der Uferzone des Genfersees erwähnt. Diese Art ist auch in Norddeutschland weit verbreitet. Obwohl eine gewandte Schwimmerin, kriecht sie in Gefangenschaft meist nur an den Wänden der Glasgefässe herum.

10. *Diplodontus despiciens* O. F. Müller (*filipes* de Geer) ist offenbar eine weit verbreitete Art und zwar auch in Seen, da sie mir ausser vom Moosseedorfsee auch aus dem Geistsee bekannt wurde.

11. *Hydrochoreutes ungulatus* C. L. Koch, die von Zacharias für die westpreussischen Seen als seltenes Vorkommen aufgezählt wird, fehlt auch im Verzeichniss der von Dröscher im Schweriner-See

nachgewiesenen Arten und wurde von Haller auch nicht in der Schweiz beobachtet.

12. *Hydryphantes helveticus* Haller (*Hydrodroma helvetica* Haller) wurde von Haller im Egelmoos bei Bern aufgefunden und nach diesen Exemplaren beschrieben. Sie ist hiemit für ein weiteres Wasserbecken nachgewiesen.

13. *Limnesia undulata* O. F. Müller wurde bisher in der Schweiz nach Haller nur im Genfer- und Zürchersee gefunden.

14. *Limnesia maculata* O. F. Müller ist eine in unsern schweizerischen Gewässern häufige Art, die auch in Norddeutschland und Finnland nach Könike[46]) weit verbreitet ist.

15. *Hydrachna globosa* Degeer ist die erste in der Schweiz nachgewiesene echte Hydrachna-Species. Zacharias hat ihr Vorkommen in westpreussischen Gewässern konstatirt; im Harz und Thüringerwald wurde sie von Könike[47]) und Kramer nicht aufgefunden, dagegen gibt Könike[46]) finnische Seen als weiteren Standort an, von wo sie ihm durch Nordquist zukam. In dem nicht weniger als 24 Species umfassenden Verzeichniss der von Dröscher im Schweriner See gefischten Hydrachniden fehlt sie dagegen. Es ist die Auffindung dieser Art ein Beweis, wie mangelhaft wir einstweilen noch über die Hydrachnidenarten der Schweiz, trotz der bezüglichen Arbeiten Hallers, unterrichtet sind.

16. *Eylais extendens* O. F. Müller ist als weitverbreitete Art auch in der Uferzone des Moosseedorfsees eine häufige Erscheinung.

Da Haller in seiner Bearbeitung der schweizerischen Hydrachniden für die wenigsten Arten genaue Standorte angibt, ist es nicht möglich, aus seiner Arbeit ein Verzeichniss der von ihm im Moosseedorfsee gefundenen Species zusammenzustellen; vermuthlich möchten ihm aber noch *Hydrodroma rubra* de Geer, *Nesaea coccinea* Koch und *fuscata* Herm., sowie einige in Anodonta und Unio schmarotzende *Atax*-Arten in unserem See begegnet sein.

Ausser den genannten Hydrachniden fand ich in der Littoralzone auch einen Vertreter der **Oribatiden:** die im Wasser lebende *Notaspis lacustris* Michael.

Die **Insekten** sind in der Littoralzone des Sees sehr zahlreich vertreten, häufiger jedoch als Larven als im geschlechtsreifen Zustande. Da laufen zahlreiche Hydrometren hurtig über den Wasserspiegel dahin, treiben sich Schwimmkäfer aus der Gruppe der *Dytisciden, Gyriniden* und *Hydrophiliden* im Wasser herum, schnell zwischen Steinen sich versteckend, wenn man ihrer habhaft werden will. In ähnlicher

Weise treiben es auch eine Anzahl Wasserwanzen, den Gattungen *Naucoris*, *Corixa* und *Notonecta* angehörend, während die auffällige *Ranatra linearis* und *Nepa cinerea* langsam in dünnen Schilfbeständen herumkriechen.

In den Monaten Mai und Juli bilden die Rohrkäfer ständige Bewohner der aus dem Wasserspiegel hervorragenden oder auf demselben schwimmenden Gewächse. Ihre Larven leben als ächte Wasserthiere im Schlamm an den Wurzeln verschiedener Wasserpflanzen und benutzen zur Athmung die Luft, die sich in den bei den Wurzeln dieser Pflanzen stets mächtig entwickelnden Intercellularräumen vorfindet, wie es Dr. Schmidt-Schwedt für die *Donacien* und Dr. Bugnion[45]) in Lausanne für die an Potamogeton lebenden Larven der *Haemonia equiseti* nachgewiesen haben. Eigenthümlich ist ferner die Erscheinung, dass eine Anzahl Donacien, wie *impressa Payk*, *dentipes* Fbr., *bicolora* Zschach, *vulgaris* Zschach und *Plateumauris sericea* L. bald mit nach oben, bald nach unten gerichtetem Kopfe an senkrecht sich über das Wasser erhebenden Stengeln verschiedener Pflanzen sitzen, oder an diesen herumklettern und sich bei rauhem Wetter in die Blattachseln verkriechen, während dagegen die Ende Mai und Anfang Juni häufige *Donacia clavipes* Fbr. nur auf den schwimmenden Blättern der in der Uferzone des Sees und im Verbindungskanal häufig sich findenden Seerosen in wagrechter Stellung sich aufhalten.

Mit jedem Zuge mit dem grobmaschigen Netze in der Uferzone erbeuten wir neben bereits erwähnten Krebsen und Milben eine grosse Zahl verschiedener Insektenlarven, die wir nach der Form leicht als *Neuropteren*, *Perliden*, *Ephemeriden*, *Odonaten* und *Dipteren* zu unterscheiden im Stande sind. Unter den genannten ragen die *Odonaten*-Larven durch ihre Grösse hervor; sie zeigen gewöhnlich eine grünliche oder bräunliche Färbung, ein Beweis dafür, dass sie zum Leben in der Uferzone bestimmt sind, obwohl mir zu verschiedenen Malen Agrioniden-Larven im limnetischen Gebiete begegnet sind. Da die Artbegrenzung der Larven ohne ein sehr umfassendes Vergleichungsmaterial eine missliche Sache ist, so suchte ich durch Einfangen der Imagines über den Larvenbestand der Odonaten ins Klare zu kommen.

Als diejenige Form, die uns zuerst eine Vorahnung des lebhaften Treibens dieser Thiere in den Sommermonaten gewährt, tritt die tiefgrüne, goldglänzende *Cordulia aenea* L. auf, kurze Zeit nachher *Libellula quadrimaculata* L.; erstere fast stets in raschem Fluge über dem offenen Wasserspiegel jagend, letztere dagegen sich öfter an den vor-

jährigen, dürren Schilfstengeln niedersetzend. Wie mit einem Schlage rücken dann Anfangs Juni zahlreiche Schaaren der Gattung *Agrion* auf, jede mit ihren besonderen Gewohnheiten, so dass man fast am Fluge die Art zu erkennen im Stande ist. Da ist vorerst zu nennen *Agrion najas* Hansem., im Leben leicht kenntlich an ihren rothen Augen und dem mehlig bestäubten Hinterleib. Mit leichtem Fluge schwebt sie über dem Wasserspiegel dahin, dann und wann sich auf Seerosenblättern niederlassend, von denen aus die Weibchen den Hinterleib in das Wasser tauchen, um ihre Eier in den See fallen zu lassen; dagegen sind *Agr. pulchellum* v. d. L. und die prächtig roth gefärbte *Agr. minium* Harr. häufig ausserhalb des Schilfwaldes zu treffen. Unter zahlreichen typisch gefärbten *Agrion elegans* v. d. L. taucht als Ausnahme die durch ihren orangefarbigen Thorax gekennzeichnete Varietät *aurantiaca* de Sélys auf. Neben diesen finden wir ebenfalls in grosser Zahl die durch ihre breiten Schienen von Agrion leicht zu unterscheidende *Platycnemis pennipes* Pall., das Männchen in hellblauer, das Weibchen in gelblich-weisser Färbung. *Lestes fusca* v. d. L., die einzige Odonate unserer Fauna, die im Imagostadium zu überwintern im Stande ist und desshalb auf Waldblössen, oft fern von jedem Wasserspiegel, im Spätherbst wie im ersten Frühjahr, nachdem der Schnee verschwunden, zu erblicken ist, treibt auch ihr munteres Wesen und ist an ihrer braunen Körperfarbe und tiefblauen Augen mit keinem ihrer Gattungsgenossen zu verwechseln.

Gegen Mitte Juni treten noch weitere Vertreter dieser Ordnung auf: der, wie es scheint, ausschliesslich auf Seen beschränkte *Gomphus pulchellus* de Sel, der mir schon vor Jahren zahlreich am Gerzensee, nicht aber an andern damals von mir besuchten Odonatenfangstellen begegnet war, und die durch ihren prachtvoll rothen Leib und die orangeroth angelaufenen Innenränder der Unterflügel leicht kenntliche *Libellula Fonscolombei* de Sélys. Beide setzen sich mit Vorliebe auf den an den See angrenzenden Aeckern ab. In raschem Fluge jagen die grossen *Anax formosus* v. d. L. und *Aeschna grandis* L. über das Ufergebüsch, meist in einiger Entfernung vom Ufer mit ihren grossen Augen auf Beute lauernd. Auch die *Libellula fulva* Müll. setzt sich da und dort auf vorstehende Aeste des Ufergesträuchs oder abgebrochene Schilfstengel, um von ihrem Fluge auszuruhen. Die zahlreichen Bäche, Kanäle und Torfgruben im obern Moos werden von einer wesentlich andern Odonatenfauna belebt; es sind also jedenfalls nur die Larven der vorhin erwähnten Arten Bewohner des Sees.

Während langsam fliessende Gewässer, kleine Bäche und Tümpel von Phryganidenlarven oft geradezu in Unzahl belebt sind, sind dieselben im grossen Moosseedorfsee eher spärlich zu nennen, und doch müssen sie sich, nach der Menge der zu gewissen Zeiten das Ufer belebenden Imagines zu schliessen, stellenweise in ziemlicher Anzahl vorfinden. Die ausgebildeten Insekten zweier schon durch ihre Grösse auffälliger Arten sassen Ende Mai und Anfangs Juni häufig an vorjährigen Schilfstengeln *Phryganea striata* L. und *Agrypnia pagetana* Curt. Erstere Art, merkwürdiger Weise von Pictet noch nicht aufgeführt und auch Meyer-Dür bei Abfassung seiner ersten Arbeit über die schweizerische Neuropterenfauna (1874) [50]) nur in einem einzigen Exemplar aus dem Aargau bekannt, wird dagegen bereits 1882[51]) stellenweise als gemein bezeichnet. *Agrypnia pagetana* Curt tritt gewöhnlich Ende Mai und Anfang Juni in erster Generation auf, um nach kurzer Zeit zu verschwinden und sich im August in zweiter Generation zu zeigen. Ich fand ein Stück dieser Art am 22. August 1883 am Burgäschisee bei Herzogenbuchsee, der als Standort der nur sehr lokal auftretenden, am Moosseedorfsee fehlenden Aeschnide *Anax parthenope* de Sélys bekannt ist, damals also in zweiter Generation, wie es ähnliche Funde von Ris am Katzensee beweisen. Ebenfalls Anfangs Juni tritt in dem Verbindungskanal der beiden Seen die tiefschwarze *Notidobia ciliaris* L. auf, die sich dann etwas später an der Einmündungsstelle eines kleinen Bächleins auf der Südseite des Sees in grossen Schwärmen vorfand. Ein am 25. Mai erbeutetes Exemplar des grössten unserer Leptoceriden, des besonders im Herbst häufigen *Odontocerum albicorne* Scop. bewies ein Auftreten dieses Thieres in erster Generation, wie dies bereits von Meyer-Dür erwähnt wird. Unter vielen anderen, meist kleinen Trichopterenarten, die aufzuzählen ich nicht für nöthig finde, ragt zu Zeiten durch seine Häufigkeit und Grösse *Limnophilus lunatus* Curt. hervor.

Ungleich zahlreicher als Trichopterengehäuse erhalten wir auf unsern Streifzügen mit dem Netze zwischen den Wasserpflanzen nebst schon früher erwähnten Entomostraken die Larven zahlreicher *Dipteren*. Aber nicht nur die Uferregion wird von denselben belebt, auch die Tiefen des Sees wimmeln von prachtvoll durchsichtigen Larven der *Corethra plumicornis* Fbr., die Nachts an die Oberfläche steigen, wo man nun neben Larven auch Puppen antrifft. Aus dem aus dem Grunde des Sees emporgeholten Schlamm winden sich die rothen Larven von *Chironomus plumosus* L. Auf der Unterseite von schwimmenden

Seerosenblättern kriechen allerlei Thierformen herum. Zuweilen werden hier weitere Blattstücke von Larven der *Nymphula potamogalis* an die Unterseite angesponnen, um in den so erhaltenen Behausungen das Leben zu fristen, wie Prof. Th. Studer[52]) nachgewiesen hat.

Angesichts des grossen Heeres der das Ufer belebenden Insektenlarven berührt die vorliegende Hinweisung nur das Auffälligste. Leichter gelingt es noch, sich über den Artenbestand der **Mollusken** ein Bild zu machen, die in dem reichen Pflanzenwuchse der Uferregion geeignete Wohnplätze finden. Die im Süsswasser lebenden Mollusken vertheilen sich auf die beiden Klassen der Schnecken und Muscheln. Während sich die ersteren als frei bewegliche Thiere sowohl im Schlamme des Grundes und der Littoralzone, als auch in der letzteren an Wasserpflanzen oder sogar an der Oberfläche des Wasserspiegels kriechend vorfinden, bleiben die Muscheln des Süsswassers meist auf dem Grunde. Es wurden von mir in der Uferzone des grossen Moosseedorfsees folgende Arten, theils lebend, theils nur noch in gebleichten Schalen aufgefunden, für deren Bestimmung ich dem bekannten Malakologen S. Clessin in Ochsenfurt zu Danke verpflichtet bin.

1. *Limnaea stagnalis* L.
2. » *auricularia* L.
3. » *palustris* Müll. *var. corvus.* Gmel.
4. » *ovata* Drap.
5. » *truncatula* Müll.
6. *Bythinia tentaculata* L.
7. *Valvata alpestris* Blauner.
8. *Valvata cristata* Müller.
9. *Physa fontinalis* L.
10. *Planorbis carinatus* Müller.
11. » *contortus* L.
12. » *albus* L.
13. *Acroloxus lacustris* L.

In den tiefern Stellen des Sees finden sich:

14. *Anodonta cellensis* Schroet.
15. *Sphaerium corneum* L. *var. nucleus* Studer und
16. *Pisidium nitidum* Jenyns.

Unter den genannten Arten ragt besonders *Bythinia tentaculata* L. durch die Massenhaftigkeit ihres Auftretens hervor. Ohne Zweifel werden weitere Nachforschungen die Artenzahl etwas erhöhen, da wir

dieser Thierklasse einstweilen nur wenig Aufmerksamkeit zugewendet haben. Ein von Herrn Prof. Th. Studer[53]) zusammengestelltes Verzeichniss der um Bern nachgewiesenen Molluskenarten enthält eine weitaus grössere Anzahl von Süsswassermollusken, von denen die eine oder andere hier noch nicht aufgezählte in unserem Wasserbecken noch aufzufinden sein wird. Während *Anodonta cellensis* im See selbst nicht gerade häufig ist, tritt sie dagegen im Verbindungskanal der beiden Seen in grösserer Menge auf, und enthält der Ablauf des grossen Sees, die Urtenen, *Unio batavus* Lam. in grosser Zahl, was uns schon die vielen längs des Ufers herumliegenden, geöffneten Schalen, deren Inhalt Vögeln zur Nahrung gedient hat, beweisen.

Eine reiche Ausbeute an Muscheln und Schnecken liefert die Seekreide, die besonders auf der Südseite des Sees längs der dem See zueilenden Bächlein schön aufgeschlossen ist. Eine Untersuchung und Vergleichung der Fauna der Seekreide mit der jetzigen Molluskenfauna des Sees würde jedenfalls interessante Resultate zu Tage fördern.

Häufig trifft man auf der Unterseite der Seerosenblätter oder auf Steinen Kolonien einer Moosthierart: *Plumatella repens* L., deren gelbe oder gelblich-braune, durchscheinende, von einem Mittelpunkte ausstrahlende Röhren nur kurze aufstrebende Seitensprosse entwickeln, die in die dunkler gefärbten Polypide übergehen. Ihre Entwicklungsgeschichte habe ich bisher nicht näher verfolgt.

Wenn wir von den die seichteren Uferstellen belebenden Froscharten, den auf dem Wasser und im Röhricht sich aufhaltenden Wasservögeln absehen, so bleiben uns an **Wirbelthieren** noch die Fische, die nach eigenen Beobachtungen und eingezogenen Erkundigungen in folgenden Arten im See vertreten sind:

1. *Anguilla vulgaris* Flem., Aal.
2. *Esox lucius* L., Hecht.
3. *Cobitis barbatula* L., Grundel.
4. *Phoxinus laevis* Agass., Ellritze, Moosbutz.
5. *Squalius cephalus* L., Aalet.
6. » *Agassizii* Heck, Riesling, Rundischer.
7. *Scardinius erythrophthalmus* L., Röteli.
8. *Spirlinus bipunctatus* Heck., Bambeli, Breitischer.
9. *Abramis brama* L., Brachsle.
10. *Cyprinus carpio* L., Karpfen.
11. *Perca fluviatilis* L., Barsch, Egli.

Es fehlen also vor Allem die für unsere grossen Seen charakteristischen *Coregonen* und *Forellen*, die ein klares Wasser bevorzugen, andererseits fehlt aber auch die *Schleie, Tinca vulgaris*, die ruhige, schlammige Gewässer liebt und im Burgäschi-See bei Herzogenbuchsee, der mehrfach überhängende Uferstrecken aufweist, zahlreich vorkommt, aber auch dem kleinen Geistsee im Seegebiete der Amsoldinger-Moränenlandschaft nicht fehlt.

Nachdem wir nun den von mir nachgewiesenen Bestand der Thierwelt in systematischer Reihenfolge aufgeführt, würde uns noch die Aufgabe bleiben, denselben nach seiner Vertheilung in die 3 angegebenen Zonen zu gruppiren. Um nicht bereits früher Erwähntes mehrfach zu wiederholen, beschränken wir uns auf die Zusammenstellung der limnetischen Fauna, da die Mehrzahl der übrig bleibenden Thiere der Littoralregion angehört und nur ein kleiner Theil den Grund des Sees bewohnt.

Der Limnoplankton des grossen Moosseedorfsees setzt sich aus folgenden Formen zusammen:

1. *Dinobryon sertularia* Ehrbg.
2. *Ceratium hirundinella* O. F. Müller.
3. *Asplanchna priodonta var. helvetica* Imh.
4. *Synchaeta pectinata* Ehrbg.
5. *Polyarthra platyptera* Ehrbg.
6. *Euchlanis macrura* Ehrbg.
7. *Metopidia lepadella* Ehrbg.
8. *Anuraea aculeata* Ehrbg.
9. » *cochlearis* Gosse.
10. *Notholca longispina* Kellic.
11. *Daphnella brandtiana* Fisch.
12. *Sida cristallina* O. F. Müller.
13. *Daphnia hyalina* Leydig.
14. *Ceriodaphnia pulchella* Sars.
15. *Bosmina laevis* Leydig.
16. *Cyclops strenuus* Fisch.
17. » *bicuspidatus* Cls.
18. » *Leuckarti* Sars (*simplex* Pogg).
19. » *affinis* Sars.
20. » *oithonoides* Sars.
21. *Diaptomus gracilis* Sars.
22. *Corethra plumicornis* Fbr.

und ausserdem eine grössere Anzahl Diatomeen, unter denen *Asterionella formosa* durch ihre zierlichen sternförmigen Kolonien dem Beobachter besonders auffällt. Zudem sind die genannten Thiere und Pflanzen öfter mit Protozoen besetzt, die von ihren Wirthen natürlich auch in die limnetische Region getragen werden.

Vergleichen wir den Bestand unseres Limnoplankton etwa mit demjenigen des grossen Plönersees, so ist die Uebereinstimmung auffallend. Es deutet dies darauf hin, dass die bereits vielerorts beobachteten Transportmittel für diese Organismen auch bei uns Geltung haben, denn eine so gleichartige Vertheilung der Organismen weit auseinanderstehender Wasserbecken setzt gewiss eine passive Wanderung voraus und kann nicht durch einen ursprünglichen Zusammenhang dieser Wasserflächen erklärt werden. Dagegen ist die Fauna des gr. Moosseedorfsees ziemlich verschieden von derjenigen der Alpenseen, wobei wir die von Zschokke in gründlicher Weise erforschten Seen des Rhätikon als Typus solcher betrachten. Immerhin sind die von mir erhaltenen Befunde noch zu mangelhaft, um bestimmte Schlüsse in dieser Richtung zu ziehen. Um dieser Aufgabe im vollen Masse gerecht zu werden, müssen die Studien über den Moosseedorfsee noch fortgesetzt werden. Wir haben uns bei unsern Beobachtungen mehr darauf beschränken müssen, das Vorkommen bestimmter Thierarten zu constatiren, und konnten den Lebensverhältnissen derselben, ihren Entwicklungsvorgängen nur wenig Berücksichtigung zu Theil werden lassen. Erst wenn man sich mit der Systematik der in Frage kommenden Thiergruppen genau bekannt gemacht hat, was bei der weit zerstreuten Literatur mit vielen Mühen verbunden ist, wird man daran gehen können, weitere Fragen zu lösen. Als solche erachten wir erstens festzustellen, ob in der littoralen Zone ein Unterschied besteht zwischen der Fauna der mit Pflanzen bewachsenen und der freien, offenen Uferstrecken; zweitens, welchen Einfluss die erwähnten Unterschiede auf die Entwicklung der dieselben bewohnenden Thierarten ausüben; drittens, in welcher Weise einströmende Quellen und Bäche den Bestand der Uferfauna verändern; viertens, ob das Vorkommen bestimmter Uferpflanzen auch auf die Thierwelt von Einfluss ist, etc.

Ich habe in Ermangelung von verschliessbaren Netzen darauf verzichtet, die häufig erwähnten Wanderungen bestimmter Thierspecies im Laufe eines Tages zu verfolgen. Nach meinen Befunden, die sich auf mehrfach wiederholte Netzzüge stützen, ist bei jeder Tageszeit, bei trübem und hellem Wetter die ganze Wassermasse von oben bis

unten von zahlreichen Geschöpfen belebt, wobei allerdings nach den Jahreszeiten eine kleine Verschiebung stattfindet. Es mag vielleicht, ein Unterschied in quantitativer, aber gewiss nicht in qualitativer Richtung vorhanden sein. In ersterer Beziehung könnten uns die in neuerer Zeit von verschiedenen Seiten in Angriff genommenen Messungen des Planktons, über deren Technik uns Arbeiten von Hensen, Schütt und Apstein[54]) Aufschluss geben, die nöthige Auskunft ertheilen.

Ein abgeschlossenes Wasserbecken, auch wenn es wie der gr. Moosseedorfsee mit sichtbarem Zu- und Abfluss versehen ist, stellt, wie Forel[55]) auseinandersetzt, eine Welt, die sich selbst genügt dar, wo jede Pflanzen- und jede Thierart die zur Lebensfristung nothwendigen Elemente vorfindet. Die Grösse eines solchen Wasserbeckens, nebst einer Reihe von anderen Faktoren, wie Uferentwicklung, Wasserhärte, Durchsichtigkeit des Wassers, wie Seligo in seinen hydrobiologischen Untersuchungen hervorgehoben hat, wird auch in unsern gemässigten Gegenden von Einfluss auf die in ihm enthaltene Pflanzen- und Thierwelt sein. Dieser Reichthum an Pflanzen und Thieren kann sich in verschiedener Weise entfalten, entweder in einem hervorragenden Reichthum an verschiedenen Arten, wobei nach meinem Dafürhalten eine Ausnutzung der verfügbaren Stoffe in reichstem Masse stattfindet, oder in der Massenhaftigkeit des Auftretens einiger weniger Formen. Nach beiden Seiten hin scheint es eine bestimmte Grenze zu geben.

Zschokke führt aus dem See von Partnun 65 Species, aus demjenigen von Tilisuna 54, aus dem Lünersee 58, und endlich aus dem See von Garschina 61 Arten auf, wobei nur die Befunde des Jahres 1890 berücksichtigt sind, also aus keinem Wasserbecken mehr als 70 Species an. Vergleichen wir damit die Resultate, die laut einem ersten Bericht über die Thätigkeit der biologischen Station zu Plön, aus dem gr. Plönersee bekannt wurden, nämlich:

20 Arten *Fische*
36 » *Crustaceen*
69 » *Würmer* (darunter 37 *Räderthiere*).
78 » *Protozoen*

im ganzen 226 Arten, wobei die gewiss auch dem Plönersee nicht fehlenden Amphibien und Insekten noch nicht, andere, wie Hydrachniden nur oberflächlich berücksichtigt sind, so müssen wir gestehen, dass die Möglichkeit, auch für den Moosseedorfsee in ähnlicher Weise

zum Abschluss zu kommen, wie es Zschokke für seine alpinen Seen gelingen wird, uns in weite Ferne gerückt erscheint. Denn es umfasst unser Verzeichniss bisher an

Crustaceen 38 Arten,
Räderthieren 11 »
Hydrachniden 16 » etc.,

so dass ein Vergleich mit dem gr. Plönersee uns auf einen weit grösseren Artreichthum für den gr. Moosseedorfsee schliessen lässt, als ich ihn hier feststellen konnte. Immerhin sollen meine Bestrebungen darauf gerichtet sein, nicht nur den Moosseedorfsee, sondern auch eine Reihe weiterer in der Umgebung Berns gelegener Seen zu erforschen, um damit die Grundlagen zu gewinnen, den wesentlich andere Verhältnisse bietenden, grösseren alpinen Becken des Berner Oberlandes mit Erfolg beizukommen.

*

* *

Eine Schilderung des Moosseedorfsees, und wenn sie noch so lückenhaft ist, wie die vorliegende, darf die beiden Pfahlbaustationen nicht vergessen, die sich in seinem Bereich vorfinden und durch welche der Name dieses Süsswasserbeckens auch schon in weitere Kreise gedrungen ist.

Als zu Anfang der fünfziger Jahre die Entdeckung der Pfahlbauten eine neue Aëra der Alterthumsforschung eröffnete, folgte als eine der ersten in der übrigen Schweiz diejenige im Moosseedorfsee durch die bekannten Alterthumsforscher Jahn, Uhlmann und von Morlot. Die im Frühjahr 1856 erfolgte Tieferlegung des Sees, die als Folge der Kanalisation der Urtenen eintrat, legte am östlichen Ufer, rechts von der Ausmündungsstelle der Urtenen, ein Pfahlwerk bloss, dessen Länge circa 20 Meter und dessen Breite 16 Meter mass. Dieser Pfahlbau, der zahlreiche rohe und bearbeitete Thierknochen, Topfscherben und Feuersteinwerkzeuge enthielt, wurde mit grossem Fleisse von Dr. Uhlmann in Münchenbuchsee und Albert Jahn in Bern ausgebeutet. Im gleichen Jahre entdeckte Dr. Uhlmann noch einen weiteren Pfahlbau unweit des westlichen Endes des Sees; derselbe, etwa 15 Meter vom jetzigen Westufer des gr. Sees, konnte aber nicht vollständig ausgegraben werden, da sich das Areal im Kanaleinschnitt befand; immerhin wurden auch hier ähnliche Gegenstände wie bei dem zuerst aufgefundenen Pfahlwerk erbeutet. Wir besitzen über die an beiden Stellen ausgegrabenen Alterthümer einen

Bericht von den Herren A. Jahn und Dr. J. Uhlmann[56]). Danach gehören vorerst die Ueberreste, die sich hauptsächlich im Torfe vorfanden, einem Völkerstamme an, der sich auf der Kulturstufe der Steinzeit befand. Diese Menschen waren bereits im Stande sich mit Hülfe der eingehandelten Feuersteine Werkzeuge aus Knochen, Horn und Holz herzustellen. Die noch etwas roh aus Thon gefertigten Geschirre beweisen, dass diesen Pfahlbauern die Töpferscheibe noch unbekannt war. Die Auffindung verbrannter Weizenkörner spricht dafür, dass unsere Ansiedler nebst Jagd und Fischfang auch bereits Ackerbau trieben. Von grossem Interesse sind für uns die Ueberreste aus dem Thierreich. Wir haben bei den in Pfahlbauten aufgefundenen Thierresten bereits zu unterscheiden zwischen Hausthieren und wilden Thieren. Die ersteren wurden theilweise in Rassen gezüchtet, die sich ziemlich weit von den gegenwärtig in unsern Gegenden gehaltenen Thieren entfernen, letztere werden zum Theil durch Arten vertreten, die heute vollständig aus unserm Vaterlande verschwunden sind. Nach der klassischen Bearbeitung Rütimeyers[57]) fanden sich bei den Pfahlbauern des Moosseedorfsees folgende Hausthiere:

1. Der Torfhund *(Canis familiaris palustris)*.
2. Das Rind und zwar in 2 Formen,
   1. in der sog. Primigeniusrasse und
   2. in der Brachycerosrasse; letztere Form wird gewöhnlich schlechthin als die Torfkuh bezeichnet.
3. Die Ziege und
4. das Schaf.

Der im gr. Moosseedorfsee aufgefundene Metatarsusknochen eines Pferdes, der auf eine grosse Rasse hinweist, ist möglicherweise eingehandelt worden. Die im Berichte von Uhlmann und Jahn aufgezählte Katze hat nach Rütimeyer zur ältern Steinzeit noch nicht als Hausthier gedient; es sind die betreffenden Ueberreste der Wildkatze zuzuschreiben. Ausserdem belebte eine reichhaltige Auswahl jagdbarer Thiere, die von den Pfahlbauern theilweise zur Befriedigung ihrer Nahrungsbedürfnisse, theils der Felle wegen zur Strecke gelegt wurden, die weitere Umgebung des Sees und diesen selbst. Nach Rütimeyer haben uns die Küchenabfälle dieses Pfahlbaues von folgenden wild lebenden Thieren Spuren hinterlassen:

1. *Canis vulpes*. L., Fuchs.
2. *Ursus arctos*, L., Bär.
3. *Mustela foina* Briss, Hausmarder.

4. *Mustela martes* L., Edelmarder.
5. *Lutra vulgaris* Erxl., Fischotter.
6. *Felis catus* L., Wildkatze.
7. *Erinaceus europaeus* L., Igel.
8. *Sciurus vulgaris* L., Eichhörnchen.
9. *Lepus timidus* L., Hase.
10. *Castor fiber* L., Biber.
11. *Sus scrofa ferus*, Rütimeyer, Wildschwein.
12. » *scrofa palustris*, Rütimeyer, Torfschwein.
13. *Cervus alces* L., Elenthier.
14. » *elaphus* L., Edelhirsch.
15. » *capreolus* L., Reh.
16. *Bos primigenius* Boj., Ur.
17. *Aquila haliætus* Meyer?
18. *Astur palumbarius* Bechst., Taubenhabicht.
19. *Tinnunculus nisus* L., Sperber.
20. *Columba palumbus* L., Wildtaube.
21. *Ardea cinerea* Lath., Reiher.
22. *Ciconia alba* Bell, Storch.
23. *Anas boschas* L., Wildente.
24. » *querquedula* L., Knäckente.
25. *Cistudo europæa* Gray, europ. Süsswasserschildkröte.
26. *Rana esculenta* L., grüne Frosch.
27. *Cyprinus carpio*, L., Karpfen.
28. *Squalius spec?* Häsel, Alet.
29. *Esox lucius* L., Hecht.
30. *Salmo salar* L., Lachs?

Literaturverzeichniss.

1. *Hertwig, Dr. Rich.*, der Zoologe am Meer. Sammlung gemeinverständlicher wissenschaftlicher Vorträge, herausgegeben von Virchow und Holzendorff. Serie XVI. Heft 371. Berlin, 1881.
2. *Forel, F. A.*
   a. Introduction à l'étude de la faune profonde du lac Léman. Bulletin de la soc. vaudoise des sciences naturelles. No. 62. Lausanne, 1868.
   b. Matériaux pour servir à l'étude de la faune profonde du lac Léman. ibid. série I—VI, 1874—80.
   c. Faunistische Studien in den Süsswasserseen der Schweiz. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Supplementband, Bd. XXX, 1878.
   d. La faune pélagique des lacs d'eau douce. Archives des sciences physiques et naturelles. Genève, 1882, vol. VIII.
   e. Pelagische Fauna der Süsswasserseen. Biologisches Centralblatt Bd. II. Erlangen, 1872.
   f. La faune profonde des lacs suisses. Nouveaux mémoires de la soc. helvét. des sciences naturelles, vol. XXIX. 1885.
   g. Le lac Léman, précis scientifique, 2me éd. Bâle-Genève, 1886.
   h. Faune pélagique du lac Léman. Bulletin de la soc. vaud. vol. XIV.
3. *Haeckel.* Planktonstudien. Jena, G. Fischer, 1890.
4. *L. Jurine.* Histoire des monocles qui se trouvent aux environs de Genève. 288 pp., 22 tables col. Genève, 1820. 4°.
5. *Perty, M.* Zur Kenntniss der kleinsten Lebensformen nach Bau, Funktionen, Systematik mit Specialverzeichniss der in der Schweiz beobachteten Arten. 228 pp. und XVII lithochrom. Tafeln. Bern, 1852. 4°.
6. *Claparède* et *Lachmann.* Études sur les Infusoires et les Rhizopodes. Genève, 1858—61. 4°.
7. *P. E. Müller.* Cladocères des grands lacs suisses. Archives des sciences physiques et naturelles. A. XXXVII. Genève, 1870.
8. *Weismann, A.*, a. Leptodora hyalina. Bau und Lebenserscheinungen. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. XXIV. Leipzig, 1874.
   b. Zur Naturgeschichte der Daphnoiden. Z. f. wissenschaftl. Zoologie, Bd. XXVIII. Leipzig, 1877.
   c. Das Thierleben im Bodensee. Lindau, 1877. 4°.
9. *Paresi P.* a. Materiali per una fauna del cantone Ticino. Atti della società italiana di scienzi naturali. vol. XVI. Milano, 1873.

b. Intorno all' esistenza della fauna pelagica o d'alto lago anche in Italia. Bullettino della soc. ent. ital. vol. IV, p. 293. Firenze, 1877.

c. Ulteriori studi sulla fauna pelagica dei laghi italiani. Rendiconto di R. istituto lombardo. vol. VII. Milano, 1879.

d. Altra serie di ricerche e studi sulla fauna pelagica dei laghi italiani. Atti della soc. Veneto-trentina di scienze naturali. vol. VIII Venezia, 1883.

10. *Asper, G.* a. Die pelagische und Tiefenfauna der Schweiz. In: Bericht über die internationale Fischereiausstellung zu Berlin. — Schweiz. Leipzig, 1880.

b. Wenig bekannte Gesellschaften kleiner Thiere unserer Schweizerseen. Neujahrsblatt der Zürcher naturforschenden Gesellschaft, 1881. Zürich, 1880. 4°.

— *& Heuscher.* Eine neue Zusammensetzung der pelagischen Organismenwelt. Zool. Anzeiger Nr. 228. Leipzig, 1886.

11. *Imhof, O. E.* a. Studien zur Kenntniss der pelagischen Fauna der Schweizerseen. Zoolog. Anzeiger Nr. 147. Leipzig, 1883.

b. Sur la faune pélagique des lacs suisses. Archives des sciences phys. et naturelles. Genève, 1883.

c. die pelagische und die Tiefenfauna der zwei Savoyerseen: lac du Bourget et lac d'Annecy. Zoologischer Anzeiger Nr. 155. Leipzig, 1883.

d. Resultate meiner Studien über die pelagische Fauna kleinerer und grösserer Süsswasserbecken der Schweiz. Zeitschrift f. wissenschaftliche Zoologie. Bd. 40. Leipzig, 1884.

e. Weitere Mittheilung über die pelagische Fauna der Süsswasserbecken. Zoologischer Anzeiger Nr. 169. Leipzig, 1884.

f. Nouveaux membres de la faune pélagique. Archives des soc. phys. et nat. Genève, 1884.

g. Weitere Mittheilung über die pelag. und Tiefenfauna der Süsswasserbecken. Zoologischer Anzeiger Nr. 190. Leipzig, 1885.

h. Die Rotatorien als Mitglieder der pelag. und Tiefenfauna der Süsswasserbecken. Zool. Anzeiger Nr. 196. Leipzig, 1885.

12. *Imhof, O. E.* a. Faunistische Studien in 18 kleineren und grösseren Süsswasserbecken Oesterreichs. Sitzungsberichte der Wiener Akademie. 1885.

b. Ueber die pelagische und Tiefenfauna einer grösseren Zahl oberbairischer Seen und Vorweisung neuer Apparate zur Erforschung der Faunen etc. Tageblatt der 58. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Strassburg, 1885.

c. Pelagische Thiere aus Süsswasserbecken in Elsass-Lothringen. Zoologischer Anzeiger Nr. 211, pag. 720. Leipzig, 1885.

d. Neue Resultate über die pelagische und Tiefsee-Fauna einiger im Flussgebiet des Pogelegener Seen. Zoolog. Anzeiger Nr. 214. Leipzig, 1885.

e. Ueber mikrosk. pelagische Thiere aus den Lagunen von Venedig. Zool. Anzeiger Nr. 216. Leipzig, 1886.
f. Zoologische Mittheilungen. Vierteljahrsschrift der Zürcher naturforschenden Gesellschaft. Bd. XXX. Zürich, 1886.
g. Vorläufige Mittheilungen über die horizontale und vertikale geographische Verbreitung der pelag. Fauna. Zool. Anzeiger Nr. 224, Leipzig, 1886.
h. Notizen über die pelagische Fauna der Süsswasserbecken. Zool. Anzeiger Nr. 264 und 265. Leipzig, 1887.
i. Fauna der Süsswasserbecken. Zool. Anzeiger Nr. 275 und 276. Leipzig, 1888.
k. Die Vertheilung der pelagischen Fauna in den Süsswasserbecken. Zool. Anzeiger Nr. 280. Leipzig, 1888.
l. Beitrag zur Kenntniss der Süsswasserfauna der Vogesen. Zoolog. Anzeiger Nr. 290. Leipzig, 1886.
m. Notiz über pelag. Thiere in einem Teiche in Galizien. Zool. Anz. Nr. 336. Leipzig, 1890.
n. Notizen über die pelagische Thierwelt der Seen in Kärnthen und in Krain. Zool. Anzeiger Nr. 335, 338, 339. Leipzig, 1890.
o. Die Zusammensetzung der pelag. Fauna der Süsswasserbecken nach dem gegenwärtigen Stand der Untersuchungen. Biologisches Centralblatt Bd. XII. Erlangen, 1892.

13. *Imhof, O. E.* a. Studien über die Fauna hochalpiner Seen insbesondere des Kantons Graubünden. Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens. Jahrgang XXX. Chur. 1887.
b. Ueber die mikroskop. Thierwelt hochalpiner Seen. Zool. Anzeiger Nr. 241 und 242. Leipzig, 1887.
c. Ueber das Leben und die Lebensverhältnisse zugefrorener Seen. Mittheil. der aarg. naturforsch. Gesellschaft. Bd. VI. Aarau, 1892.

14. *Duplessis-Gouret.* Essai sur la faune profonde des lacs de la Suisse. Nouveaux mémoires de la soc. helvét. des sciences naturelles. vol. XXIX. 1885.

15. *Asper, G. & J. Heuscher.* a. Zur Naturgeschichte der Alpenseen. Jahresbericht der St. Gallischen naturforschenden Gesellschaft. 1885/86.
b. idem. loc. cit. 1887/88.
c. *Heuscher, J.* Zur Naturgeschichte der Alpenseen. loc. cit. 1888/89.
d. Hydrobiologische Exkursionen im Kanton St. Gallen. loc. cit. 1890/91.

16. *Zschokke, F.* a. Faunistische Studien an Gebirgsseen. Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel. Bd. IX., 1890.
b. Beiträge zur Kenntniss der Fauna der Gebirgsseen. Zool. Anzeiger Nr. 326. Leipzig, 1890.
c. Faunistisch-biologische Betrachtungen an Gebirgsseen. Biologisches Centralblatt Bd. X. Erlangen, 1890.

d. Die zweite zoologische Exkursion an die Seen des Rhätikon. Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft Basel. Bd. IX, 1891.

e. Weiterer Beitrag zur Kenntniss der Fauna von Gebirgsseen. Zool. Anzeiger Nr. 360 und 361. Leipzig, 1891.

17. *Lutz, A.* Untersuchungen über die Cladoceren der Umgebung von Bern. Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. Jahrg. 1878.

18. *Haller, G.* Die Hydrachniden der Schweiz. Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern, Jahrg. 1882.

19. *Kaufmann, A.* Die Ostracoden der Umgebung Berns. Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern, Jahrgang 1892.

20. *Koristka, K.* Uebersicht der Thätigkeit der naturwissenschaftlichen Landesdurchforschung von Böhmen vom Jahre 1864 bis zum Jahre 1890. Archiv der naturw. Landesdurchforschung von Böhmen, Bd. VIII, Nr. 1. Prag, 1891.

21. *Zacharias, O.* a. Studien über die Fauna des grossen und kleinen Teiches im Riesengebirge. Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie. Bd. 42. 1885.

b. Ergebnisse einer zoologischen Excursion in das Glatzer-, Iser- und Riesengebirge. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie Bd. 43. 1886.

c. Faunistische Untersuchungen in den Maaren der Eifel. Zoolog. Anzeiger Nr. 295, Leipzig, 1888, und biolog. Centralblatt IX, Nummern 2—4. Erlangen, 1889.

d. Die Ergebnisse einer zweiten faunistischen Exkursion an den grossen und kleinen Koppenteich. Jahresbericht der schles. Gesellschaft für vaterländische Cultur. Breslau, 1885.

e. Faunistische Studien in westpreussischen Seen. Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. Band VI, Heft 4. Danzig, 1887.

f. Zur Kenntniss der Fauna des Süssen und Salzigen Sees bei Halle a./S. Zeitschrift für wissensch. Zoologie. Bd. 46. 1888.

g. Ergebnisse einer Seeuntersuchung in der Umgebung von Frankfurt a./O. Monatliche Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaften 1888/89. Nr. 8. Frankfurt a/O., 1888/89.

h. Die niedere Thierwelt unserer Binnenseen. Sammlung wissensch. Vorträge, herausgegeben von R. Virchow und W. Wattenbach. Neue Folge 4. Serie, Nr. 90. Hamburg, 1889. 8°.

i. Ueber die lacustrisch-biologische Station am grossen Plönersee. Zoolog. Anzeiger. XII. Leipzig, 1889.

k. Zur Kenntniss der niedern Thierwelt des Riesengebirges nebst vergleichenden Ausblicken. Forschung zur deutschen Landes- u. Volkskunde Bd. IV, Heft 5. Stuttgart, 1890.

22. *Poppe, S. A.* Notizen zur Fauna der Süsswasserbecken des nordwestlichen Deutschlands mit besonderer Berücksichtigung der Crustaceen. Abh. des naturw. Vereins in Bremen. Bd. X, 1888.

23. *Seligo, A.* Hydrobiologische Untersuchungen. I. Zur Kenntniss der Lebensverhältnisse in einigen westpreussischen Seen. Schriften der naturforschenden Gesellschaft Danzig. Bd. VII. Heft 3. Danzig, 1890.

24. *Zacharias, Otto.* Forschungsberichte aus der biologischen Station zu Plön. I. Theil. Berlin, 1893.

25. *Moniez, R.* a. Liste des Copépodes, Ostracodes, Cladocères et de quelques autres crustacés recueillis à Lille en 1886. Bulletin de la soc. zool. de France. Année XII. Paris, 1887.

b. Le Lac de Gérardmer, dragages et pêches pélagiques. Feuille des jeunes naturalistes. Année 17, Paris, 1886.

c. Faune des eaux souterraines du département du Nord et en particulier de la ville de Lille. Revue biologique du Nord de la France, année I. Lille, 1889.

26. *Richard, Jules.* a. Sur la faune pélagique de quelques lacs d'Auvergne. Compte rend. de l'académie des sciences de Paris. Paris, 1887.

b. Remarque sur la faune pélagique de quelques lacs d'Auvergne. ibid.

c. Liste des Cladocères et des Copépodes d'eau douce observés en France. Bulletin de la soc. zool. de France. Paris, 1887.

27. [illegible] Les lacs d'Auvergne. Paris, 1890.

28. [illegible] a. Monographia Eucopepodorum liberorum in Hungaria hucusque repertorum. Ungar. Text. latein. Diagnosen. Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen. Bd. XIX. Budapest, 1884.

b. [illegible] Naturhistorische Hefte. [illegible] Budapest, [illegible]

c. [illegible] Diaptomus hucusque recte [illegible] Naturhistorische Hefte. vol. XIV. Budapest, 1891.

[illegible] Ungar. Text. latein. Diagno[illegible]

[illegible] Branchipodorum faunae hungaricae. Mathe[illegible] Bd. XXIII. Heft 3. Ungar. [illegible] Budapest, [illegible]

[illegible] Ungarns. Mathemat.-naturw. Be[illegible] Budapest, [illegible]

[illegible] der ungar. Fauna. Natur[illegible] Budapest, [illegible]

Daday, Eugen, von. h. Die Ostracoden der Umgebung von Budapest. Naturhist. Hefte, Bd. XV. Budapest, 1892.

i. Neue Beiträge zur Kenntniss der Räderthiere. Mathem.-naturw. Berichte aus Ungarn. Bd. I. Budapest (1882/83), 1884.

k. Morphologisch-physiologische Beiträge zur Kenntniss der Hexarthra platyptera Schmarda. Naturhist. Hefte, Bd. X. Budapest, 1886.

l. Räderthiere des Golfes von Neapel. Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaft, Bd. XIX, Nr. 7. Budapest, 1890; deutscher Auszug in mathem.-naturwissensch. Berichte aus Ungarn. Bd. VIII, pag. 349 bis 353. Budapest, 1891.

m. Revision der Asplanchna-Arten und deren ungarländ. Repräsentanten. Math.-naturw. Berichte aus Ungarn. Bd. IX. Budapest, 1892.

n. Die geographische Verbreitung der im Meere lebenden Rotatorien. l. c. Bd. IX.

o. Ein interessanter Fall der Heterogenesis bei Rotatorien. Mathem. naturw. Berichte aus Ungarn. Bd. III. Budapest, 1890.

p. Beiträge zur Kenntniss der Krustaceenfauna von Klausenburg und Umgebung. Mathem.-naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn, Bd. I. Budapest, 1884.

q. Beiträge zur Kenntniss der Plattenseefauna. Mathem. naturw. Berichte aus Ungarn, Bd. III. Budapest, 1886.

r. Neue Thierarten aus der Süsswasserfauna von Budapest. Naturhist. Hefte, Bd. IX. Budapest, 1885.

s. Daten zur Kenntniss der Krustaceenfauna der Seen am Retyezat. Naturhist. Hefte, Bd. VII. (ungar., latein. Diagnosen). 1883.

t. Beiträge zur mikroskopischen Süsswasserfauna Ungarns. Naturhist. Hefte, Revue, Bd. XIV. Budapest, 1891.

u. Die mikroskopische Thierwelt der Mesöséger Teiche. Naturhistor. Hefte, Bd. XV. Budapest, 1892.

29. *Uhlmann, J.,* geologisch-archaeologische Verhältnisse am Moosseedorfsee. Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. Jahrg. 1860.

30. *Rütimeyer,* über See und Thalbildung. Basel 1869, p. 102.

31. *Steck, Th.,* die Wassermassen des Thuner- und Brienzersees. Jahresbericht der geogr. Gesellschaft in Bern. Bd. XI. Bern, 1893.

32. *Richter, E.,* Jahresübersicht der wissenschaftlichen Literatur über die Alpen. II. 1886—89. II. Seen. Zeitschrift des deutsch-österreichischen Alpenvereins. Jahrg. 1890. Bd. XXI.

33. *Wiesner, C. A.,* Beitrag zur Kenntniss der Seekreiden und des kalkigen Teichschlammes der jetzigen und früherer geologischen Perioden. Würzburg, 1892.

34. *Ludwig, Fr.*, zur Biologie der phanerogamischen Süsswasserflora. In Zacharias: Die Thier- und Pflanzenwelt des Süsswassers. Bd. I, p. 178. Leipzig, 1891.

35. *Petit, P.*, Diatomacées observées dans les lacs des Vosges. Feuille des jeunes naturalistes. Année XVIII. Nr. 217. p. 105—109. Paris, 1888.

36. *Schilling, Aug. Jak.*, die Süsswasser-Peridineen. Flora, Heft 3, p. 1—81. 1891.

37. *Imhof, O. E.*, Pelagische Diatomeen. Notarisia 1890, pag. 996 bis 1000.

38. *Imhof, O. E.*, Beiträge zur Fauna der schweizer. Thierwelt der stehenden Gewässer. Mittheilungen der aargauischen naturforsch. Gesellschaft. Bd. VI. Aarau, 1892.

39. *Ternetz, C.*, Rotatorien der Umgebung Basels. Basel, 1892. Dissertation.

40. *Dalla Torre, K. W. v.* Studien über die mikroskopische Thierwelt Tirols. I. Theil Rotatoria. Zeitschrift des Ferdinandeums. Heft 33. Innsbruck, 1889.

41. *Hudson, C. T.* und *Gosse, P. H.*, the Rotifera or wheel-Animalcules. 2 Bände und Supplement. London 1886—89. gr. 8°.

43. *Schewiakoff*, W., über einige ekto- und entoparasitische Protozoen der Cyclopiden. Bulletin de la soc. impér. des naturalistes de Moscou. Année 1893 p. 1—29, Moscou, 1893.

43. *Schmeil, O.*, Copepoden des Rhätikon-Gebirges. Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. Bd. XIX. Halle, 1893.

44. *Dröscher*, *W.*, Beiträge zur Biologie des Schweriner Sees. Schwerin, 1892.

45. *Neumann, C. J.*, om Sveriges Hydrachnider. K. Svenska Vetensk. — Akad. Handling. Bd. XVII. Stockholm, 1880.

46. *Könike, F.*, Verzeichniss finnländischer Hydrachniden. Abhandlung. des naturwissenschaftlichen Vereins in Bremen. Bd. X. Bremen, 1889.

47. *Könike, F.*, Verzeichniss von im Harz gesammelten Hydrachniden. Ibid. Bd. VIII.

48. *Bugnion, Ed.*, Ueber die Athmung von Haemonia equiseti. Mittheilungen der schweiz. entomolog. Gesellschaft. Bd. VIII. Heft 10. Schaffhausen, 1892.

49. *Pictet, F. J.*, recherches pour servir à l'histoire et à l'anatomie des Phryganides. Genève, 1834.

50. *Meyer-Dür, R.*, Neuropteren-Fauna der Schweiz. Mittheilungen der schweizerischen entomolog. Gesellschaft. Bd. IV. Schaffhausen, 1874.

51. *Meyer-Dür, R.,* Uebersichtliche Zusammenstellung aller bis jetzt in der Schweiz einheimisch gefundenen Arten der Phryganiden. Ibid. Bd. VI. 1882.

52. *Studer, Th.,* Beobachtungen über Nymphula potamogalis. Mittheilungen der bernischen naturforschenden Gesellschaft. Jahrg. 1873.

53. —, Verzeichniss der in der Umgebung Berns vorkommenden Mollusken. Mitth. der bern. naturforsch. Gesellsch. Jahrg. 1883. Heft II. Bern, 1884.

54. *Apstein, C.,* a. Ueber die quantitative Bestimmung des Plankton im Süsswasser. In Zacharias: die Thier- und Pflanzenwelt des Süsswassers. Bd. II. Leipzig, 1891.

b. —, das Plankton des Süsswassers und seine quantitative Bestimmung. Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins für Schleswig-Holstein. Bd. IX. Kiel, 1892.

55. *Forel, F. A.,* Allgemeine Biologie eines Süsswassersees. In: Zacharias: die Thier- und Pflanzenwelt des Süsswassers. Bd. I. Leipzig, 1891.

56. *Jahn, A. & Uhlmann,* J. Die Pfahlbau-Alterthümer von Moosseedorf im Kanton Bern. Bern, 1857.

57. *Rütimeyer,* Fauna der Pfahlbauten der Schweiz. Neue Denkschriften der schweiz. naturforschenden Gesellschaft. Bd. XIX. Zürich, 1862.

58. *Lande, A.,* a. Materialien zur Copepodenfauna Polens. I. Cyclopiden. (polnisch) mit 6 Tafeln. Warschau, 1890.

b. Quelques remarques sur les Cyclopides. Mémoires de la société zoologique de France. T. V. Paris, 1892.

Achille Bécheraz.

Ueber die Sekretbildung in den schizogenen Gängen.

Eingereicht am 25. Juli 1893.

Einleitung.

Eine grosse Anzahl von Pflanzen und die von denselben herrührenden Droguen verdanken ihre Verwerthung in medizinischer sowie in technischer Beziehung den Produkten, welche in Sekretbehältern im Inneren der Gewebe entstanden sind. Diese Sekretbehälter weichen sowohl in der Art ihrer Entstehung, als auch in Bezug auf Gestalt und Grösse, sowie auch in chemischer Zusammensetzung des Inhaltes und dessen Menge von einander ab.

Sie sind, wie es die mannigfache Verwendung ihrer Inhaltskörper auch erwarten lässt, zu verschiedenen Zeiten von verschiedenen Forschern untersucht worden; aber die Untersuchungen erstreckten sich in den meisten Fällen hauptsächlich auf die Entstehung, Entwicklung und Stellung der Sekreträume im Gewebe, der Genese des Inhaltes wurde weniger Beachtung geschenkt. Wir haben denn auch bis heute keine genaue Kenntniss über die Art und Weise, wie die Sekrete in den Sekretbehältern entstehen, und stossen beim Durchgehen der diesbezüglichen Literatur auf vielfache Widersprüche.

Meyen*) hat die Ansicht aufgestellt, dass das Harz ein Sekret sei, welches innerhalb der Zellen gebildet und abgeschieden werde und durch Diffundiren durch die Zellmembran in den Harzgang gelange, welch' letzterer durch Auseinanderweichen von Zellen entstanden sei.

*) Meyen, Sekretionsorgane der Pflanzen 1837.

Diese Ansicht wurde befestigt durch die Mittheilungen von N. I. C. Müller,*) welcher bei den Coniferen, Umbelliferen, Anacardiaceen, Compositen und Araliaceen die Entstehung der Sekretbehälter und Sekrete studirte und zu dem Schlusse kam, dass das in der Zelle entstehende Sekret in kleinen Partikelchen nach dem Orte grösster Ansammlung durch die Zellmembran diffundire und dass also eine grosse Sekretmasse nur entstanden sein könne, nachdem die sehr zahlreichen, kleinen Harztröpfchen durch verschiedene Zellwandungen hindurchgewandert seien. Er gebrauchte zur besseren Erkennung der ganz kleinen Harztröpfchen ein Färbemittel und zwar verdünnten Alkohol und kleine Stückchen pulverfreier Borke von Alkannawurzel, deren Farbstoff vom Harz gespeichert wird und sich durch Auswaschen mit Wasser nicht entfernen lässt.

Müller fand bei dieser Tinktionsweise in ganzen Zellkomplexen rothe Harzpünktchen; aber ich bin der gleichen Ansicht wie Mayr**), dass das Harz durch die Präparation des Beobachtungsobjektes aus dem Kanal in und auf das umliegende Gewebe gelangt sei.

Auch Mohl***) schliesst sich der Meyen'schen Ansicht an und betrachtet die den Intercellularraum umgebenden kleinen Zellen als die Organe, welche das Harz bereiten und in den von ihnen umschlossenen Hohlraum ausscheiden.

Dippel†) ist der Meinung, dass die Entstehung des Harzes in den eigentlichen Gängen von einer Umbildung der Stärke in ätherisches Oel abhängt, welches anfänglich in einem ganzen Zellstrange entsteht und verbreitet ist, später aber aus den äusseren Zellpartien nach den mittleren diffundirt, wo es seine weitere Umwandlung erleidet, d. h. in Harz übergeführt wird.

Nach Frank††) ist von den Vorgängen, welche bei der Entstehung von Balsamen und ätherischen Oelen in den schizogenen Gängen

---

*) N. I. C. Müller. Untersuchungen über die Vertheilung der Harze, ätherischen Oele, Gummi und Gummiharze und die Stellung der Sekretionsbehälter im Pflanzenkörper. Pringsh. Jahrbücher. Bd. V, 1866.

**) Mayr. Entstehung und Vertheilung der Sekretionsorgane der Fichte und Lärche. Bot. Centralblatt. 1884. Bd. XX.

***) Mohl. Ueber die Gewinnung des Terpentins. Bot. Ztg. 1859. pag. 333.

†) Dippel. Die Harzbehälter der Weisstanne und die Entstehung des Harzes in denselben. Bot. Ztg. 1863, pag. 258.

††) Frank. Ueber die Entstehung der Intercellularräume der Pflanzen. 1867.

stattfinden, nur so viel erwiesen, dass das erforderliche Material zur Sekretbildung durch die Wandzellen bezogen werden muss.

Der Theorie der Diffusion von Harz nach den Sekretbehältern stehen die Ergebnisse der Untersuchungen anderer Forscher gegenüber.

Karsten*) veröffentlichte im Jahre 1857 seine Beobachtungen über die assimilirende Thätigkeit der Zellmembran, in welchen er der Ansicht Ausdruck verleiht, dass die Sekrete theils durch Umwandlung der Membran der Gewebezellen, theils als Erzeugniss kleiner im Safte derselben befindlicher Zellchen entstehen. Er findet die Gewebezellhaut in einigen Fällen verflüssigt und resorbirt, in andern Fällen wohl mehr oder weniger verflüssigt, aber nicht resorbirt, sondern das Produkt der Umwandlung der Gewebezellhaut mit dem Inhalt der Sekretionszellen zu neuen chemischen Verbindungen vereinigt. Auch beobachtet er eine Durchtränkung der Membran mit Harz und beim Auswaschen der Präparate mit Alkohol hinterbleibt ihm ein mehr oder weniger in Zellform erkennbares, wie korrodirt erscheinendes Häutchen.

Wigand**) ist sieben Jahre später, nach angestellten Untersuchungen über die Desorganisation der Pflanzenzelle, zu einem ähnlichen Resultate gelangt.

Er sieht das Harz oder den Balsam zuerst als Wandbekleidung in denjenigen Zellkomplexen, welche später zu den Sekretbehältern ausgebildet werden sollen. Mit der Zunahme der Harzbildung hält die Abnahme der Dicke der Zellwände gleichen Schritt, und schliesslich sieht man letztere als zarte Umrisse sich allmählig in der strukturlosen Harzmasse verlieren, sich aber oft nach Auswaschen mit Alkohol durch Chlorzinkjod noch bläuen. Es wäre demnach diese Reaktion ein Beweis des Vorhandenseins von Zellstoffresten, von Cellulose im Sekrete. Eine Sekretion von Harz oder Balsam findet im strengen Sinne also nicht statt, vielmehr werden die Sekrete innerhalb der Zelle durch Umwandlung der Membran erzeugt.

De Bary***) wirft, nach Berücksichtigung der damals über Entstehung der Sekrete herrschenden Ansichten, die Frage auf, ob nicht

---

*) Karsten. Ueber die Entstehung des Harzes, Wachses, Gummis und Schleimes durch die assimilirende Thätigkeit der Zellmembran. Bot. Ztg. 1857.

**) Wigand. Ueber die Desorganisation der Pflanzenzelle, insbesondere über die physiologische Bedeutung von Gummi und Harz. Pringsh. Jahrb. III.

***) De Bary. Vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane. 1877.

wohl allgemein die Sekrete der schizogenen Behälter zunächst als Bestandtheil der Zellwand aufzufassen seien. Eigene Beobachtungen von ihm über den Gegenstand liegen jedoch nicht vor. Nach seinen Untersuchungen sind in den Hautdrüsen der Epidermis, sowie besonders in den Zwischenwanddrüsen, welche rein histologisch betrachtet, geradezu einen der Epidermis angehörenden Spezialfall schizogener Sekretlücken darstellen, Sekrete zu beobachten, welche denjenigen der schizogenen Behälter durchaus ähnlich sind und vielfach zuerst als Bestandtheil der Zellwand anatomisch nachgewiesen werden können.

Dies stimmt überein mit den Resultaten, welche Hanstein*) aus seinen Beobachtungen über die Harzbildung bei den Colleteren erhalten hat. Nach ihm tritt das Sekret der Colleteren zuerst als Bestandtheil der Zellwand auf. Die letztere verdickt sich, und zwischen der Cuticula und der Celluloseschicht erscheint das Sekret als eingelagerte Masse von stets zunehmender Mächtigkeit. Er findet zwar Harz auch schon fertig gebildet im Inneren der Zottenzellen, aber dasselbe sammelt sich doch vor seinem Austritte erst zwischen Cuticula und Cellulosehaut an, erstere auftreibend und endlich zerreissend. Es scheint den Protoplasmaschlauch und die Zellwand in Gestalt kleinster Theile durchdringen zu können, doch bleibt auch eine Entstehung aus Cellulose und ähnlichen Wandschichten in Frage. Die zerrissene Cuticula kann regenerirt werden und hat demnach bei der Sekretanhäufung in den Hautdrüsen nicht nur eine passive Rolle, sondern es kommt ihr vielmehr die Aufgabe zu, ein sofortiges Wegfliessen des Sekretes zu verhüten. Für die eigentliche Entstehung des Harzes hegt Hanstein die Ansicht, dass die Ursubstanz als Körper schleimartiger Natur die Cellulosehaut durchwandere und sich erst in den Zwischenwandschichten zu Harz umbilde.

Haberlandt**) schliesst sich dieser Meinung an, dadurch, dass er die Wahrscheinlichkeit zulässt, dass die Sekrete das Produkt einer chemischen Umwandlung bestimmter Membranschichten seien. Die Thätigkeit der Sekretzellen würde in diesem Falle darin bestehen, das Material zum Wachsthum jener Zellwandschichten vorzubereiten und zu liefern.

Tschirch***) hat in seiner «Angewandten Pflanzenanatomie» in umfassendster Weise die Verhältnisse, welche bei den Sekretbehältern

*) Hanstein. Ueber die Organe der Harz- und Schleimabsonderung bei den Laubknospen. Bot. Ztg. 1868.

**) Haberlandt. Physiologische Pflanzenanatomie. 1884.

***) Tschirch. Angewandte Pflanzenanatomie. Bd. I, 1889.

in Betracht kommen, berücksichtigt und sie besonders nach der Art ihrer Entstehung auseinandergehalten. Er theilt an der Hand seiner eigenen Untersuchungen und mit Berücksichtigung aller einschlägigen Litteratur die intercellularen Sekretbehälter ein in:

1. schizogene, entstanden durch Auseinanderweichen ursprünglich verbundener Zellen,

2. lysigene, oder rexigene (de Bary), entstanden durch Auflösen bez. Zerreissen der Membranen einer Gruppe von Zellen, und

3. schizo-lysigene, entstanden durch Kombination beider Entstehungsarten, indem zuerst ein Auseinanderweichen und sodann Auflösung beobachtet wird.

Auch über die Bildung der Sekrete, die rückschreitende Metamorphose der Membran finden sich in Tschirchs Anatomie zahlreiche Einzelangaben.

Ueber den Ort der Sekretbildung bei schizogenen und lysigenen Gängen äussert sich Tschirch in folgender Weise: *)

Bei der Untersuchung der schizogenen Gänge hat sich ergeben, dass das sogenannte Secernirungsepithel, welches den Kanal auskleidet, niemals Harz oder ätherisches Oel enthält, also auch niemals diese Stoffe als solche in den Kanal secerniren kann, das Sekret sich vielmehr stets erst in dem Intercellularkanal, wahrscheinlich unmittelbar nach Austritt der resinogenen Substanzen durch dis Membran der Secernirungszellen, an der Aussenseite derselben bildet. Selbst in den jüngsten Stadien enthält nur der Kanal, nie die Secernirungszellen Sekret. Schon die jüngsten Sekretbehälter sind vollständig mit Sekret erfüllt, und oftmals erhält man den Eindruck, dass es das Sekret ist welches den Kanal erweitert.

Bei den lysigenen Gängen entstammt das Harz-Sekret zum allergeringsten Theile einer in ausgiebiger Weise überhaupt sehr seltenen Membranmetamorphose, — auch hier werden die resinogenen Substanzen von dem umgebenden Gewebe in den Kanal secernirt, um dort die Umbildung in Oel oder Harz zu erleiden. Diese Umbildung muss ein rein chemischer Prozess sein, der unabhängig von dem Plasma und seinen Lebensäusserungen verläuft. Denn man findet selbstverständlich niemals, weder in dem schizogenen, noch dem lysigenen Sekretraume lebendes Protoplasma. Bei den meisten schizolysigenen Gängen sind die Membranen der den Kanal auskleidenden Zellen nur

*) Sitzungsberichte der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin 19. November 1889.

stark obliterirt, nicht aufgelöst. Aber auch, wenn sie alle gelöst wären, würden sie doch nicht die grossen Mengen Sekretes, die man in dem Kanale findet, liefern können. —

Damit war der Ort der Sekretbildung näher präzisirt, und es erschien nunmehr wünschenswerth, derselben an dieser Stelle weiter nachzugehen. Ich bin daher auf Vorschlag des Herrn Prof. Dr. Tschirch der Frage der Entstehung des Sekretes näher getreten und habe zunächst die Entstehung der Sekrete in den langgestreckten schizogenen Behältern untersucht, wie sie bei den *Abietineen*, *Compositen*, *Burseraceen*, *Clusiaceen* und anderen Familien vorkommen. Die kurzen Sekretbehälter, z. B. der *Myrtaceen*, bei denen die Verhältnisse anders zu liegen scheinen, sind zunächst von der Untersuchung ausgeschlossen worden.

Um nicht später darauf zurückkommen zu müssen, will ich gleich an dieser Stelle die Bezeichnungen anführen, welche bei den schizogenen Sekretbehältern angewendet werden.

Der Sekretraum, das Lumen des Ganges oder Kanales ist unmittelbar begrenzt von einer Zellschicht, welche aus kleinen, zartwandigen, meist tangential zum Gange zusammengedrückten, hin und wieder nach demselben zu etwas vorgewölbten Elementen besteht, die, einzeln secernirende Zellen oder Epithelzellen, in ihrer Gesammtheit Epithel, Wandbekleidung genannt werden. Ich behalte wie Tschirch*) promiscue mit »Epithel« den Ausdruck secernirende Zellen bei, da diese Zellen es sind, welche die resinogenen Substanzen liefern müssen.

Die das secernirende Epithel zunächst umgebende Zellschicht, die mechanische Scheide der Sekretbehälter, wie Moebius**) sie nennt, tritt vor diesem meist deutlich hervor durch grössere Gestalt der einzelnen Zellen, sowie sehr häufig durch Wandverdickung, welche in einzelnen Fällen bedeutende Mächtigkeit erlangen kann. Die Elemente dieser Schicht heissen Begleitzellen. Sie sind meist auch von dem angrenzenden, parenchymatischen Gewebe verschieden, sei es durch verdickte Membran, oder durch Streckung in der Längsrichtung; selten besitzen sie die gleiche Form. Ihrer charakteristischen Eigenschaften werde ich in den einzelnen Fällen Erwähnung thun.

Zur Bezeichnung des Inhalts der Kanäle gebrauche ich kurzweg das Wort Harz, worunter ich dasjenige verstehe, was von anderen

*) Tschirch, Angewandte Pflanzenanatomie.

**) Moebius, Die mechanischen Scheiden der Sekretbehälter. Pringsh. Jahrb. Bd. XVI.

Autoren als Oel, Balsam oder auch Harz bezeichnet worden ist, also die Inhaltskörper der Sekretbehälter, welche durch verdünnten oder konzentrirten Alkohol, Aether, Chloroform, Amylalkohol, Benzol, Schwefelkohlenstoff gelöst werden. Ich kann den Ausdruck Harz um so eher anwenden, als zwischen Oel, Balsam und Harz nur ein Unterschied in der Consistenz besteht, hervorgerufen durch wechselnden Gehalt an ätherischem Oel, und wir in jungen, frischen Kanälen das Sekret meist dünnflüssig, in älteren Gängen dagegen oder bei getrocknetem, z. B. Herbariummaterial, meist dicklich oder wachsartig bis glasig fest vorfinden.

Ich werde folgende Fragen zu beantworten suchen:

1. In welchem Entwicklungsstadium des Ganges tritt das Sekret in demselben auf und findet sich dasselbe auch anderwärts als im Gange selbst?
2. Wo ist der Ort der Sekretbildung?

I.

In welchem Entwicklungsstadium des Ganges tritt Sekret in demselben auf und findet sich dasselbe auch anderwärts als im Gange selbst?

Bevor ich an die Frage nach der Entstehung des Harzes herantrete, erscheint es mir nothwendig, einmal endgiltig festzustellen, wann das Harz zuerst auftritt und wo, ob im Kanale selbst, oder im umgebenden Gewebe, oder aber in beiden zu gleicher Zeit.

N. I. C. Müller*), sowie Sachs**) und van Tieghem***) fanden ganz junge Sekretbehälter noch sekretfrei, und nur von *Pinus* behauptete Sanio†) das Gegentheil, dass nämlich schon in den jüngsten Stadien Harz vorkomme. Mayr††) hat auf seine Untersuchungen

*) N. J. C. Müller, s. o.

**) Sachs. Vorlesungen über Pflanzenphysiologie.

***) van Tieghem. Les canaux secreteurs des plantes. Ann. d. sc. nat. 5. S. T. XVI.

†) Sanio. Pringsh. Jahrb. IX.

††) Mayr, a. a. O.

der Harzgänge von Fichte und Lärche gestützt erklärt, dass er niemals sekretfreie Kanäle gefunden habe, und auch Tschirch*) äussert sich in der Weise, dass er sagt: «Das Sekret tritt nur in dem Intercellularraume auf».

Da die Beobachtungen in dieser Richtung weniger zahlreich sind, so erschien die weitere Prüfung der Sache wünschenswerth.

Da in frischen Pflanzentheilen die schizogenen Sekretbehälter das Harz meist in halb- oder ganzflüssigem Zustande enthalten, so wird dieses durch die Präparation für die mikroskopische Beobachtung in den meisten Fällen herausgestrichen oder herausgedrückt, und das Erkennen des Ortes, wo es sich ursprünglich befunden hat, wird sehr erschwert, wenn nicht gar unmöglich gemacht. Ich habe daher das Harz dadurch an den Ort seiner Entstehung fixirt, dass ich die Pflanzentheile unter Vermeidung rascher Temperaturerhöhung, allmählig bis auf 100 ° C. steigend, so lange im Trockenschranke erhitzte, bis das Sekret infolge von Verdunstung eines Theiles des ätherischen Oeles in den Gängen festgeworden war. Auf solche Weise vorbereitetes Material gestattete das Herstellen von Querschnitten, ohne dass das Harz über die ganze Schnittfläche gestrichen wurde. Das Sekret war dann oft in bandförmiger Gestalt von wechselnder Dicke der Aussenwand der Epithelzellen aufgelagert, oft auch erfüllte es noch den ganzen Hohlraum.

Um es genau zu erkennen, wandte ich die oben erwähnte, N. J. C. Müller'sche Tinktionsmethode an, welche ich wegen der oft störenden Rindenstücke der Alkannawurzel auf folgende Weise modifizirt habe.

Ich stellte mir eine Tinktur dar aus einem Theil Alkannawurzel und vier Theilen konzentrirten Alkohols, mischte dieselbe mit destillirtem Wasser (kalkhaltiges Brunnenwasser fällt den Farbstoff theilweise) im Verhältnisse von zwei Theilen der Tinktur und fünf Theilen Wasser und liess von dieser Mischung zu dem im Wasser liegenden Beobachtungsobjekte zufliessen. Bei dieser Konzentration der Tinktur kommt eine Lösung des Harzes trotz des Vorhandenseins von Alkohol nicht zu Stande, wie man sich leicht durch einen Kontrolversuch mit geschabtem, trockenem Fichtenharz oder Kolophonium überzeugen kann, und es findet auch trotz des hohen Wassergehaltes keine Ausscheidung des Alkannafarbstoffes statt.

*) Tschirch. Angewandte Pflanzenanatomie.

Bei der Betrachtung des Objektes kann man den Vorgang deutlich verfolgen, wie das Harz nach und nach den Farbstoff aus der umliegenden Flüssigkeit aufnimmt und sich schön roth färbt, während das umliegende Gewebe nur leicht tingirt wird. Wäscht man nach einiger Zeit das Präparat mit Wasser aus, so entfärbt sich das Gewebe, während das Harz seine Farbe unverändert beibehält. Durch diese Art des Vorgehens bin ich zu folgenden Ergebnissen gelangt.

Die langgestreckten, schizogenen Sekretbehälter enthalten von ihren jüngsten Entwicklungsstadien an die Sekrete. Dieselben sind allerdings trotz der Rothfärbung, oft nicht leicht zu erkennen, denn ein kleiner rother Punkt oder eine rothe Lamelle, umgeben von dunkler Membran, tritt nicht immer deutlich hervor. Wenn man aber während der Betrachtung Alkohol zum Untersuchungsobjekte zufliessen lässt, so beweist uns die Aufhellung, welche durch Lösung des Sekretes in dem kleinen Kanal eintritt, die Gegenwart von Harz. Ich habe das Vorhandensein von Sekret in ganz jungen Gängen so deutlich zu Gesicht bekommen, dass ich obigen Satz mit Sicherheit aufstellen darf, ebenso wie denjenigen, dass sich in dem den Hohlraum des Sekretbehälters mittelbar oder unmittelbar begrenzenden Gewebe keine Sekrete vorfinden, weder in dem zunächst liegenden, plasmahaltigen Epithel, noch in den umschliessenden stärkehaltigen oder chlorophyllführenden Begleit- oder Parenchymzellen.

Bei Untersuchungsmaterial (*Pinus, Abies, Picea, Levisticum, Imperatoria, Arnica, Inula* und anderen), welches auf oben angeführte Weise getrocknet worden war, habe ich ausserhalb der Harzgänge durch Tinktion niemals Harz nachweisen können, obschon sich dasselbe nach der Rothfärbung besonders in den farbloses oder schwachgelbliches Plasma enthaltenden Epithelzellen auffallend abheben müsste.

Es liesse sich nun allenfalls denken, dass, wenn das den Sekretraum umgebende Gewebe Tröpfchen von harzbildendem Oele enthalten hätte, letzteres durch das Austrocknen verjagt worden wäre. Ich kann mir aber nicht denken, dass das Oel vollständig rückstandslos verdunstet wäre, sondern muss eher annehmen, dass dasselbe einen harzigen, also durch Tinktion nachweisbaren Rückstand hinterlassen haben würde.

Ausserdem habe ich bei der Untersuchung der grossen Menge frischen Materials fast niemals Harztröpfchen gefunden in den Gewebepartien, durch welche beim Querschneiden das Messer geführt worden

war, bevor es auf den Harzgang stiess, sondern erst in den nachfolgenden Gewebetheilen, und hier war in den meisten Fällen durch verschieden hohe Einstellung des Objectives die direkte Auflagerung der Harztheilchen leicht festzustellen. Auch da, wo sich einige Sekrettröpfchen in dem Gewebe rings um den Gang herum zeigten, ist ihr Vorkommen leicht erklärlich. Durch den in den Harzkanälen frischer Pflanzentheile bestehenden Druck wurde das dünnflüssige Harz aus dem eben angeschnittenen Gange gedrückt und verbreitete sich in dem ihm offenstehenden Raume, in diesem Falle in dem vor dem Sekretgange durchschnittenen Gewebe. Wir sehen aber auch hier bei variirter Einstellung, dass sich die Harztröpfchen meist über und nicht im Zellinhalte befinden, und erkennen besonders da, wo Harztheilchen auf den durchschnittenen Membranen liegen, dass ihr Vorkommen an diesen Stellen durch äussere, mechanische Einflüsse bedingt ist.

Ein fernerer Beweis für die Abwesenheit von Harz in den secernirenden Zellen und dem umgebenden Gewebe der Kanäle scheint mir auch der Umstand zu sein, dass wir in den seltensten Fällen Harz ausserhalb ganz junger Sekretbehälter finden, und zwar aus dem einfachen Grunde, weil der Druck in diesen kleinen Behältern noch keinen hohen Grad erreicht hat, und weil ferner die Harzmenge in den jungen Stadien zu gering ist, um sich über einen grösseren Zellkomplex in einzelnen Tröpfchen vertheilen zu können.

Ich muss also die Frage, ob Sekrete auch in dem die langgestreckten, schizogenen Sekretbehälter umgebenden Gewebe gebildet werden, dahin beantworten, dass dies nicht der Fall ist, sondern, dass dieselben in den Gängen, und nur in diesen entstehen, und dass ihr Auftreten in umliegenden Gewebepartien durch die Präparation verursacht wurde, also ein zufälliges ist.

II.

Wo ist der Ort der Sekretbildung?

a. Spezieller Theil.

Es erscheint mir zweckmässig an dieser Stelle die Beschreibung der von mir beobachteten Verhältnisse folgen zu lassen, welche uns Aufschluss zu geben vermögen über die Entstehung der Harze in den

langgestreckten, schizogenen Sekretbehältern oder wie Tschirch*) sie nennt, den Oelgängen.

Mich an die systematische Reihenfolge der verschiedenen Pflanzenfamilien zu halten, erachte ich nicht als nothwendig, sondern ich werde mit derjenigen beginnen, welche uns die Genese des Harzes am auffallendsten zeigt.

Umbelliferen.

Imperatoria Ostruthium L. Der Wurzelstock und die Nebenwurzeln von *Imperatoria* sind von einer grossen Anzahl von schizogen entstandenen Sekretbehältern durchzogen, deren Anlage nach Art aller schizogenen Gänge durch Theilung einer Mutterzelle und Auseinanderweichen der Theilzellen vor sich geht. Diese Theilzellen, die späteren secernirenden Epithelzellen, zeichnen sich durch ihren hellen, pigment- und stärkefreien Inhalt, welcher durchaus plasmatischen Charakter hat, von dem angrenzenden Gewebe aus, welches meist durch Speicherung von Stärkekörnern weniger durchsichtig ist und daher dunkler erscheint. Dieser Umstand erleichtert das Auffinden der ganz jungen Stadien der Kanäle ganz bedeutend, wenn letztere sich in der Grösse noch kaum von luftführenden Intercellularräumen unterscheiden.

Sobald ein Sekretbehälter wahrnehmbar ist, finden wir ihn auch schon mit Sekret erfüllt, und zwar enthält dieses schon fertiges Harz, welches sich in Alkohol löst. Durch die Einwirkung von Alkohol schwindet aber nur ein Theil des Inhaltes des Sekretganges unter gleichzeitiger schwacher Kontraktion des ganzen Gewebes, und der kleine Harzbehälter erscheint noch locker erfüllt von einer wenig durchsichtigen, schleimartig aussehenden Masse, welche sich beim Hinzutreten von Wasser zugleich mit den umgebenden Zellen wieder dehnt und etwas durchsichtiger wird. Bei diesen ganz jungen Entwicklungsstadien ist aber eine deutliche Beobachtung schwierig, und wir erhalten noch sehr wenig Aufschluss über die Entstehung des Sekretes wegen der geringen Grösse der in Betracht kommenden Organe.

Gehen wir einen Schritt weiter und betrachten die Sekretgänge in demjenigen Zustande, in welchem der Querdurchmesser des Kanales ungefähr gleich ist dem kürzeren, also dem zum Gange radialen Durchmesser der Epithelzellen, so finden wir den Sekretbehälter erfüllt mit einer undurchsichtigen, nur in der Mitte etwas durchscheinenden Masse. Durch

*) Tschirch. Angewandte Pflanzenanatomie. pag. 486.

Alkohol geht das in der Mitte des Kanales befindliche Sekret in Lösung; die Undurchsichtigkeit der Randpartien lässt nach, dadurch, dass sich aus denselben ebenfalls Bestandtheile lösen, und es hinterbleibt ein farbloser trüber Schleim, der auch hier noch das Lumen des Kanales ganz erfüllt. Er ist der den Sekretbehälter begrenzenden Aussenwand der Epithelzellen fest und lückenlos aufgelagert, am Rande des Ganges dichter, nach der Mitte zu weniger dicht; in der übrigen Beschaffenheit erscheint er homogen (Fig. 1).

Bei einem weiteren Stadium der Entwicklung zeigt sich nach der Lösung des Harzes durch Alkohol und Quellung des Schleimes durch Wasser in der Mitte des Kanales eine hautartige Falte (Fig. 2), welche bei der Kontraktion des Schleimes durch Alkohol ein kleines Lumen sehen lässt, in welchem sich vor seiner Auflösung das fertige Harz befunden hat.

Vom Inneren des Sekretganges besteht ein Druck nach aussen hin, was sich daraus ergibt, dass während der Lösung des Harzes und der Kontraktion des Schleimes mit Alkohol eine Ausdehnung und Vorwölbung der Epithelzellen nach dem Ganginneren zu stattfindet. Lässt man den Schleim mit Wasser wiederum aufquellen, so werden die Epithelzellen zusammengedrückt, sobald das Lumen des Kanales durch die Schleimmasse wieder erfüllt ist. Selbstredend lässt sich diese Beobachtung nicht mehr machen in denjenigen Stadien, in welchen der Schleimbeleg nicht mehr so mächtig ist, dass er nach erfolgter Quellung den ganzen Sekretbehälter erfüllen kann.

Bei fortschreitendem Wachsthume beginnen die Epithelzellen sich radial zum Harzkanal zu theilen, und es treten nun Gänge auf mit 5, 6, 7, 8 und mehr secernirenden Zellen. Diese weichen von dem sie unmittelbar umgebenden Gewebe darin ab, dass sie zartwandiger, stets noch mit hellerem, stärke- und chlorophyllfreiem Plasma erfüllt sind und geringere Grösse besitzen. Die Begleitzellen zeichnen sich durch schwach verdickte Membranen von dem umschliessenden, parenchymatischen Gewebe aus.

Die Schleimmasse im Inneren des Sekretbehälters hat im Wachsthume mit der Erweiterung des Kanales nicht Schritt gehalten (Fig. 3), denn nach Entfernung des Harzes durch Alkohol und Quellung mit Wasser erfüllt sie den Gang nur noch selten bis zum Verschwinden des Lumens (Fig. 4). Dagegen sieht man nun auf dem Querschnitte die Schleimmasse in Form eines Beleges von wechselnder Dicke der Aussenwand der Epithelzellen aufgelagert und nach dem Ganginnern

zu von einer zarten, aber ganz deutlichen Haut begrenzt. Durch Alkohol wird dieser Schleimbeleg kontrahirt und erscheint als Verdickung der Epithelzellmembran; mit Wasser dehnt er sich wieder aus, und die Haut umschliesst ihn wieder in der früheren, unregelmässig welligen oder wulstigen Form.

Dies beweist uns, dass der Schleimbeleg im gegebenen Falle eine bestimmte, scharf begrenzte Gestalt besitzt und nicht etwa durch die Operation des Schneidens verzogen und in verschiedener Dicke den Epithelzellen aufgelagert worden ist, da sonst die den Beleg begrenzende Haut nach wechselndem Zusammenziehen und Aufquellen wohl kaum stets dieselbe Form und Lage annehmen würde.

Bei vorgerückteren Entwicklungsstadien, bei welchen sich die Zahl der secernirenden Zellen vermehrt, und ihre Grösse, wenn auch nicht wesentlich, vermindert hat, lassen sich in Bezug auf den Inhalt der Sekretbehälter folgende Beobachtungen machen.

Querschnitte durch Material, welches schwach getrocknet wurde, um durch Verdunstung des ätherischen Oeles den Druck im Inneren der Kanäle herabzusetzen, zeigen in der Mitte des Sekretbehälters einen hellgelben bis braunen Harztropfen. Derselbe ist dicht umschlossen von einer schmalen, undurchsichtigen, selten an einzelnen Punkten gelb durchscheinenden Masse, welche ihrerseits lückenlos der Gangseite der Epithelzellenwand aufgelagert ist. Beim Hinzutretenlassen von verdünntem Alkohol fängt der zentral liegende Harztropfen an allmählig in Lösung überzugehen, während in der umliegenden Schicht noch kaum Veränderungen wahrzunehmen sind. Bei gesteigerter Konzentration des Alkohols löst sich der Harztropfen ganz, und in der Begrenzungsschicht geht ebenfalls eine Lösung von vielleicht noch nicht fertig gebildetem, aber doch schon alkohollöslichem Harze vor sich. Es hinterbleibt nach Auswaschen mit konzentrirtem Alkohol an den Epithelzellen ein schmaler Wandbeleg, welcher sich bei Wasserzusatz sofort ausdehnt und sich als Schleimbeleg mit deutlicher Haut erweist. Ich nenne diese Haut, welche als äusserste Zone die Schleimschicht bedeckt, also auch gewissermassen den Harztropfen im Inneren des Kanales umgibt, die innere Haut.

Bei längsdurchschnittenen Gängen stossen wir auf dieselben Verhältnisse (Fig. 5). Der Schleimbeleg, umgrenzt von der inneren Haut, zieht sich der ganzen Länge des Sekretbehälters nach, in der Dicke der Auflagerung wechselnd, wie dies auch auf den Querschnitten zu sehen ist. Oft reicht der gequollene Beleg von der einen Seite

des Kanales bis über die Mitte desselben hinaus; während auf der entgegengesetzten Seite der Schleimbeleg nur dünn ist; oft sind zwei Seiten sehr mächtig, eine dritte nur schwach entwickelt; dazu kommen noch oft scharfe Einfaltungen, kurz die Dicke des Schleimbeleges in einem Sekretgange wechselt so, dass wir uns seine Oberfläche, vom Ganginneren aus gesehen, vorstellen müssen als bestehend aus kleinen unregelmässigen Bergen und Thälchen.

Der Schleim selbst ist in der Schicht, welche an die Epithelzellenwand angrenzt, dicht und homogen; nach dem Ganginneren zu wird er lockerer, mitunter etwas blasig, und enthält oft kleine körnchen- oder stäbchenförmige Gebilde, welche sich stellenweise netzartig kreuzen und verzweigen.

Gegen chemische Reagentien verhält sich der Schleimbeleg folgendermassen:

Verdünnte und konzentrirte Kalilauge erhöhen die Quellung, bewirken aber auch beim Erwärmen keine Lösung oder bestimmte Farbenveränderung.

Jod färbt gelb, ebenso Chlorzinkjod. Bei Anwendung des letzteren Agens habe ich in keinem einzigen Falle eine Bläuung beobachten können*).

Eisenchlorid färbt. gelb; Millonsches Reagens bleibt ohne Einwirkung, auch bei schwachem Erwärmen.

Gegen Salzsäure ist die Schleimmasse resistent, ebenso gegen Schwefelsäure, dagegen löst sie sich langsam bei gelindem Erwärmen in Schultzescher Macerationsflüssigkeit; doch bleiben die eingelagerten Körnchen und Leisten unverändert.

Die innere Haut, welche nicht selten an einzelnen Stellen schwache Verdickungen zeigt, an anderen durchbrochen zu sein scheint, verhält sich in chemischer Beziehung dem Schleime analog, mit der Ausnahme jedoch, dass sie gegen Schultzesche Flüssigkeit resistent ist und nur nach langer Einwirkung und Erwärmung durch dieses Reagens stellenweise zerstört wird.

Durch Einwirkung von Jod und Schwefelsäure färben sich der Schleimbeleg und die innere Haut gelbbraun, so dass jedenfalls den beiden Körpern die reine Cellulosenatur abgesprochen werden muss. Es erhellt vielmehr aus dem Verhalten des Schleimbeleges gegen Jod und Jod-Schwefelsäure, dass wir es mit einem echten Schleime nach Tschirch's Terminologie zu thun haben**).

*) Vergl. Wigand a. a. O.

**) Tschirch, Angewandte Pflanzenanatomie, pag. 193.

Mit Tinktionsmitteln verschiedener Art, auch aus der Reihe der Anilin-Farbstoffe, wie z. B. Anilinblau ($^1/_{100}$), Eosin (alkohol- und wasserlöslich), Fuchsin, Congoroth, Methylgrün-Essigsäure (Strasburger), Pikrin-Nigrosin, Ammoniak-Carmin, Grenachers Carmin-Alaun und anderen gelangt man zu keinem positiven Resultate, da sowohl innere Haut wie Schleimbeleg, Epithel- und Begleitzellen wie Parenchym durch den Farbstoff gleichmässig tingirt werden, denselben aber beim Auswaschen in gleichem Maasse wieder abgeben.

Meist scheinen allerdings der Beleg und die innere Haut den Farbstoff in geringerer Menge speichern zu können, wodurch sie dann weniger intensiv gefärbt erscheinen als das umliegende Gewebe; aber dieser Umstand ist wohl zurückzuführen auf weniger dichte Struktur der beiden Gebilde gegenüber den begrenzenden Zellen.

Die Sekretbehälter der Wurzelorgane von:

Levisticum officinale Koch;
Archangelica officinalis Hoffm. und
Pimpinella Saxifraga L.

habe ich wie bei *Imperatoria* entwicklungsgeschichtlich untersucht und bin zu völlig übereinstimmenden Resultaten gelangt. Das fertig gebildete Harz findet sich im Innern der Sekretgänge, die mit einer Schleimschicht belegt sind, welche dieselbe Quellungsfähigkeit und Kontrahirbarkeit zeigt, wie die oben beschriebene (Fig. 6 — 11).

Auch in Bezug auf das Verhalten gegen chemische Reagentien erweisen sich diese Schleimsubstanzen analog. Wir finden ebenfalls, besonders bei *Archangelica*, Körnchen eingelagert und hin und wieder ein Stück eines feinen Leistennetzes, welches sich bei der Kontraktion durch Alkohol scheerenartig zusammenlegt. Auch hier zeigt sich bei der Lösung des Sekretes ein harzähnlicher Körper, vielleicht theilweise schon fertiges Harz emulsionsartig mit dem Schleime vermischt, und bei der Einwirkung von Alkohol verschwindend.

Ich habe versucht mit Hansteins Fuchsin-Anilinviolett Tinktionen vorzunehmen. Nach ihm färbt sich Harz rein blau, Gummi roth, Plasma violett und Schleim rosenroth bis fleischfarben. Es zeigten sich mir jedoch in der Schleim-Harzemulsion die Farbentöne niemals charakteristisch, sondern es waren im Bilde alle Uebergänge von roth bis violett sichtbar, so dass ich von weiterer Ausdehnung der Versuche mit diesem Färbemittel Umgang nahm.

Gestützt auf die obigen Beobachtungen betrachte ich bei den langgestreckten, chizogenen Sekretbehältern der Umbelliferen als den

Herd der Harzbildung den Schleimbeleg, welcher den Intercellularraum auskleidet. Seine feste Auflagerung an die Aussenwand der Epithelzellen, und der Umstand, dass häufig der Uebergang der Epithelzellenwand in den Schleimbeleg ein vollkommener ist, führen zu der Annahme, dass die resinogene Schicht ein Theil der Secernirungszellenmembran selbst ist, was auf ähnliche Verhältnisse deuten würde, wie sie Hanstein für die Colleteren dargethan hat.

Die resinogenen Substanzen werden von den secernirenden Zellen abgeschieden und lagern sich in oder an der den Kanal begrenzenden, äussersten Schicht der Secernirungszellmembran in der Form einer Schleimmembran ab. In dieser Schleimschicht entsteht das Harz, welches sich im fertigen Zustande in der Kanalmitte ansammelt. Dort, wo es an die resinogene Schicht stösst, befindet sich die innere Haut, welche Durchlässigkeit für das Harz zu besitzen scheint. Ich glaube jedoch, dass auch Durchbrechung derselben stattfindet, wenn die Harzbildung sehr intensiv vor sich geht, wenigstens lassen die hin und wieder auftretenden Unterbrechungen in der Kontinuität der inneren Haut derartiges vermuthen.

Durch Beobachtung lässt sich nicht unmittelbar feststellen, ob die Harzbildung an eine Resorption der Schleimmasse gebunden ist, aber die Annahme erscheint mir zulässig, denn wir finden häufig in älteren, fertig entwickelten Sekretgängen stellenweise nur noch die innere Haut, und der in jüngeren Stadien zwischen derselben und der Secernirungszellmembran liegende, resinogene Beleg ist verschwunden.

Ueber die Natur der inneren Haut gibt uns ihr chemisches Verhalten den Aufschluss, dass wir es weder mit einer Cellulosemembran noch mit einer Cuticula oder ähnlichen Haut zu thun haben, denn sie wird durch Jod-Schwefelsäure nicht gebläut und von Schwefelsäure nicht gelöst, ist aber löslich in Chromsäurelösung.

Compositen.

Arnica montana L. Das Rhizom und die Wurzeln von *Arnica* führen schizogene Sekretbehälter, erstere im innersten Theile der Mittelrinde, letztere unmittelbar ausserhalb des Cambiums. Bei einem vollständig entwickelten Gange sind die Begleitzellen nur wenig different von dem sie umgebenden, dünnwandigen Parenchym, und die Epithelzellen selbst sind von demselben nicht auffallend verschieden. Sie zeigen oft eine plattgedrückte Gestalt, die aber selten von allen einen Gang begrenzenden Zellen angenommen wird, sind zartwandig

und enthalten helles Plasma. Der gegen den Kanal gerichteten Wand der secernirenden Zellen ist eine farblose, durchscheinende Substanz, die resinogene Schicht, sammt der inneren Haut aufgelagert.

Die jüngsten Stadien der Sekretbehälter enthalten schon das gelbbraune, dünnflüssige Harz, welches sich vollständig in Alkohol löst.*) Nach der Lösung sehen wir dem Rande der Epithelzellen theilweise aufgelagert eine helle, durchschimmernde Substanz, welche beim Hinzutreten von Wasser keine deutlich sichtbare Quellung zeigt, dagegen mit mässig verdünnter Kalilauge schwach quillt und nach dem Auswaschen des Kalis wieder die frühere Gestalt annimmt. Schon hier ist die begrenzende innere Haut wahrnehmbar (Fig. 12 u. 13).

In der Entwickelung weiter vorgeschrittene Harzgänge lassen uns den Beleg schon so erkennen, wie wir ihn später bei den fertig gebildeten Kanälen antreffen (Fig. 14 u. 15). Er ist in höchst unregelmässiger Dicke aufgelagert und bildet kurze, wallartige Leisten, welche sich der Längsrichtung des Ganges nachziehen (Fig. 16). Die Querschnitte durch diese leistenartigen Bildungen zeigen die verschiedensten Uebergänge von der schwachen Welle bis zur stark gewölbten Keulenform. Der Beleg zieht sich um den ganzen Sekretgang. An einzelnen Stellen ist er allerdings so dünn, dass man nur die innere Haut als cuticulaähnlichen Ueberzug erblickt. Hin und wieder sind an den Berührungspunkten zweier Epithelzellen grössere Mengen der resinogenen Substanz zu sehen, und es ist an diesen Stellen zu beobachten, dass die Substanz nicht ganz homogen ist, sondern an der Epithelzellenwand dichter, an der inneren Haut viel weniger dicht, wie in zwei undeutlich begrenzte Schichten getrennt.

Bei einem dicken Schnitte, der uns den Harzgang noch mit dem Sekrete erfüllt zeigt, sehen wir die Begrenzungsschicht zwischen dem Harz und der Secernirungszellwand dunkler als die Kanalmitte. Durch Lösung mit Alkohol verschwindet das Harz, und die Grenzschicht wird heller, bis zuletzt der resinogene Beleg ganz farblos zurückbleibt. Das Harz scheint hier durch die innere Haut zu diffundiren, da bei derselben keine Durchbrechungen wahrgenommen werden können. Der resinogene Beleg und die innere Haut sind resistent gegen Mineralsäuren, Laugen und Schultze'sche Macerationsflüssigkeit. Jod, Chlorzinkjod, Jod und Schwefelsäure färben gelblich bis bräunlich. Ohne Einwirkung sind Millonsches Reagens sowie Tinktionsmittel.

*) A. Vogl (Commentar zur 7. Ausgabe der österreichischen Pharmakopœ) findet das Harz nur zum Theil in Alkohol löslich, was ich jedoch nicht bestätigen kann.

Inula Helenium L. Die im Sieb- und Holztheil des Rhizomes und der Wurzeln von *Inula**) vorkommenden, schizogenen Sekretgänge enthalten ein farbloses bis gelbliches oder gelbbraunes Harz, welches sich im Alkohol vollständig löst. In mit diesem Lösungsmittel ausgewaschenen Gängen finden wir einen zarten Beleg mit der inneren Haut, welche beide aber meist erst nach Behandlung mit verdünnter Kalilauge deutlich sichtbar werden, obschon auch dieses Agens keine bedeutende Quellung hervorruft.

Die unmittelbar ausserhalb der Cambiumzone befindlichen, jungen Stadien der Harzkanäle zeigen den resinogenen Beleg in dünner Schicht den kleinen Intercellularraum auskleidend (Fig. 17). Mit der Erweiterung des Ganzen nimmt seine Oberfläche zu, ohne die Dicke wesentlich zu verändern, und nur hin und wieder sehen wir an den Berührungsstellen zweier Epithelzellen, oder seltener vor der Mitte der Zellen, die Masse der resinogenen Schicht verstärkt. Die innere Haut ist deutlich als feine, ununterbrochene Linie zu sehen (Fig. 18.) Die Secernirungszellen sind bei grösseren Gängen stark zusammengedrückt, so dass man sie oft vor dem Aufquellen kaum deutlich von von dem resinogenen Belege unterscheiden kann.

Selten stösst man auf Sekretbehälter, deren Beleg nach der, Quellung bewirkenden, Behandlung mit Kalilauge eine Dicke vom radialen Durchmesser der Epithelzellen zeigt (Fig. 19.) In diesen Fällen erkennt man, dass der Beleg feinkörnig und da und dort von kleinen Leisten durchzogen ist, welche von Schultze'scher Flüssigkeit nicht gelöst, sondern höchstens bei stärkerem Erwärmen angegriffen werden.

Artemisia vulgaris L. Die Nebenwurzeln von *Artemisia* zeigen auf dem Querschnitte einige Gruppen von je drei bis vier schizogenen Harzgängen dicht an der Kernscheide zwischen Mittel- und Innenrinde liegend. Sie sind, was für diese Art von Sekretbehältern der seltenere Fall ist, in zur Wurzel radialer Richtung zusammengedrückt und erlangen schon frühzeitig ihre grösste Ausdehnung. Das ganze um den Kanal liegende Gewebe ist zartwandig und unterscheidet sich kaum von den Epithelzellen. Eigentliche Begleitzellen mit charakteristisch verdickter Membran kommen hier überhaupt nicht vor, wie denn auch häufig zwischen zwei Kanälen nur die zwei Reihen der Secernirungszellen liegen.

---

*) R. Triebel. Ueber Bau und Entwicklung der Oelbehälter in den Wurzeln der Compositen. Dissertation. Königsberg. 1885.

Das Innere des Sekretbehälters finden wir erfüllt von einem gelbbraunen Harze, welches sich in Alkohol nur zum Theil löst und besonders aus der Wandschicht erst durch Aether völlig ausgezogen wird. Die Aussenwand der Epithelzellen tritt nach der Entfernung des Sekretes hervor, quillt aber weder mit Wasser, noch mit Kalilauge so, dass sie uns die innere Struktur deutlich zeigen würde. Wir sehen sie nur verdickt und zwar in der Weise, dass ihr kleine Körnchen und Stäbchen aussen aufgelagert sind, welche aber unter sich in keinem direkten Zusammenhange zu stehen scheinen (Fig. 20). Auch bekommt man hier nicht eine deutliche innere Haut zu Gesicht, sondern muss wohl eher die Stäbchen und Körnchen als Fetzen und Theile derselben betrachten. In chemischer Beziehung verhalten sich diese Körperchen wie die Leisten in den Sekretgängen von *Arnica*.

Anacyclus officinarum Hayne. Die deutsche Bertramswurzel führt in der Rinde zerstreute, schizogene Sekretbehälter. Wie bei *Artemisia* besitzen nur die Epithelzellen eine vom umgebenden parenchymatischen Gewebe verschiedene Form, während die Zellschicht um das Epithel, die Begleitzellen sich in keiner Weise von dem Rindenparenchym unterscheiden. Beide bestehen aus grossen im Verhältniss zum Epithel mässig verdickten Zellen, während die Secernirungszellen zartwandig, plattgedrückt, hin und wieder sogar obliterirt erscheinen.

Der Sekretgang enthält hellbraunes Harz, welches sich leicht und völlig in Alkohol löst. Nach erfolgter Lösung und Hinzutretenlassen von Wasser lässt sich an den zusammnngedrückten Epithelzellen noch wenig Deutliches erkennen, sondern erst bei Behandlung mit Kalilauge, und nach schwachem Erwärmen sieht man die Aussenwand der Secernirungszellen überzogen mit dem resinogenen Beleg. Derselbe ist von geringer Mächtigkeit, an einzelnen Punkten schwach wulstig verdickt. Die innere Haut gibt stellenweise das Bild einer zarten, aber deutlichen Schicht (Fig. 21.)

Es scheinen bei den Compositen die Verhältnisse so zu liegen, dass der resinogene Beleg der Secernirungszellmembran in der Regel nicht bedeutende Entwicklung erlangt, dagegen von ziemlich kompakter Konsistenz ist, was wir aus seinem Verhalten gegen mechanische und chemische Einwirkung ersehen. Die Fähigkeit der Quellung und nachherigen Kontraktion ist gering, die Widerstandsfähigkeit gegen Lösungsmittel dagegen gross, sowohl für den resinogenen Beleg als

für die innere Haut. Mit Tinktionsmitteln bin ich zu keinem bestimmten Resultate gelangt, und die chemischen Reaktionen haben denselben Verlauf genommen wie bei den Umbelliferen.

Bevor ich zu den Familien der Coniferen übergehe, will ich die Beobachtungen einschalten, welche ich an *Cycas revoluta Thbg.* gemacht habe, obschon bekanntlich in den schizogenen Sekretbehältern der Cycadeen kein Harz, sondern Schleim vorkommt.

Querschnitte durch die Mittelrippe der Blattwedel, welche die schizogenen Kanäle enthält, werden in Alkohol gelegt, wodurch der Inhalt des Ganges bräunlich gefällt wird. Beim Zutreten von Wasser verschwindet, mit gleichzeitiger, theilweiser Lösung der Schleimsubstanz, deren bräunliche Farbe, und es hinterbleibt ein wolkiger, durchschimmernder, der Aussenwand der Epithelzellen fest anliegender Schleim als Wandbeleg im Kanal zurück. Dieser Wandbeleg hat die Eigenthümlichkeit, dass er, obschon durch Alkohol kontrahirbar und mit Wasser wieder aufquellend, nach dem Inneren des Intercellularraumes hin nicht deutlich abgegrenzt ist. Er besteht vielmehr aus wolkenartig an- und übereinandergreifenden Protuberanzen, welche aus der Epithelzellenwand herauszutreten scheinen (Fig. 22 u. 23).

Der Schleim ist widerstandsfähig gegen Mineralsäuren und Kalilauge, nicht aber gegen Schultze'sche Macerationsflüssigkeit; durch Jod und Jod-Schwefelsäure tritt Gelbfärbung ein. Mit wässeriger Eosinlösung lassen sich die Bilder etwas deutlicher machen, da der Schleimbeleg bei schwachem Auswaschen den Farbstoff leichter abgibt als das umliegende Gewebe und sich dann besser abhebt; doch kann auch nach dieser Tinktion eine die schleimige Masse nach aussen begrenzende Haut nicht erkannt werden. Die Schleimschicht liegt der Kanalwand dicht und lückenlos an in wechselnder Mächtigkeit. Die Epithelzellen sind zartwandig, von geringer Grösse und umgeben von einem Kranze von ziemlich dickwandigen Begleitzellen.

Coniferen.

Abies pectinata D C. und *Abies Nordmanniana Spach.* können zusammen besprochen werden, da die Verhältnisse bezüglich der Sekretgänge, sowie deren Inhalt bei beiden völlig übereinstimmen.

In den Nadeln*) finden wir je zwei Harzgänge, welche nur durch eine Zellschicht von der Blattunterseite getrennt und blatteigen sind.

*) Willy Meyer. Die Harzgänge im Blatte der Abietineen. Dissertation Königsberg 1883.

Die Winterknospe zeigt rein meristematisches Gewebe, die Gefässbündel sind noch nicht differenzirt, die Harzkanäle noch nicht angelegt. Erst wenn im Frühjahr die jungen Nadeln eine Länge von c. 1,5 mm. erreicht haben, und die Gefässbündel schon deutlich ausgebildet sind, ist die Anlage der Sekretgänge vorhanden in Form eines Complexes von chlorophyllfreien, mit hellem Plasma erfüllten Zellen. Ein Blättchen von 2 mm. Länge ist schon von zwei kleinen, harzerfüllten Intercellularräumen durchzogen, welche von vier bis fünf Secernirungszellen begrenzt werden. Nach der Lösung des Harzes durch Alkohol erscheint der kleine Harzgang meist trübe durchsichtig, ohne dass man bestimmt sagen könnte, von welcher Substanz er erfüllt sei, da wir weder deutliche Quellung und Kontraktion beobachten können, noch durch chemische Agentien bestimmte Aufschlüsse erhalten, und auch mit Tinktionsmitteln nichts Ausschlaggebendes erreicht werden kann (Fig. 24).

Erst die Sekretbehälter grösserer Blättchen von 4—5 mm. Länge zeigen, nach Entfernung des Harzes, bestimmte Eigenthümlichkeiten. Die Zahl der Epithelzellen hat sich wohl um das Doppelte vermehrt, und wir finden oft an ihrer den Gang begrenzenden Wand Verdickung der Membran oder Auflagerung einer durchsichtigen Substanz, welche bei diesen jungen Gängen nicht immer kontinuirlich die ganze Peripherie auskleidet (Fig. 25).

Mit der Zunahme der Grösse der Harzkanäle wächst durch Theilung die Zahl der Epithelzellen, wobei sie aber kleiner werden und sich deutlich von den Begleitzellen abheben, welche meist den doppelten bis dreifachen Durchmesser haben und dickwandiger sind. Die Gänge sind mit Harz erfüllt, welches sich sehr leicht in Alkohol löst. Um die Vorgänge bei dieser Lösung genau beobachten zu können, lässt man zuerst verdünnten Alkohol zum Objekte zutreten und steigert die Konzentration erst nach und nach, bis schliesslich mit konzentrirtem Alkohol ausgewaschen wird. Es hinterbleibt nun in dem Harzgange ein hautartiger Körper von charakteristischem Verhalten. Oft tritt er auf als einfache Haut, welche den Secernirungszellen unmittelbar aufgelagert ist, oder ihre Berührungsstellen, welche meist eingebuchtet sind, überbrückt (Fig. 26). Oft ist die Haut in ihrer Continuität unterbrochen und zeigt dann einzelne Leisten oder Körnchen (Fig. 27), hin und wieder perlschnurartig aneinandergereiht. Oft wieder sieht man diese Haut, die innere Haut, von der Epithelzellenmembran abgelöst und mit derselben durch eine durchscheinende, glashelle Sub-

stanz verbunden, welche auch ihrerseits von der Zellwand theilweise losgelöst sich vorfinden kann. In dieser Substanz kommen ebenfalls nicht selten die Körnchen vor, doch erscheint sie sonst homogen, nur an vereinzelten Stellen etwas dichter und dunkler.

Das chemische Verhalten der inneren Haut, sowie des zwischen derselben und der Epithelzellwand vorkommenden, resinogenen Beleges zeugt von grosser Widerstandsfähigkeit der beiden Körper. Salzsäure, Salpetersäure und Schwefelsäure greifen sie nicht an, Schultze'sche Macerationsflüssigkeit löst in der Wärme den Beleg, nicht aber die eingelagerten Körnchen und die innere Haut. Eisenchlorid, Jod, Chlorzinkjod, Jod-Schwefelsäure färben alle gelb, und Kalilauge bringt ausser Aufhellung kaum eine Veränderung hervor. Chloralhydratlösung hellt so stark auf, dass der Beleg meist nicht mehr, die innere Haut nur noch undeutlich zu sehen ist; doch treten beide nach vorsichtigem Auswaschen des Chlorals wieder hervor. In mässig konzentrirter Chromsäurelösung gehen sowohl innere Haut, als wie Beleg zu Grunde; doch ist erstere zum mindesten ebenso resistent wie eine Cellulosemembran, was beim Vergleichen mit der Begleitzellenwand festgestellt werden kann.

Die in der Zweigrinde vorkommenden Sekretbehälter unterscheiden sich weder in der Art ihrer Entstehung, noch in Bezug auf den Inhalt von den Nadelgängen. Auch hier finden wir den Beleg und die innere Haut (Fig. 28); in einem Falle war sogar der Sekretgang fast bis zur Hälfte erfüllt mit dem zahlreiche Stäbchen und Körnchen enthaltenden Beleg (Fig. 29).

Ich will noch bemerken, dass, wenn zur Lösung des Harzes gleich von Anfang an konzentrirter Alkohol angewendet wird, es vorkommen kann, dass der Beleg und die Haut weggerissen werden, da die Lösung der kleinen Harzmenge in Alkohol äusserst energisch vor sich geht.

Der in den jungen Wurzeln im Centrum sich befindende Harzgang unterscheidet sich von den in der Rinde und in den Nadeln vorkommenden dadurch, dass die Begleitzellenschicht aus fast bis zum Verschwinden des Lumens verdickten Zellen besteht und nur an zwei Stellen Durchbrechung in Form von dünnwandigen Zellen zeigt (Fig. 30). Der Beleg und die innere Haut treten auch hier deutlich hervor und besitzen den Charakter derjenigen der anderen Pflanzentheile.

Die Nadeln von *Abies canadensis L.* sind nur von einem einzigen, schizogenen, blatteigenen Sekretgange durchzogen, welcher zwischen der Blattunterseite und dem Siebtheil des Gefässbündels,

letzterem parallel, verläuft. Die Secernirungszellen zeigen eine Verschiedenheit in den Grössenverhältnissen unter sich. An den die Blattunterseite, sowie den Siebtheil berührenden Stellen sind sie klein, nicht selten obliterirt, rechts und links unter dem Siebtheil abgehend drei- bis viermal so gross, wenn auch zusammengedrückt. Von einer eigentlichen Begleitzellenschicht kann hier nicht gesprochen werden, da das Epithel unten direkt an die Epidermis, oben an den Siebtheil grenzt. Wie bei den besprochenen Abietineen tritt auch hier der Beleg und die innere Haut auf, für welche beide in Bezug auf mechanisches und chemisches Verhalten das oben Gesagte gilt (Fig. 31).

Picea vulgaris Link. Für die schizogenen Harzgänge der Nadeln und Rinde, welche bei Picea vorkommen, kann auf dasjenige verwiesen werden, was bei Abies gesagt wurde, sowohl was die Entstehung des Ganges als den resinogenen Beleg und die innere Haut anbelangt (Fig. 32). In der Wurzel sehen wir die Harzkanäle im Holzkörper vertheilt und finden hier das Epithel sehr zartwandig, besonders im Verhältniss zu den stark verdickten Begleitzellen (Fig. 33). Eigenthümlicherweise kommen hier auch Unterbrechungen in der Secernirungszellschicht vor, dadurch, dass bei einzelnen Zellen die Wände verdickt werden und verholzen. In diesem Zustande sind sie natürlich für die Harzbildung ausser Funktion gesetzt, und ich habe auch an ihrer Aussenwand keinen Beleg und keine innere Wand auffinden können (Fig. 34).

Pinus montana Miller. var. Pumilio und *Pinus Strobus L.* verhalten sich analog in Bezug auf den resinogenen Beleg und die innere Haut. Anfangs März fand ich die Nadelknospen noch in rein meristematischem Zustande, obschon die einzelnen Nädelchen schon eine Länge von 2 mm. erreicht hatten. Erst bei ca. 5 mm. langen Nadeln, wenn die Gefässbündel schon deutlich differenzirt sind, lassen sich die kleinen Intercellularräume erkennen, erfüllt mit hellem Harz, und nach dessen Entfernung mit der trüben, durchsichtigen Substanz (Fig. 35), in welcher sich bald die innere Haut zu bilden anfängt. Sie scheint in jungen Stadien noch nicht von sehr dichter Consistenz zu sein, sondern tritt eher wulstartig im Inneren der resinogenen Masse auf (Fig. 36 u. 37).

Mit der Grössenzunahme der Nadeln und der Gänge erlangt die Haut die innere Struktur, in welcher wir sie später finden. Sie ist von derselben Widerstandsfähigkeit wie bei den anderen Abietineen, und hin und wieder treffen wir sie auch bei ausgewachsenen Kanälen

von der Epithelzellenwand weit abgehoben durch den hell durchsichtigen, oft gekörnelten Beleg.

Die Zahl der Sekretbehälter jeder Nadel von Pinus Strobus L. beträgt zwei, während sie sich bei Pinus montana auf sechs bis acht beläuft. Ausserdem sind die Harzgänge der letzteren Spezies mit auffallend stark verdickten Begleitzellen versehen, welche das Epithel ohne Durchbrechung umschliessen (Fig. 38). Die Verholzung der Begleitzellenwand beginnt jedoch erst, wenn die Harzgänge ihre volle Grösse erreicht haben und mit der Harzmasse ganz erfüllt sind, und eine Zufuhr von Nährstoffen nach den Epithelzellen nicht mehr nothwendig ist.

Die Nadeln von *Larix europaea DC.* sowie diejenigen von *Larix leptolepis Gord.* haben eine besondere Eigenthümlichkeit in betreff der Entwicklung ihrer Sekretbehälter, die sie von den übrigen Gattungen der Abietineen unterscheidet.

Auf den polsterförmigen Kurztrieben befindet sich die Anlage der Blätter, umhüllt von den Deckschuppen. Schon sehr früh differenzirt sich das Gefässbündel, und bald nachher entsteht die mit dem farblosen Plasma erfüllte Zellgruppe, welche später die Epithelzellenschicht darstellt. Bei einem Blättchen von 2 mm. Länge ist auch der kleine, harzerfüllte Intercellulargang sichtbar, welcher mit dem fortschreitenden Wachsthume gleichen Schritt hält. Es tritt Theilung der Epithelzellen ein bis im Querschnitt ihre Zahl auf höchstens sieben bis acht gelangt ist, was der Fall ist bei Nadeln von etwa 4 bis 5 mm. Länge, welche eben anfangen die Deckschuppen zurückzudrängen und aus dem Polster hervorzutreten. In diesem Stadium hat der Harzgang den Höhepunkt seiner Entwicklung erreicht und behält nun seine Grösse und Gestalt bei, auch während des weiteren Wachsthumes der Blätter. Da das letztere auf intercallare Weise vor sich geht, so wird der ganze Harzgang der Blattbasis entrückt, und wir finden ihn bei den ganz ausgewachsenen, 25—30 mm. langen Nadeln an deren Spitze in einer Länge von 3—4 mm. An seiner Stelle findet sich im sekretgangfreien Blattheile nicht sehr stark verdicktes Festigungsgewebe. Der resinogene Beleg und die innere Haut finden sich auch in diesen kleinen Gängen; letztere erscheint mir allerdings zarter als bei den übrigen Abietineen, aber sie ist von derselben Widerstandsfähigkeit gegenüber Reagentien (Fig. 39 bis 42).

Dammara alba Rumph. führt in den Blättern zwischen je zwei der parallel verlaufenden Gefässbündel einen Harzgang, welcher in

fertigem Zustande von einer grossen Zahl von Epithelzellen umschlossen ist, welche, von nicht sehr grossen Begleitzellen umgeben, sich von dem weitzelligen Mesophyll deutlich abheben. Den resinogenen Beleg sieht man stellenweise, die innere Haut meist den ganzen Gang auskleidend. Oefters sind zwischen der Haut und der Epithelzellwand wohlausgebildete, gelbe Tetraëder eingeschlossen, welche den Lösungsmitteln einen sehr grossen Widerstand entgegensetzen (Fig. 43). Durch konzentrirte Schwefelsäure werden sie allerdings farblos, lösen sich aber nicht, so dass ich nicht angeben kann, welchen Körper wir vor uns haben.

Auch bei *Araucaria imbricata Pav.* bin ich bei frischem Untersuchungsmaterial in den harzführenden Sekretbehältern der Blätter auf den Beleg mit der inneren Haut gestossen. Hier ist die resinogene Schicht quellbar mit Wasser und noch mehr mit verdünnter Kalilauge, lässt sich aber durch Alkohol kaum mehr kontrahiren. Durch Färbung mit wässeriger Eosinlösung erhielt ich ein Bild, welches den Beleg ganz homogen, ohne eingelagerte Körnchen und Stäbchen zeigte (Fig. 44).

Von *Podocarpeen* habe ich untersucht: *Podocarpus neglecta Blume, P. macrocarpa. P. bracteata Bl., P. Junghuhniana Miq., P. amara Bl., P. cupressina Brown.*, welche mir Herr Prof. Dr. Tschirch gütigst aus seinem Herbarium zur Verfügung stellte. Die Verhältnisse bei diesen verschiedenen Spezies von Podocarpus sind in Bezug auf die Harzgänge analog. Letztere finden sich in der Rinde in grösserer Zahl und sind von schizogener Entstehung und gewöhnlichem Bau. Das Epithel der Kanäle ist einschichtig, kleinzellig (dies besonders bei *P. cupressina*), und umgeben von einer Schicht von Begleitzellen, welche sich nicht bedeutend von den umliegenden Rindenparenchymzellen unterscheiden. Die Gänge sind erfüllt mit Harz, welches, da wir getrocknetes Material vor uns haben, eine farblose bis lichtgelbe, glasige Masse bildet und sich in Alkohol völlig löst. Nach der Entfernung des Harzes finden wir die an den Gang grenzende Aussenwand der Secernirungszellen verdickt durch den resinogenen Beleg, welcher mit Wasser schwach quillt. Die Quellung wird gesteigert durch Anwendung von Kalilauge, und das durch diese Einwirkung erhaltene Bild lässt uns folgende Verhältnisse erkennen:

Der Beleg liegt den Epithelzellen fest und lückenlos an, ist jedoch nicht überall von derselben Dicke, sondern oft bei den durch das Wachsthum tangential zur Rinde zusammengedrückten Gängen an

denjenigen Stellen, welche den längeren Durchmesser treffen, in dickerer Schicht aufgelagert und zwar in bauchiger, wulstiger Form. Die Struktur ist nicht ganz homogen, sondern an der Secernirungszellmembran dichter, häufig vollständig in dieselbe übergehend, nach dem Ganginnern zu weniger dicht, stellenweise deutlich fein gekörnelt und begrenzt von der dünnen, inneren Haut, welche keine Durchbrechungen zeigt (Fig. 45 bis 49).

Wenn wir die bei den Coniferen gemachten Beobachtungen betrachten, so finden wir eine grosse Uebereinstimmung in den Verhältnissen, welche die Entstehung der Harze in den schizogenen Kanälen betreffen: Es tritt aus den sehr früh durch ihren farblosen Inhalt ins Auge fallenden Kanalmutterzellen ein Körper aus, welcher in jungen Stadien ein schleimartiges Aussehen hat, später jedoch keine bedeutende Quellungsfähigkeit mehr aufweist. Dieser Körper, welcher aus den Funktionen der ihn ausscheidenden Zellen ausgeschaltet ist, geht in Harz über, welches nach der Kanalmitte gepresst wird, da dort augenscheinlich die resinogene Schicht weniger dicht ist als an der Secernirungszellwand, wie es die Verhältnisse bei *Podocarpus* direkt zeigen. An der Berührungsstelle des resinogenen Beleges und des fertigen Harzes entsteht die innere Haut, vielleicht gebildet durch den Kontakt der ungleichartigen Substanzen. Die Haut dürfte permeabel für Harz sein, da ihr nach der Art ihrer Entstehung ein Gehalt an Wasser nicht zugesprochen werden muss, doch scheint auch Durchbrechung stattzufinden, wenigstens lassen die oft vorkommenden Unterbrechungen in der Kontinuität der inneren Haut diese Annahme zu. Bei den fertig entwickelten Gängen ist der resinogene Beleg entweder noch theilweise vorhanden, oder aber meist selbst in Harz übergegangen, und die innere Haut fest auf die Epithelzellenwand aufgedrückt worden. Sie überbrückt dann nur noch die eingebuchteten Berührungsstellen der secernirenden Zellen.

Burseraceen.

*Amyris balsamifera**), eine der Elemiharz liefernden Pflanzen, hat in den jungen Trieben schizogen angelegte Secretbehälter, welche sich im Markgewebe befinden. Die Gänge besitzen während ihrer Wachsthumsperiode ein zartwandiges Epithel und wenig verdickte Begleitzellen, beide auffallend kleiner als das grosszellige, sie umgebende Gewebe. Auch die Weite der Kanäle ist gering und erreicht nicht die Länge des Durchmessers der Markzellen (Fig. 50.).

*) Material aus dem Herbarium von Herrn Prof. Dr. Tschirch.

Nach dem Abschluss der Entwicklung beginnt eine Verholzung der Begleitzellen, so dass wir sie in älteren Zweigen mit stark verdickter Membran finden. Zugleich obliteriren die Secernirungszellen und können in allen Gängen nur durch Einwirkung von Kalilauge oder Chloralhydratlösung sichtbar gemacht werden. Wir finden die Kanäle ausgekleidet von der inneren Haut, welche nicht immer fest aufgelagert, sondern stellenweise vom Epithel abgelöst ist. Ein eigentlicher resinogener Beleg ist mir auch in jungen Stadien nicht deutlich zu Gesicht gekommen, sondern ich fand meist zwischen der inneren Haut und der Secernirungszellwand kleine Leisten, welche aussahen, wie Theile der inneren Haut (Fig. 51), und auch dieselben Reaktionen zeigten, resp. dieselbe Widerstandsfähigkeit gegen die verschiedenen Lösungsmittel.

Guttiferen.

*Calophyllum Inophyllum L**), die Stammpflanze des ostindischen Takamahakharzes, weist in allen ihren Theilen eine grosse Zahl von schizogenen Sekretgängen auf. Bei den Blättern sind sie von geringem Durchmesser und sehr langgestreckt und befinden sich zwischen je zwei Nebenrippen, welche unter sich parallel von der Mittelrippe nach dem Blattrande hin verlaufen. Da diese Rippen nahe aneinander gerückt sind. und die Blätter eine bedeutende Grösse erreichen, so kommt es vor, dass bei einem 20 cm. langen und 10 cm. breiten Laubblatte in der Spreite 450 und mehr Harzkanäle liegen; ausserdem wird die Mittelrippe in ihrem collenchymatischen Gewebe von Sekretgängen durchzogen. In den Zweigen, und zwar sowohl in der Rinde als im Marke, treffen wir zahlreiche Harzgänge an, welche eine ziemliche Grösse erreichen. Die Epithelzellen sind tangential abgeplattet, an den zum Gange radial gestellten Wänden sehr zart und häufig in fertigen Kanälen erst sichtbar nach erfolgter Einwirkung eines Quellungsmittels. Nur selten erlangen sie die Weite der Begleitzellen, welche sich durch ungleichmässige Gestalt auszeichnen.

Die Kanäle sind erfüllt von alkohollöslichem Harz, nach dessen Entfernung man die Aussenwand der Secernirungszellen überzogen findet von dem resinogenen Beleg und der inneren Haut. Der Beleg selbst ist in jungen Gängen als deutliche Verdickung der Epithelzellwand zu sehen und zeigt keine Bräunung. Später ist er gelbbraun, in unregelmässiger Dicke aufgelagert und in einzelnen Gängen von

*) Herbarium- und Alkoholmaterial.

geringerer, in anderen von grösserer Mächtigkeit. Die innere Haut begrenzt ihn deutlich und vollständig; selten nur kommt es vor, dass sie vom Beleg stellenweise losgetrennt erscheint.

Wenn der Beleg mit Alkohol, Aether und Amylalkohol tüchtig ausgewaschen und von allem Harz befreit ist, so erhöht sich seine Quellungsfähigkeit bedeutend. Er quillt dann schon auf Zusatz von Wasser stark, beträchtlicher aber beim Einwirken von Kalilauge. Man erkennt in gequollenem Zustande, dass er von der Epithelzellenwand nach dem Ganglumen zu an Dichte abnimmt, und unter der inneren Haut oft ziemlich locker erscheint (Fig. 52). Gegen lösende, chemische Agentien sind Beleg und innere Haut von grosser Widerstandsfähigkeit, ersterer wird jedoch in der Wärme von Schultze'scher Macerationsflüssigkeit stark angegriffen.

Dipterocarpaceen.

Die Sekretbehälter von *Dryobalanops Camphora Colebroke*, der Stammpflanze des Borneocamphers, sind schizogen angelegt und markständig und finden sich sowohl innerhalb des Gefässbündelringes als auch in den Rindenbündeln. Sie entwickeln sich schizogen und gehen erst später in älteren Organen in lysigen erweiterte Kanäle über Während der ersten Entwicklungsperiode, die für unseren Fall in Frage kommt, besteht das Epithel aus Zellen von verschiedener Grösse, von welchen die einen die andern um das Vierfache übertreffen. Auch sind sie theils tangential zum Kanal zusammengedrückt, theils aber wulstig und prall. Die zum Gange radial gestellten Wände der secernirenden Zellen zeigen keinerlei Verdickung. Die angrenzende Begleitzellenschicht ist zusammengesetzt aus wenig, sowohl in Bezug auf Grösse als auf Verholzung der Membran auffallenden Elementen, welche ihrerseits umgeben sind von dem dickwandigen Markgewebe.

Nach Lösung und Auswaschen des farblosen, glasigen Harzes durch Alkohol-Aether tritt an der gangständigen Epithelzellwand ein gelblich brauner Beleg deutlich hervor, der mit Wasser, viel mehr aber mit verdünnter Kalilauge oder Chloralhydratlösung quillt und nun auch die innere Haut sehen lässt. Die Dicke des Beleges wechselt an den verschiedenen Stellen und geht vom stark erhabenen Wulst bis zur dünnen Schicht zurück; es kann sogar der Beleg schleifenförmig in das Lumen des Kanales hineinragen (Fig. 53). Nicht selten erscheint der resinogene Beleg als einfache Wandverdickung der secernirenden Zellen infolge eines vollständigen Ueberganges derselben in die Zell-

wand. Man erkennt in diesem Falle die äussere Begrenzungsschicht der Epithelzellmembran nicht mehr oder nur als äusserst feine Linie. Der Beleg nnd die innere Haut sind sehr widerstandsfähig gegen Lösungsmittel.

Wie bei Dryobalanops liegen die Verhältnisse auch bei *Dipterocarpus trinervis Bl.**) in Bezug auf schizogene Anlage und Entwicklung der Sekretgänge, welche ebenfalls markständig sind. Sie enthalten farbloses bis schwachgelbliches Harz, welches durch Lösung in Alkohol und Chloroform entfernt werden kann. Es tritt auch hier ein mit Kalilauge quellbarer, von der inneren Haut deutlich begrenzter Beleg auf, welcher sich nur schwer wieder contrahiren lässt und in dünner Schicht dem Epithel aufgelagert ist. Die Zellen desselben, sowie die Begleitzellen sind regelmässig gebaut (Fig. 54).

Dipterocarpus trinervis führt grosse, zahlreiche Schleimzellen, deren Inhalt erst durch längeres Einlegen in Alkohol gehärtet werden muss, da sonst der Schleim bei der Herstellung der Schnitte leicht in die Sekretkanäle gelangen und zu irrigen Annahmen führen könnte.

In den Blatt- und Stengeltheilen von *Vatica moluccana,* welche mir aus dem Herbarium von Herrn Prof. Tschirch zur Verfügung stand, kommen schizogene Sekretbehälter vor, welche bei dem getrockneten Material ein glasiges, farbloses Harz enthalten. Die Kanäle sind zahlreich, so dass wir in einem jungen Triebe deren schon acht bis zehn finden. Sie sind markständig, wie bei den übrigen Dipterocarpeen und haben höchst ungleichmässige Epithel- und Begleitzellen. Erstere variiren besonders in der Grösse und sind oft tangential zum Gange stark zusammengedrückt, letztere zeigen hauptsächlich bedeutende Grössenunterschiede unter sich. Die Membranen beider Zellschichten sind zart und heben sich daher deutlich ab von den verdickten, oft sklereïdischen Markzellen. Die Gangwand der Secernirungszellen erscheint bei harzerfüllten Gängen dunkel und bleibt nach Lösung des Sekretes durch Alkohol und Chloroform verdickt. Die Verdickung quillt mit Wasser schwach; immerhin etwas mehr als gewöhnliche, mit Alkohol behandelte Gewebe quellen, aber den Höhepunkt der Quellung erreicht man erst durch Erwärmen mit Chlorallösung. Wir sehen den resinogenen Beleg, in unregelmässiger Dicke aufgelagert, den ganzen Gang auskleidend (Fig. 55) und finden ihn da, wo er wulstige Form hat, oft auf das deutlichste geschichtet. Die Schichtung

*) Herbariummaterial.

ist zart, drei- vier- bis fünffach und verläuft konzentrisch zum Gange. Die äusserste Schicht, welche unmittelbar unter der scharf konturirten, inneren Haut liegt, ist gewöhnlich homogen und fast ebenso breit als die anderen Schichten zusammen (Fig. 56).

Durch Jod und Schwefelsäure wird der Beleg mehr röthlich als gelb und hebt sich gut von der blauwerdenden Cellulosemembran der Secernirungszellen ab; auch ist er resistent gegen Salzsäure und Schwefelsäure, scheint also von gleicher Widerstandsfähigkeit zu sein wie der Beleg schon beschriebener Sekretbehälter.

Vatica ruminata hat ebenfalls schizogene Sekretbehälter, und zwar stehen diese, in der Grösse wechselnd, in einem Kreise zwischen dem Gefässbündelring, welcher sehr reich an Calciumoxalat ist, und dem Markgewebe. In Zweigen von 3 mm. Durchmesser finden wir häufig schon zwanzig Kanäle, erfüllt von dem farblosen Harze, welches sich in Alkohol und Chloroform vollständig löst. Die Epithelzellen sind klein und wenig verschieden von den angrenzenden Begleitzellen, und auch diese unterscheiden sich in der Grösse kaum, durch geringe Wandverdickung nur wenig von dem unmittelbar umschliessenden Markgewebe. Die entfernter liegenden Markzellen fangen sehr früh an ihre Membran zu verdicken und sich in Sklereïden umzuwandeln, bei welchen Schichtung, Porenkanäle und Kommunikation derselben aufs schönste zu sehen sind. Die Harzkanäle von *Vatica ruminata* sind ausgekleidet mit einem in regelmässiger Weise die Aussenwand des Epithels überziehenden Beleg mit deutlicher innerer Haut (Fig. 57).

Eine Schichtung des Beleges war hier, auch nach Einwirkung von Chloralhydratlösung, nicht zu sehen, aber gegen Reagentien verhält er sich wie bei *Vatica moluccana*.

Clusiaceen.

Die Sekretbehälter von *Garcinia Morella Desrousseaux**), der wichtigsten der Gummigut liefernden Bäume, sind schizogen angelegt und entwickelt. Sie kommen in den Zweigen, Blättern, Blüthen u. Früchten**) vor, in ersteren, sowie in den Blattrippen in grosser Zahl. Besonders die Rinde führt grosse langgestreckte Harzgänge, aber auch im Markgewebe finden wir sie regelmässig. Die Epithelzellen, welche anfangs im Querschnitte rund sind, werden durch Druck bald stark zusammen-

*) Material aus dem Herbarium des Herrn Prof. Tschirch.

**) Flückiger, Pharmakognosie des Pflanzenreiches. 1891.

gepresst in tangentialer Richtung zum Gange und lassen bei dem getrockneten Material in grossen Sekretbehältern ihr Lumen nicht mehr oder selten erkennen. Die Begleitzellen sind grösser, doch auch tangential zusammengedrückt und bilden einen Uebergang zu den grossen umgebenden Parenchymzellen, sowohl der Rinde als des Markes. Die Harzgänge sind erfüllt von gelblichweissem, trübe durchschimmerndem Harze, welches an der Epithelbegrenzungszone ganz undurchsichtig ist. Nach Entfernung desselben durch Zufliessenlassen von Alkohol, Aether und Chloroform bleibt die Epithelzellenschicht noch zusammengepresst, doch lässt sich ausserhalb derselben an vielen Stellen ein bräunlichgelber Beleg erkennen, der von der inneren Haut scharf begrenzt ist. Mit Chloralhydrat bringt man das Epithel zum Quellen und zugleich auch den resinogenen Beleg, welcher sich besonders beim Erwärmen stark ausdehnt und viel heller wird. Ich fand keine Harzkanäle, in welchen sich der Beleg am ganzen Epithel hinzog, wenigstens konnte ich es niemals deutlich sehen; dagegen fand ich ihn stellenweise stark gedunsen und wulstig (Fig. 58 und 59). Er lässt sich nach der Quellung mit Alkohol kontrahiren, zeigt aber keine Schichtung. Der Beleg sowohl als die innere Haut sind von oben besprochener Widerstandsfähigkeit gegen chemische Agentien.

Araliaceen.

Hedera Helix L. hat schizogene Sekretbehälter in Blättern und Zweigen, und in diesen letzteren befinden sie sich theils in der Innenrinde, dicht aussen am Gefässbündelring, theils in der Randpartie des Markes, innen am Gefässbündelring. Das Epithel ist ziemlich regelmässig, und die wenigen Zellen, die es bilden, sind gross im Verhältniss zu dem kleinen Ganglumen. Die Gänge selbst sind alle von gleicher und zwar geringer Grösse und erfüllt von einem grünlichgelben Harze, welches durch Alkohol leicht und völlig gelöst wird. Nach sorgfältigem Auswaschen des Harzes finden wir in dem Gange meist die innere Haut, seltener einen deutlichen Beleg (Fig. 60).

Pittosporeen.

Bei *Pittosporum timorense* sind die Harzgänge stark tangential zusammengedrückt in der Rinde der Zweige und der Aeste, in welch letzteren sie in mehreren Kreisen vorkommen können. Ein 1 cm. dicker Ast hat zwei Kreise von schizogenen Kanälen, von welchen der eine in der schmalen, 1 mm. breiten Rinde, der andere in dem

obliterirten, breiten Leptom angelegt ist. Die Epithelzellen sind zartwandig, und nur die Grenzwand zeigt Verdickung durch den farblosen, resinogenen Beleg, welcher durch die innere Haut begrenzt ist (Fig. 61).

---

b. Allgemeiner Theil.

Wenn wir die bei den verschiedenen Pflanzenfamilien beobachteten Verhältnisse in ihrer Gesammtheit ins Auge fassen, so finden wir, dass unter ihnen eine gewisse Analogie besteht, und können für die Entstehung des Sekretes folgendende Schlüsse ziehen:

Eine sehr früh durch ihren farblosen Inhalt sich auszeichnende Zellgruppe, entstanden aus der Kanalmutterzelle, bildet an der gemeinschaftlichen Berührungsstelle der Zellen an der Aussenwand einen Schleimbeleg, welcher die resinogenen Substanzen enthält. Dieser Schleimbeleg, der wohl als Theil der Membran selbst angesprochen werden darf, erfüllt anfänglich den ganzen Intercellularraum und bildet in seinem nicht sehr dichten Inneren das Harz, d. h. es entsteht aus ihm ein alkohollöslicher Körper.

Zugleich mit der Pflanze wachsen auch die Harzgänge bis sie ihre volle Entwicklung erreicht haben, und in der Schleimmembran der Kanal- oder Secernirungszellen, in dem resinogenen Belege, geht die Harzbildung schritthaltend weiter vor sich.

Der resinogene Beleg ist an derjenigen Stelle, wo er der Cellulosemembran der secernirenden Zellen unmittelbar anliegt, am dichtesten (*Podocarpus, Imperatoria, Dryobalanops. Vatica*) und wird nach dem Ganginneren zu lockerer. Das fertige Harz sammelt sich in der Kanalmitte an. Sobald hier eine gewisse Harzmenge abgelagert ist, bildet sich an der Berührungsstelle von Harz und resinogenem Beleg ein hautartiges Gebilde, die innere Haut (*Imperatoria, Picea, Pinus*), wahrscheinlich ausschliesslich hervorgerufen durch den anhaltenden Kontakt der beiden verschiedenartigen Substanzen, ähnlich wie in den Zellen die feine Plasmahaut entsteht, welche die sogenannten Vacuolen begrenzt.

Bei der Grössenzunahme der Harzgänge findet die Absonderung der resinogenen Substanzen so lange statt, bis der Sekretkanal völlig entwickelt ist. Sie bilden einen Beleg, welcher entweder den Gang ganz auskleidet (*Umbelliferen, Arnica, Inula, Podocarpus. Dryobalanops,*

Vatica), oder nur an einzelnen Stellen sichtbar ist (*Abies, Dam Araucaria, Amyris, Garcinia)*. Auch ist der resinogene Beleg überall in derselben Dicke aufgelagert, sondern wir sehen il sonders bei den *Umbelliferen, Podocarpus* und *Garcinia* in der tigkeit stark wechselnd.

Schichtung habe ich nur in einem Falle deutlich beob können, nämlich bei *Vatica moluccana*, so dass Schichtung nic charakteristische Eigenthümlichkeit für den Beleg bezeichnet w kann, wie bei anderen Schleimmembranen.*)

Anders verhält es sich mit der inneren Haut, von w der resinogene Beleg, sobald der Kanal eine gewisse Grösse er hat, stets begrenzt ist. Diese ist wohl aus dem Belege selbs vorgegangen und beweist durch ihre Gegenwart in älteren G an denjenigen Stellen, wo der Beleg nicht zu sehen ist, dass einem früheren Stadium des Kanales an der betreffenden Stell gekommen ist und sich an der Harzbildung bis zum völligen Verl der resinogenen Schicht betheiligt hat. So finden wir bei den tineen in den ausgewachsenen Nadeln, wo die Gänge schon im Jahre zu ihrer vollen Entwicklung gelangen, meist nur die i Haut entweder dicht am Epithel oder theilweise von demselbe gelöst, und der Beleg hat sich ganz in Harz verwandelt.

Die im Beleg öfters auftretenden kleinen Leisten, Stäbchen Körnchen sind vielleicht auf gleiche Weise entstanden wie die i Haut oder möglicherweise sind es Theilchen derselben. Es s nämlich bei der inneren Haut sowohl Diffusion als Durchbre stattzufinden, denn wir finden sie oft ganz intakt, oft aber i Kontinuität unterbrochen, so dass die Möglichkeit nicht ausgeschl ist, dass wenigstens ein Theil der körnchenartigen Körperchen I Partikel der inneren Haut sind, da auch bei beiden das Verl gegen chemische Agentien dasselbe ist. Dass sie nicht Cuticu bilde sind, beweist uns ihre Löslichkeit in Chromsäurelösung.

Ueber die chemischen Vorgänge, welche sich bei der Ha stehung abspielen, habe ich mir noch keine bestimmte Vorste machen können. Es wäre möglich, dass das Phloroglucin, w ich in den meisten Untersuchungsobjekten, und in besonders gr Menge bei *Vatica* und *Calophyllum*, mit Vanillin-Salzsäure habe weisen können, mit der Genese des Harzes in Beziehung steht, die Beweise für eine solche Annahme sind noch zu erbringen.

*) Tschirch. Angewandte Pflanzenanatomie.

Figuren-Erklärung.

sb. = Schleimbeleg, ih. = innere Haut.

Fig. 1. *Imperatoria Ostruthium L.*
Querschnitt durch einen ganz jungen Kanal des Wurzelstockes. Mit Alkohol ausgewaschen. Der Schleim erfüllt den ganzen Intercellularraum.

Fig. 2. Querschnitt durch einen jungen Gang (Wurzelstock). Mit Alkohol ausgewaschen. Schleimbeleg (sb) nach Zusatz von Wasser gequollen. In der Mitte die Falte der inneren Haut (ih).

Fig. 3 u. 4. Querschnitte durch ältere Gänge des Rhizoms mit unregelmässig dickem Schleimbeleg (sb). Deutliche innere Haut (ih).

Fig. 5. Längsschnitt durch einen Kanal. Der resinogene Beleg ist unregelmässig wellig.

Fig. 6—9. *Archangelica officinalis.*
Verschiedene Entwicklungsstadien von Wurzelgängen. Der Schleimbeleg oft mit Körnchen und Leisten.

Arnica montana.

Fig. 12 u. 13. Querschnitte durch junge Gänge des Rhizoms.

Fig. 14. Fertiger Sekretbehälter des Rhizoms.

Fig. 15. Junger, am Cambium liegender Harzgang der Nebenwurzel.

Fig. 16. Längsschnitt durch einen Harzgang des Rhizoms.

Inula Helenium.

Fig. 17 u. 18. Querschnitte durch das frische Rhizom.

Fig. 19. Querschnitt durch einen Kanal des Rhizomes. Der Schleimbeleg ist mit Kalilauge zur Quellung gebracht.

Artemisia vulgaris.

Fig. 20. Querschnitt durch einen an der Kernscheide der Wurzel liegenden Gang.

Anacyclus officinarum.

Fig. 21. Querschnitt durch einen Gang der Wurzel mit sehr zartem Beleg.

Cycas revoluta.

Fig. 22 u. 23. Gänge der Mittelrippe der Blattwedel im Querschnitt mit dem protuberanzenartigen, nicht scharf begrenzten Beleg.

Abies pectinata.

Fig. 24—26. Entwicklungsstadien der Harzgänge in den J

Abies Nordmanniana.

Fig. 27. Querschnitt durch einen fertigen Sekretgang

Fig. 28. Harzkanal aus der Zweigrinde.

Abies pectinata.

Fig. 29. Rindenkanal mit einseitig sehr mächtig ent Beleg.

Fig. 30. Sekretgang aus der Wurzel. Die sehr stark Begleitzellenschicht zeigt zwei Durchbrechun dünnwandige Zellen (d).

Abies canadensis.

Fig. 31. Fertiger Harzgang des Blattes mit theilwe löster innerer Haut.

Picea vulgaris.

Fig. 32. Rindenkanal mit deutlich sichtbarem Beleg ur Haut.

Fig. 33 u. 34. Gänge aus der Wurzel. 33. mit sehr rege Beleg. 34. mit einer verdickten Epithelzelle.

Pinus montana. var. Pumilio.

Fig. 35 u. 36. Querschnitt durch junge Nadelgänge.

Fig. 37. Längsschnitt durch einen jungen Gang in der N Alkohol ausgewaschen. Zeigt die innere Haut

Fig. 38. Ausgebildeter Kanal der Nadel mit verholzte zellen.

Larix europæa.

Fig. 39—42. Die aufeinanderfolgenden Entwicklungsstad Sekretganges der Nadel.

Dammara alba.

Fig. 43. Querschnitt durch einen Harzgang des Blat resinogene Beleg schliesst ein wohlausgebil traëder ein.

Araucaria imbricata.

Fig. 44. Harzgang des Blattes mit homogenem Beleg.

Podocarpus neglecta.

Fig. 45. Rindengang mit wulstigem Beleg.

Podocarpus macrocarpa.

Fig. 46. Beleg des fertigen Ganges der Rinde sehr s wickelt.

Podocarpus bracteata.

Fig. 47. Theilstück des Beleges, welcher aussen feine J zeigt.

Podocarpus Junghuhniana.

Fig. 48. Querschnitt durch einen Rindengang.

Podocarpus cupressina.

Fig. 49. Rindenkanal mit feinzelligem Epithel.

Amyris balsamifera.

Fig. 50. Junger, markständiger Harzgang mit theilweise abgelöster Haut.

Fig. 51. Alter Gang mit stark verdickten Begleitzellen. Innere Haut deutlich sichtbar.

Calophyllum Inophyllum.

Fig. 52. Harzgang aus der Blattrippe mit gequollenem Beleg.

Dryobalanops Camphora.

Fig. 53. Markständiger Harzgang mit an einer Stelle schleifenartig vorgewölbtem Beleg.

Dipterocarpus trinervis.

Fig. 54. Querschnitt durch einen Harzgang in einem Rindenbündel.

Vatica moluccana.

Fig. 55. Markständiger Sekretbehälter mit dem gequollenen Beleg.

Fig. 56. Ein Theil eines sehr deutlich geschichteten Beleges.

Vatica ruminata.

Fig. 57. Querschnitt durch einen Harzgang eines Zweiges.

Garcinia Morella.

Fig. 58. Sekretbehälter mit dem an zwei Seiten stark entwickelten Beleg.

Garcinia Morella.

Fig. 59. Stark wulstiger Beleg.

Hedera Helix.

Fig. 60. Harzgang aus dem Mark. Zeigt den selten sichtbaren Beleg.

Pittosporum timorense.

Fig. 61. Ein an das Leptom angrenzender Gang.

Sämmtliche Gänge sind nach Entfernung des Harzes (mittelst Alkohol) gezeichnet.

J. Eggenberger.

Beiträge zur Darstellung des Bernoulli'schen Theorems, der Gammafunktion und des Laplace'schen Integrals.

Eingereicht im August 1893.

Vorbemerkungen.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung meines verehrten Lehrers, des Herrn Prof. Dr. J. H. Graf, unternommen.

Sie zerlegt sich in zwei Theile, von denen der erste (die Abschnitte I—VI) historischer, der zweite (die Abschnitte VII und VIII) analytischer Natur ist. Abschnitt I weist einleitend mit einigen Belegen auf den fructificirenden Einfluss der Entwickelung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf diejenige der Analysis hin und präcisirt den Zweck der historischen Untersuchung des ersten Theils. In Abschnitt II wird sodann die philosophische und analytische Begründung des Gesetzes der grossen Zahlen nach Bernoulli's Ars conjectandi gegeben. Die Abschnitte III, IV und V sind den mit Erfolg gekrönten Bemühungen Moivres, dem Bernoulli'schen Theorem einen bestimmten mathematischen Ausdruck zu verleihen, gewidmet, stellen das Summationsverfahren jenes Mathematikers zur Bestimmung eines Näherungswerthes für den Binomialcoefficienten dar, beleuchten die Verdienste Moivres und Stirlings um die Darstellung eines Näherungswerthes für Log $\Gamma(x)$ und geben die Moivre'sche Darstellung des Laplace'schen Integrals. Abschnitt VI zeigt die Auffindung einer Summationsformel durch Mac-Laurin und Euler, die in hinreichend allgemeiner Weise gestattet, dem Bernoulli'schen Theorem jenes analytische Gewand zu geben, dessen Schöpfer Laplace ist, da mittelst jener Formel Näherungswerthe sowohl für Log $\Gamma(x)$ wie auch für die Summe von Termen einer binomischen Entwickelung von sehr hoher Potenz innerhalb gewisser

Grenzen gefunden werden können. Den Schluss dieses Abschnittes bildet eine Zusammenstellung der gewonnenen historischen Resultate.

Der analytische Theil enthält zunächst (in Abschnitt VII) eine Untersuchung des Verfassers über eine Verallgemeinerung der von J. A. Serret gegebenen, eleganten Entwicklung eines Näherungswerthes für $\Gamma(x + 1)$ aus der Formel von Wallis, zeigt dann durch eine weitere Untersuchung (in Abschnitt VIII), dass der immer noch gebräuchliche Laplace'sche Ausdruck für das Bernoulli'sche Theorem, nämlich

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\gamma} e^{-t^2} dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \text{ gleich ist } \frac{2}{\pi}\int_0^{\delta} e^{-t^2} dt.$$

Diese Vereinfachung des Laplace'schen Ausdrucks dürfte für die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Versicherungstechnik von Werth sein.

In den Anhang wurden neben dem Quellenverzeichniss einige Anmerkungen, die den Text sonst allzu störend unterbrochen hätten, als Noten verwiesen.

I.

1. Seit *Laplace* und *Gauss* ist die Wahrscheinlichkeitsrechnung für die exakte wissenschaftliche Forschung ein unentbehrliches Hilfsmittel geworden und auch bei Fragen der Sozialpolitik und der Kultur im weiteren Sinne ist sie berufen, immer werthvollere Dienste zu leisten. Neben diesem ihrem Antheil an der Entwicklung der beobachtenden Wissenschaften ist aber auch der Gewinn nicht unbedeutend, den diese angewandte mathematische Disciplin der reinen Mathematik gebracht hat. Denn ähnlich wie andere angewandte mathematische Wissenschaften, die Astronomie und die mathematische Physik, auf die Erfindung und Entwicklung der Infinitesimalrechnung und auf die Theorie der partiellen Differentialgleichungen im höchsten Grad anregend gewirkt haben, so ist auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht ohne Einfluss auf die Entwicklung der Analysis des Endlichen und Unendlichen gewesen. Ein kurzer Blick in deren Geschichte soll uns davon überzeugen.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung nahm ihren Ursprung im 17. Jahrhundert, in der Zeit der mathematischen Entdeckungen. Einige Würfelspielprobleme, die ihm vom *Marquis de Méré* im Jahre 1654 vorgelegt wurden, veranlassten den geistvollen französischen Philosophen und Mathematiker *Blaise Pascal* (1623—1662) mit der Unter-

stützung seines Zeitgenossen Pierre Fermat (1608—1665) genauer mit dem neuen Calcul sich zu beschäftigen, und die ersten Prinzipien desselben feststellend, wurden Pascal und Fermat die Begründer der Wahrscheinlichkeitsrechnung, von ihnen «géometrie du hasard» auch «aleæ geometria» genannt. Weil aber die Hilfsmittel der Analysis damals für die Lösung der Spielprobleme keine genügenden waren, erweiterte Pascal die Combinationslehre*) und zeigte deren Zusammenhang mit den figurirten Zahlen**).

Der grosse Basler Mathematiker *Jakob Bernoulli* I. (1654—1705) gab dann in seinem epochemachenden Werke über Wahrscheinlichkeit, Ars conjectandi***) (Muthmassungskunst) eine beinahe vollständige Theorie der Combinatorik, der figurirten Zahlen†) und fand auch die nach ihm benannten Zahlen†), die bekanntlich in der Reihen- und Interpolationstheorie von Wichtigkeit sind.

Pierre Raimond de Montmort (1678—1719) lieferte im Dienste der Wahrscheinlichkeitsrechnung ebenfalls Beiträge zur Analysis der Reihen††), namentlich in Bezug auf die Summation von arithmetischen Reihen höherer Ordnung.

Ein anderer, sehr bedeutender französischer Mathematiker, der nach Aufhebung des Ediktes von Nantes in London ein Asyl gefunden hatte, *Abraham de Moivre*, entdeckte bei seinen Studien über die Wahrscheinlichkeitsrechnung die recurrenten Reihen, deren Theorie er in dem für die Analysis bedeutsamen Buche: *Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis* (London 1730) vortrug†††). Moivres weitere sehr werthvolle Beiträge zur Analysis werden im Verlaufe meiner historischen Untersuchung noch deutlicher hervortreten.

Den Forschungen der beiden grossen französischen Analysten, *Joseph Louis Lagrange* (1736—1813) und *Pierre Simon Laplace* (1749

---

*) Die Anfänge der Combinatorik waren aus einer Schrift Guldins vom Jahre 1622 bekannt.

**) In einem nachgelassenen Werke Pascals: Traité du triangle arithmétique. Paris 1665.

***) Basel 1713. Herausgegeben und mit einem Vorwort versehen von Nikolaus Bernoulli, dem Neffen Jakob Bernoulli's.

†) Ars conjectandi. Lib. II.

††) Montmort, Essai d'analyse sur le jeu de hasard. Paris 1708.

†††) Lib. II. Cap. II. De natura serierum recurrentium.

Lib. IV. Cap. II. De summis serierum recurrentium.

Auch Moivres Doctrine of chances enthält in der 2. Ausgabe (London 1738) einen Abriss der Theorie von «the summation of the recurring series», p. 193 ff.

bis 1827), auf dem Gebiete der Wahrscheinlichkeit verdankt die höhere Analysis (die sich allerdings inzwischen durch die Arbeiten von Newton, Leibnitz, Moivre, Stirling, Taylor, Mac-Laurin, der Bernoulli, Euler u. a. schon bedeutend entwickelt hatte) ebenfalls neue und wichtige Kapitel.

Schon 1759 veröffentlichte*) der 23jährige Professor an der Artillerieschule in Turin, Lagrange, eine für die Differenzenrechnung epochemachende Abhandlung über «L'intégration d'une équation differentielle à difference finie qui contient la théorie des suites recurrentes», worin die Theorie der recurrenten Reihen verallgemeinert und deren Bedeutung für die Wahrscheinlichkeitsrechnung hervorgehoben wird.

Derjenige, welcher die Bedeutung der Lagrange'schen Arbeit am klarsten erkannte, war der ebenfalls noch junge Professor an der Pariser Militärakademie, Laplace. Schon 1774 schrieb er sein *Mémoire sur les suites recurro-recurrentes et sur leurs usages dans la théorie des hasards.***) In der Vorrede zu einem andern Mémoire***) sur la probabilité konnte er schreiben: «*J'ose me flatter que l'analyse dont je me servis pour cet object pourra mériter l'attention des géomètres*». Aus den vielen und langjährigen Arbeiten von Laplace über die Wahrscheinlichkeitsrechnung ging schliesslich sein grosses Werk über diesen Gegenstand, die *Théorie analytique des probabilités*,†) hervor, welches nicht nur für die *Wahrscheinlichkeitsrechnung grundlegend*, sondern auch für *die Integralrechnung, die Funktionen- und Interpolationstheorie sehr werthvoll ist.*

Die vorstehenden Notizen mögen dargethan haben, wie der Wahrscheinlichkeitsrechnung durch die Auffindung analytischer Hilfsmittel nicht nur die Pfade ihrer eigenen Entwicklung geebnet wurden, sondern wie sie dadurch ihrerseits auch einen wesentlichen fördernden Einfluss auf die Analysis ausgeübt hat.

Als Frucht der Wahrscheinlichkeitsrechnung darf auch das Laplace'sche Integral, welches in der mathematischen Physik eine grosse Rolle spielt,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\, dt = \sqrt{\pi}$$

*) In Miscellanea Taurinensia, tome I. pag. 33—42.

**) In den «Mémoires, présentés par divers savants. t. VI. p. 353—371.

***) Histoire de l'Académie des sciences pour l'année 1778. p. 227 ff. Auf den Inhalt dieser Abhandlung soll später noch zurückgekommen werden.

†) Das klassische, Napoleon I. gewidmete Buch, erschien zum ersten Mal anno 1812.

zeichnet werden. Man erhält dieses Integral aus dem Bernoulli'schen Theorem.

Sind p und q die einfachen und konstanten Wahrscheinlichkeiten zweier entgegengesetzter Ereignisse E und E', so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer sehr grossen Anzahl von $\mu = m + n$ von Versuchen das Ereigniss E in einer Anzahl von m Malen, wobei m zwischen $\mu\, p \pm l$ liegt, eintreffe (vorausgesetzt, dass für ein μ p-maliges Eintreffen des Ereignisses E das Maximum von Wahrscheinlichkeit vorhanden), ausgedrückt durch

$$W = \sum_{m=\mu p-l}^{m=\mu p+l} \frac{\mu!}{m!\, n!}\, p^m q^n$$

und zwar kann diese Wahrscheinlichkeit mit wachsendem μ beliebig nahe der Einheit gebracht werden.

Der Summenausdruck kann nun (vermittelst mehrmaliger Näherungen) in folgenden Integralausdruck übergeführt*) werden:

$$W = \frac{2}{\pi} \int_0^{\gamma} e^{-t^2} dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu pq}}$$

Es ist dies ebenfalls die Wahrscheinlichkeit dafür, dass m innerhalb der Grenzen $\mu\, p \pm l$ oder hier nun innerhalb $\mu\, p \pm \gamma\sqrt{2\mu pq}$ liege, wo

$$\gamma = \frac{l}{\sqrt{2\mu pq}},$$

eine Funktion von l, μ und p ist.

Den Summenausdruck für W hat Jakob Bernoulli I. schon zu Anfang des vorigen Jahrhunderts gegeben, der Integralausdruck aber in obiger Form wurde erst beinahe ein Jahrhundert später von Laplace aufgestellt.

Die Festlegung jener Summe durch Jakob Bernoulli, deren Entwickelungsprocess bis zum Integralausdruck und die dabei aufgetretenen analytischen Methoden und Resultate historisch klar zu legen, ist die Aufgabe, die ich im ersten Theil meiner Arbeit zu lösen versucht habe. Dabei waren mir die vortrefflichen Notizen von Laplace**) und

*) Vrgl. Note 1 im Anhang.

**) Laplace. Essai philosophique sur les probabilités, veröffentlicht als Einleitung in der Théorie analyt. des probabilités und in einer Separatausgabe.

Todhunter*) über die Geschichte der analytischen Darstellung des Bernoulli'schen Theorems wegleitend.

Im Essai philosophique sur les probabilités**) sagt Laplace im Abschnitt: les lois de la probabilité qui résultent de la multiplication indéfinie des événemens: «Ce théorème indiqué par le bon sens «était difficile à démontrer par l'analyse. Aussi l'illustre géomètre «Jacques Bernoulli qui s'en est occupé le premier, attachait-il une «grande importance à la démonstration qu'il en a donnée». Weiter im Abschnitt: Notice historique sur le calcul de probabilité, wo Laplace von Bernoulli's Ars conjectandi spricht, finden wir:***)

«Cet ouvrage est encore remarquable par la justesse et la finesse «des vues, par l'emploi de la formule du binome dans ce genre de ques«tions, et par la démonstration de ce théorème, savoir, qu'en multipliant «indéfiniment les observations et les expériences; le rapport des événe«mens de diverses natures, approche de celui de leurs possibilités respec«tives, dans des limites dont l'intervalle se reserre de plus en plus, en «mesure qu'ils se multiplient et devient moindre qu'aucune quantité assig«nable. Ce théorème est très utile pour reconnaitre par les observations, «les lois et les causes des phénomènes. Bernoulli attachait avec raison, «une grande importance à sa démonstration qu'il dit avoir méditée pen«dant vingt années. . . . . .

«Moivre a repris dans son ouvrage le théorème de Jacques Bernoulli «sur la probabilité des résultats déterminés par un grand nombre d'ob«servations. Il ne se contente pas de faire voir comme Bernoulli, que «le rapport des événemens qui doivent arriver, approche sans cesse de «celui de leurs possibilités respectives; il donne de plus une expression «élégante et simple de la probabilité que la différence de ces deux rap«ports est contenue dans des limites données. Pour cela, il détermine «le rapport du plus grand terme du développement d'une puissance très «élevée du binome, à la somme de tous ses termes; et le logarithme hy«perbolique de l'excés de ce terme, sur les termes qui en sont très voi«sins. Le plus grand terme étant alors le produit d'un nombre considé«rable de facteurs; son calcul numérique devient impraticable. Pour «l'obtenir par une approximation convergente, Moivre fait usage d'un «théorème de Stirling sur le terme moyen du binome élevé à une haute «puissance, théorème remarquable, surtout en ce qu'il introduit la racine

*) J. Todhunter, A history of the mathematical theory of probability from the time of Pascal to that of Laplace. London 1865.

**) Separatausgabe (3. éd. Paris 1816) p. 74: Théorie analyt. des probabilités, introduction p. XLVII.

***) L. c. p. 211; p. CXLVI.

«carrée du rapport de la circonférence au rayon, dans une expressio
«qui semble devoir être étrangère à cette transcendante. Aussi Moivr
«fut-il singulièrement frappé de ce résultat que Stirling avait déduit d
«l'expression de la circonférence en produits infinis, expression à laquell
«Wallis était parvenu par une singulière analyse qui contient le germ
«de la théorie si curieuse et si utile des intégrales définies.»

Den Laplace'schen Bemerkungen zur Geschichte des Bernoulli'sche Theorems lasse ich noch die Uebersicht folgen, die J. Todhunter*) über die nämliche Materie gibt: «With respect to the history of th
«result obtained in art. 994 (Laplace'sche Darstellung des Bernoulli'
«schen Theorems), we have to remark that James Bernoulli bega
«the investigation; then Stirling and De Moivre carried it on by th
«aid of the theorem known by Stirling's name; and lastly, the theo
«rem known by Euler's name gave the mode of expressing the finit
«summation by means of an integral. But it will be seen that prac
«tically we use only the first term of the series given in Euler'
«theorem, in fact no more than amounts to evaluating an integral b
«a rough approximate quadrature. Thus the result given by Laplac
«was within the power of mathematiciens as soon as Stirling's Theo
«rem had been published.»

Das vortreffliche Werk Todhunters über die Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung gibt die Notizen über das Bernoulli'sche Theorem zerstreut bei der Besprechung der Arbeiten von Bernoulli, Moivre und Laplace über die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dagegen konnte in seiner Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Darstellung der analytischen Hilfsmittel desselben gar nicht eingegangen werden. Eine zusammenhängende, eingehende Darlegung dieser Verhältnisse, besonders wenn sie wesentlich neue Resultate zu Tage zu fördern vermag, schien mir daher ebenso interessant wie werthvoll zu sein.

II.

3. In einem Begleitschreiben zu seiner Schrift: De ratiociniis in ludo aleae**), schrieb der gelehrte Huygens an seinen Lehrer der Mathematik Franziskus von Schooten u. a. Folgendes:

*) J. Todhunter, History of the mathematical theory of probability, art. 993 pag. 553.

**) Diese Arbeit erschien als Anhang zu Schootens Exercitationes mathematicae, 1657. Huygens hat darin zum ersten Mal die Prinzipien der Wahrscheinlichkeitslehre systematisch und analytisch formulirt, so dass Jacob Bernoulli diese Huygen'sche Schrift dann in sein erstes Buch der Ars conjectandi aufgenommen und commentirt hat.

«Quanquam, si quis penitus ea quae tradimus examinare caeperit, «non dubito quin continuò reperturus sit, rem non, ut videtur, ludicram «agi, sed pulchrae subtilissimaeque contemplationis fundamenta explicari. «Et problemata quidem, quae in hoc genere proponuntur, nihilo minus «profundae indaginis visum iri confido, quam quæ Diophanti libris conti- «nentur, voluptatis autem aliquanto plus habitura, cum non, sicut illa, «in nuda numerorum consideratione terminentur.»

Bekundet damit Huygens eine hohe Meinung von der Wichtigkeit des neuen Calcüls und verheisst er demselben eine grosse Zukunft, so gelang es ihm aber doch noch nicht, sich über das Niveau der üblichen Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie, die sich bis zu jener Zeit auf das Gebiet der Spielprobleme beschränkt hatte, zu erheben.

Wenige Jahre später machte zwar der berühmte Grosspensionär von Holland, Jean de Witt, der treffliche Kenner und Förderer der Cartesianischen Geometrie, die ersten nützlichen Anwendungen auf die Rentenrechnung*); aber es blieb dem genialen Kopfe Jakob Bernoulli's J. vorbehalten, der neuen mathematischen Disciplin ihr weites Arbeitsfeld zu eröffnen.

In einer Zeit grosser wissenschaftlicher Entdeckungen hatte sich Bernoulli's schöpferische Kraft entfaltet. Längst schon hatten Baco von Verulam, Giordano Bruno u. a. m. der wissenschaftlichen Forschung den Weg der Beobachtung gewiesen und eine Reihe von grossen Forschern hatte bereits die neue Methode der Induction durch glänzende Erfolge gerechtfertigt. Kopernikus hatte die richtige Vorstellung von unserem Planetensystem gegeben, Kepler seine Gesetze der Planetenbewegung berechnet, Galilei die Fallgesetze erkannt und Newton der letzteren Gültigkeit im Universum als Gravitationsgesetz nachgewiesen. Vieles, was früher als zufällig erscheinen mochte, war durch Causalgesetze erklärt und die Domäne des Zufalls und des Aberglaubens hatte schon bedeutend an Terrain verloren. Und dennoch waren es kühne Fragen, die Bernoulli's weiter Blick in den Thatsachen zu lesen vermochte. Gibt es in den gesammten Erscheinungen überhaupt einen Zufall? Erscheint uns vielleicht das *anscheinend Zufälligste* nur *desshalb zufällig*, weil wir *seine Ursachen nicht zu ergründen vermögen?* Ist es möglich, durch fortgesetzte Beobachtungen auch das Zufälligste

*) Jean de Witt, De vardye van de lifrenten na proportie van de losrenten, ou la valeur des rentes viagères en raison des rentes libres et remboursables. La Haye 1671.

als von Gesetzen abhängig zu erkennen? Ist es überhaupt möglich, durch Beobachtungen ein genügend sicheres Resultat zu erhalten? Und in welcher Beziehung steht die Zahl der Beobachtungen zur Genauigkeit des Resultates?

4. Jakob Bernoulli I. hat seine diesbezüglichen Gedanken in dem hochinteressanten vierten Buche seiner Ars conjectandi*), betitelt: Ad Usum et applicationem praecedentis Doctrinae in Civilibus, Moralibus et Oeconomicis, niedergelegt. Das nach ihm benannte Theorem**) findet sich dort im 4. und 5. Kapitel. Die Hauptgedanken sollen ihrer grundlegenden Bedeutung wegen hier ihre Stelle finden. Cap. IV. betitelt: De duplici Modo investigandi numeros casuum. Qui sentiendum de illo, qui instituitur per experimenta. Problema singulare eam in rem propositum, hat zusammengefasst folgenden Inhalt:

Es wurde im letzten Cap. (III) gezeigt, wie die Beweiskraft von Argumenten für gewisse Dinge nach der Zahl von günstigen und ungünstigen Fällen durch Rechnung zu schätzen ist. Hier aber liegt die Schwierigkeit; denn nur für die wenigsten Erscheinungen ist die Zahl der günstigen oder ungünstigen Fälle und das Gewicht jedes Einzelnen bekannt. Beim Würfelspiel ist es allerdings nicht schwer, die Zahl der günstigen Fälle für das Eintreffen eines bestimmten Ereignisses zu berechnen und ebenso leicht ist es, die Fälle für das Ziehen eines weissen oder schwarzen Steinchens aus einer Urne, wenn das Verhältniss der verschiedenartigen Steinchen gegeben ist, zu bestimmen. Wer könnte aber jemals die Anzahl von Krankheiten, die den menschlichen Körper an allen Theilen und zu jedem Alter befallen und den Tod herbeiführen können, bestimmen und herausfinden, um wie viel leichter diese oder jene Krankheit den Tod herbeiführen können, so dass dann eine Vermuthung über das Leben eines Menschen oder dasjenige zukünftiger Generationen ausgesprochen werden könnte? Oder wer könnte die zahllosen Fälle von Veränderungen ergründen, denen die Luft tagtäglich ausgesetzt ist, um heute schon Vermuthungen über deren Zustand nach einem Monat oder nach einem Jahr aufzustellen? Oder wer kennt die Natur des menschlichen Geistes und den wunderbaren Bau unseres Körpers so genau, dass er bei einem Spiele, das grösstentheils von der Schnelligkeit und dem Verstande des Spielers abhängt, die Fälle vorauszusagen sich unterstünde, in welchen dieser oder jener Spieler gewinnt oder verliert?

---

*) Von der Liagre in seinem Calcul des probabilités sagt: «Cette ouvrage contient en germe toute la philosophie de la probabilité».

**) «The memorable theorem in the fourth part, which justly bears its authors name, will ensure him a permanent place in the history of the Theory of Probability.» J. Todhunter, History of the Theory of Probability p. 77.

Wegen der Beschränktheit unseres Geistes wäre es also ein eitles Bemühen *die verschiedenen Fälle a priori auffinden zu wollen; doch steht uns hier der Weg der Beobachtung offen: wir können die Wahrscheinlichkeit auch a posteriori, durch Beobachtung finden. Voraussetzung ist dabei, dass für bestimmte Ereignisse eine gewisse Konstanz der Ursachen angenommen werde.* Denn, wenn z. B. einmal 300 Menschen untersucht worden sind vom Alter und der Konstitution des Titius und man gefunden hätte, dass 200 davon vor Verfluss von 10 Jahren gestorben sind, so kann man den Schluss ziehen, dass es 2 Mal mehr Fälle gibt dafür, dass auch Titius innerhalb von 10 Jahren sterben, als dass er diesen Zeitraum überleben werde. Ebenso wenn einer mehrere Jahre das Wetter beobachtet, wenn er oft bei 2 Spielenden gestanden und deren Spiel verfolgt hat, so kann er mit ziemlicher Sicherheit die Wahrscheinlichkeit bestimmen dafür, dass ein diesbezügliches Ereigniss unter denselben Umständen eintritt oder nicht eintritt.

Und diese empirische Art der Bestimmung der Zahl von Fällen durch Beobachtungen ist weder neu noch ungewohnt und wird in der Praxis von jedermann angewendet. Auch ist jedem klar, *dass um einen richtigen Schluss ziehen zu können, nur wenige Beobachtungen nicht genügen, sondern dass eine grosse Anzahl derselben nöthig sind.* Obgleich diess nun aber aus der Natur der Sache von jedermann eingesehen wird, so liegt doch der auf wissenschaftlichen Prinzipien gegründete Beweis durchaus nicht auf der Oberfläche. *Es muss vielmehr untersucht werden, was vielleicht noch niemand eingefallen ist, ob durch Vermehrung der Beobachtungen auch die Wahrscheinlichkeit vermehrt werde dafür, dass die Zahl der günstigen zu den ungünstigen Beobachtungen ein wahres Verhältniss erreiche und dass diese Wahrscheinlichkeit zuletzt jeden beliebigen Grad von Gewissheit erreichen könne, oder ob das Problem vielmehr, um so zu sagen, seine Asymptoten hat, d. h. ob ein bestimmter Grad der Gewissheit gegeben sei, der auch bei beliebiger Vermehrung der Beobachtungen niemals überschritten werden könne, z. B.* $^1/_2$ *oder* $^2/_3$ *oder* $^3/_4$ *der Gewissheit.* Seien z. B. in einer Urne ohne dein Wissen 3000 weisse und 2000 schwarze Steinchen verborgen und du nehmest, um das Verhältniss derselben zu bestimmen, ein Steinchen nach dem andern heraus (so jedoch, dass du das gezogene, bevor du ein neues ziehst, wieder hineinlegst), und du beobachtest nun, wie oft ein weisses, wie oft ein schwarzes herauskommt. Die Frage ist nun, wie oft du dies thun könnest, damit es 10-, 100-, 1000-fach wahrscheinlicher (d. h. am Ende intellectuell gewiss) werde, dass die Zahl der Male, in denen du ein weisses, zu denen, in welchen du ein schwarzes bekommst, das Verhältniss $1^1/_2$ bilde, als dass dieses Verhältniss ein anderes davon verschiedenes sei. Ist dies nicht der Fall, so ist unser Unternehmen, die Zahl der Fälle durch Versuche zu bestimmen, werthlos. Wenn es aber der Fall ist (was wir im folgen-

den Cap. [V] zeigen werden), so können wir die Zahl der Fälle a posteriori erforschen, wie wenn sie uns a priori bekannt wären und das ist im praktischen Leben, wo das der Vernunft Gewisse als absolut gewiss angesehen wird, genügend, um unsere Vermuthungen in einem beliebigen Zufallsgebiet nicht weniger wissenschaftlich zu leiten als bei den Würfelspielen. Denn stellen wir uns vor, dass die Luft oder der menschliche Körper den Herd vieler Veränderungen und Krankheiten in sich schliessen, gerade so wie die Urne die Steinchen, so werden wir ebenfalls auf diesem Gebiet bestimmen können, wie viel leichter dieses oder jenes Ereigniss eintreten kann als ein anderes.

Es ist noch zu bemerken, dass ich das Verhältniss der durch die Beobachtung zu bestimmenden Fälle nicht ganz genau angeben, sondern in gewisse Grenzen einschliessen will. Im oben gegebenen Beispiel würden wir vielleicht das Verhältniss $1^1/_2$ einschliessen zwischen $\frac{301}{200}$ und $\frac{299}{200}$ oder zwischen $\frac{3001}{2000}$ und $\frac{2999}{2000}$. Es zeigt sich dann, dass es durch fortgesetzte Beobachtungen immer wahrscheinlicher wird, dass das durch Beobachtung gefundene Verhältniss der Fälle innerhalb, als dass es ausserhalb dieser Grenzen liegt.

Jakob Bernoulli schliesst den Kommentar zu seinem Theorem wörtlich so: «Hoc igitur est illud Problema, quod evulgandum hoc «loco proposui, postquam jam per vicennium pressi, et cujus per novi«tas, tum summa utilitas cum pari conjuncta difficultate omnibus reli«quis hujus doctrinae capitibus pondus et pretium superaddere potest.»

Schliesslich wendet sich Jakob Bernoulli noch polemisirend an gewisse Gelehrte*), welche gegen seine Theorie Einwände zu machen versucht hatten.

1) Werfen sie vor, das Verhältniss zwischen den Steinchen sei anders beschaffen als dasjenige zwischen den Krankheiten oder den Luftveränderungen; die Zahl jener sei bestimmt, die Zahl dieser dagegen unsicher und unbestimmt. Antwort: Beides ist nach unserer Erkenntniss gleich unsicher und gleich unbestimmt; aber das was an sich oder von Natur aus so ist, dass es von uns nicht allseitig erkannt werden kann, dasselbe ist ebenfalls von Gott erschaffen, und was Gott erschaffen, das bestimmte er auch, ehe er es schuf.

2) Bemerken sie: die Zahl der Steinchen sei endlich, die der Krankheiten aber nicht. Antwort: Sie ist eher erstaunlich gross als unendlich; aber zugegeben, sie sei unendlich, so ist bekannt, dass auch zwischen zwei unendlichen Grössen ein bestimmtes Verhältniss bestehen kann und dass dasselbe auch durch endliche Grössen genau oder wenigstens an-

*) Es ist damit wohl Leibnitz gemeint, der über diesen Gegenstand in Briefen an Bernoulli polemisirte.

nähernd bestimmt werden kann. Ich erinnere z. B. an die Ludolf'sche Zahl. *Es hindert daher nichts, dass ein Verhältniss zwischen unendlichen Grössen doch durch eine endliche Zahl annäherungsweise ausgedrückt und durch eine endliche Zahl von Beobachtungen bestimmt werden kann.*

3) Wenden sie ein: *die Zahl der Krankheiten sei nicht constant,* sondern täglich entstünden neue. Antwort: Dass sich im Laufe der Zeit die Krankheiten vermehren, kann man nicht läugnen, *und sicherlich wird der, welcher aus heutigen Beobachtungen auf antediluviale Zeiten schliessen wollte, sehr irren. Aber hieraus folgt nur, dass bisweilen neue Beobachtungen zu machen sind,* wie sie bei den Steinchen zu machen wären, wenn die Vermuthung nahe läge, dass sich ihre Zahl verändert hätte.

5. Im V. Kapitel: «Solutio Problematis praecedentis», gibt Jakob Bernoulli I. die analytische Darstellung seines Theorems wie folgt*):

Lemma I.

Sei gegeben die Reihe

0. 1, 2, ... r — 1, r, r + 1, ... r + s — 1, r + s und es werde dieselbe fortgesetzt bis ihr letztes Glied nr + ns heisst, so entsteht die neue Reihe

0. 1. 2, ... nr — n . . . . . nr . . . . . nr + n . . . . . nr + ns, in welcher die Zahl der Glieder zwischen nr + n und nr + ns die Gliederzahl zwischen nr und nr + n nicht mehr (wie gross auch n werde) als s — 1 mal übertrifft und die Zahl der Glieder links von nr — n die Zahl der Glieder zwischen nr — n und nr nicht mehr als r — 1 mal.

Lemma II. Wenn das Binom (r + s) in irgend eine Potenz erhoben wird, so hat die Entwicklung immer ein Glied mehr als der Exponent Einheiten.

Lemma III. In der Entwicklung von $(r + s)^n$ ist ein Term M dann der grösste, wenn die Zahl der vorausgehenden Glieder zur Zahl der nachfolgenden, mit r und s, in indirekter, oder wenn die Dimensionen von r und s in M mit r und s in direkter Proportion stehen.

Dieser Term M hat zum näheren einen kleineren Verhältnisswerth als — bei gleichem Interrall — der nähere zum entfernteren.

Demonstr. 1. Setzt man nt = nr + ns, so wird

$$(r + s)^{nt} = r^{nt} + \binom{nt}{1} r^{nt-1} \cdot s + \ldots \binom{nt}{nt-1} r \cdot s^{nt-1} + s^{nt}$$

und der grösste Term

*) In gedrängter Uebersicht.

$$M = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,(nt-ns+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,ns}\,r^{nr}\,.\,s^{ns} \quad \text{od}$$

$$M = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,.\,(nt-nr+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,nr}\,r^{nr}\,.\,s^{ns}$$

Bezeichnet man ferner mit R_1, R_2, R_3 . . . . . die rechts vo M aus aufeinanderfolgenden Terme, und mit L_1, L_2, L_3, ... di entsprechenden links, so ist

$$R_1 = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,(ns+2)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,(nr-1)}\,r^{nr-1}\,.\,s^{ns+1}$$

$$L_1 = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,(nr+2)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(ns-1)}\,r^{nr+1}\,.\,s^{ns-1}$$

$$R_2 = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,(ns+3)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(nr-2)}\,r^{nr-2}\,.\,s^{ns+2}$$

$$L_2 = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,(nr+3)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,(ns-2)}\,r^{nr+2}\,.\,s^{ns+2},$$

woraus sich durch Division ergibt:

$$\frac{M}{L_1} = \frac{(nr+1)\,s}{n\,.\,r\,.\,s} \quad \Big| \quad \frac{L_1}{L_2} = \frac{(nr+2)\,s}{(ns-1)\,r}$$

$$\frac{M}{R_1} = \frac{(ns+1)\,r}{n\,.\,r\,.\,s} \quad \Big| \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{(ns+2)\,r}{(nr-1)\,s}.$$

Es leuchtet aber ein, dass

$$nrs + s > nrs \quad \Big| \quad nrs + 2s > nrs - r$$
$$nrs + r > nrs \quad \Big| \quad nrs + 2r > nrs - s;$$

also ist auch

$$M > R_1,\ M > L_1,\ L_1 > L_2,\ R_1 > R_2.$$

Demonstr. 2. Weil

$$\frac{nr+1}{ns} < \frac{nr+2}{ns-1},\ \frac{ns+1}{nr} < \frac{ns+2}{nr-1}.$$

so folgt auch

$$\frac{(nr+1)s}{nrs} < \frac{(nr+2)s}{(ns-1)r},\quad \frac{(ns+1)r}{nrs} < \frac{(ns+2)r}{(nr-1)s}$$

oder

$$\frac{M}{L_1} < \frac{L_1}{L_2},\ \frac{M}{R_1} < \frac{R_1}{R_2}.\ \text{q. e. d.}$$

Lemma IV. *In der Potenz eines Binoms, dessen Exponent n sei, kann n so gross genommen werden, dass der grösste Term M i Bezug auf 2 Terme L und R, welche um das Intervall von n Terme*

nach links und rechts von M abstehen, einen grösseren Verhältnisswerth hat, als irgend ein gegebenes Verhältniss.

Demonstr. Es wurde gefunden

$$M = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\ldots\ldots(nr+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots\ldots ns}\,r^{nr}.\,s^{ns}$$

$$= \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\ldots\ldots(ns+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots\ldots nr}\,r^{nr}.\,s^{ns},$$

und weil

$$L_n = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\ldots\ldots(nr+n+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots\ldots ns-n}\,r^{nr+n}.\,s^{ns-n},$$

$$R_n = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\ldots\ldots(ns+n+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots\ldots nr-n}\,r^{nr-n}.\,s^{ns+n},$$

so wird

$$\frac{M}{L_n} = \frac{(nr+n)\,(nr+n-1)\ldots\ldots(nr+1)}{(ns-n+1)\,(ns-n+2)\ldots\ldots ns}\cdot\frac{s^n}{r^n},$$

$$\frac{M}{R_n} = \frac{(ns+n)\,(ns+n-1)\ldots\ldots(ns+1)}{(nr-n+1)\,(nr-n+2)\ldots\ldots ns}\cdot\frac{r^n}{s^n}.$$

Hieraus erhält man, wenn man die Potenzen r^n und s^n auf die einzelnen Faktoren vertheilt,

$$\frac{M}{L_n} = \frac{(nrs+ns)\,(nrs+ns-s)\ldots\ldots(nrs+s)}{(nrs-nr+r)\,(nrs-nr+2r)\ldots\ldots nrs},$$

$$\frac{M}{R_n} = \frac{(nrs+nr)\,(nrs+nr-2)\ldots\ldots(nrs+r)}{(nrs-ns+s)\,(nrs-ns+2s)\ldots\ldots nrs}.$$

Dividirt*) man durch n, so folgt für lim $n = \infty$

$$\frac{M}{L_n} = \frac{(rs+s)\,(rs+s)\ldots\ldots(rs+s)\,rs}{(rs-r)\,(rs-r)\ldots\ldots(rs-s)\,rs}$$

$$\frac{M}{R_n} = \frac{(rs+r)\,(rs+r)\ldots\ldots(rs+r)\,rs}{(rs-s)\,(rs-s)\ldots\ldots(rs-s)\,rs}.$$

Der Werth dieser Quotienten ist aber wegen der unendlichen Anzahl von Factoren, von denen jeder grösser als 1 ist, selber unendlich gross. Wenn aber sowohl $\frac{M}{L_n}$ wie auch $\frac{M}{R_n}$ unendlich gross

*) Bernoulli gebraucht hier bei der analytischen Erläuterung für das Zeichen $\pm$ das wohl bei keinem andern Mathematiker angewendete Zeichen χ. Sein Gleichheitszeichen ist übrigens immer ∞.

werden kann, so ist gezeigt, dass in der That der Werth des Verhältnisses vom grössten Term einer binomischen Entwicklung zu einem andern Term grösser ist, als bei irgend einem gegebenen Verhältniss.

Lemma V. *Es kann die Zahl n so gross genommen werden, dass die Summe aller Glieder in der binomischen Entwicklung, genommen vom grössten M nach beiden Seiten bis und mit L_n und R_n, zur Summe aller übrigen Glieder ein Verhältniss von grösserem Werth bildet als irgend ein gegebenes.*

Demonstr. Man bezeichne die Terme links von M wie früher mit L_1, L_2, L_3 . . . . . links von L_n mit L_{n+1}, L_{n+2}, L_{n+3}, ... , dann ist noch Lem. III.:

$$\frac{M}{L_1} < \frac{L_n}{L_{n+1}}, \quad \frac{L_1}{L_2} < \frac{L_{n+1}}{L_{n+2}}, \quad \frac{L_2}{L_3} < \frac{L_{n+2}}{L_{n+3}}, \ldots\ldots$$

ebenso

$$\frac{M}{L_n} < \frac{L_1}{L_{n+1}} < \frac{L_2}{L_{n+2}} < \frac{L_3}{L_{n+3}} < \ldots\ldots$$

Für $\lim n = \infty$ wird nach Lem. IV $\frac{M}{L_n} = \infty$, umsomehr $\frac{L_1}{L_{n+2}} = \infty$ und $\frac{L_2}{L_{n+2}} = \infty$. . . . . Daher schliesslich:

$$\frac{L_1 + L_2 + L_3 + \ldots\ldots}{L_{n+1} + L_{n+2} + L_{n+3} + \ldots\ldots} = \infty,$$

d. h. die Summe aller Terme zwischen M und L_n genommen, ist unendlich mal grösser als die Summe von ebenso viel Termen ausserhalb von L_n. Nach Lemma I ist aber die Anzahl der Glieder ausserhalb von L_n s—1, also eine endliche Zahl mal grösser als die Anzahl der Glieder zwischen L_n und M; daher ist die Summe der Glieder zwischen L und M (auch mit Ausschluss von M) unendlich mal grösser als die Summe der Glieder ausserhalb L_n.

Das Nämliche kann gezeigt werden vom Verhältniss der Summe der Glieder zwischen M und R_n zu der Summe derjenigen ausserhalb R_n. Schliesslich wird somit die Summe aller Glieder zwischen L_n und R_n (inclus. L_n, R_n und M) das Unendlichvielfache aller übrigen Glieder.

Scol. Es soll noch gezeigt werden, *dass auch dann, wenn n endlich bleibt, die Summe der Terme zwischen L_n und R_n zur Summe der übrigen Terme ein Verhältniss ausmacht, das jedes gegebene Verhältniss C an Werth übertrifft.*

Es werde das Verhältniss $\frac{r+1}{r}$, welches kleiner ist als $\frac{rs+s}{rs-r}$, in die m^{te} Potenz erhoben, so dass

$$\left(\frac{r+1}{r}\right)^m \leqq c\,(s-1).$$

Um m zu bestimmen, hat man

$$m \operatorname{Log}(r+1) - m \operatorname{Log} r \leqq \operatorname{Log} c\,(s-1), \text{ also}$$

$$m \leqq \frac{\operatorname{Log} c\,(s-1)}{\operatorname{Log}(r+1) - \operatorname{Log} r}.$$

In Lemma IV wurde das Verhältniss $\frac{M}{L_n}$ aus dem Produkt

$$\frac{nrs+ns}{nrs-ns+r} \cdot \frac{nrs+ns-s}{nrs-nr+2r} \cdot \ldots \cdot \frac{nrs+s}{nrs}$$ gefunden.

Wird nun n richtig gewählt, so muss einmal einer dieser Brüche gleich $\frac{r+1}{r}$ sein. Bezeichnen wir die Ordnung dieses Bruches in der Faktorenreihe mit m, so ist

$$\frac{r+1}{r} = \frac{nrs+ns-ms+s}{nrs-nr+mr} \text{ und}$$

$$n = m + \frac{ms-s}{r+1},$$

$$nt = mt + \frac{mst-st}{r+1}.$$

nt ist der Exponent, welcher dem Binom gegeben werden muss, damit der grösste Term M der Entwicklung die Grenze L_n um mehr als $c\,(s-1)$ übertrifft. Der Beweis ergibt sich so: Der Bruch von der Ordnung m wird durch obige Annahme von n gleich $\frac{r+1}{r}$. Nun ist aber nach Voraussetzung $\left(\frac{r+1}{r}\right)^m \leqq c\,(s-1)$. Weil nun aber alle Brüche, die in obigem Product dem Factor von der Ordnung m vorausgehen, grösser sind als $\frac{r+1}{r}$, die nachfolgenden aber nach der Einheit convergiren, so muss das Product aller grösser sein als $\left(\frac{r+1}{r}\right)^m$ und also um so mehr grösser als $c\,(s-1)$. Da nun aber jenes Product gleich dem Verhältniss von $\frac{M}{L}$ ist, so folgt

$$M > c\,(s-1)\,L.$$

Ferner ist

$$\frac{M}{L_n} < \frac{L_1}{L_{n+1}} < \frac{L_2}{L_{n+2}} < \ldots\ldots < \frac{L_n}{L_{2n}},$$

also

$$\frac{L_1 + L_2 + L_3 + \ldots\ldots}{L_{n+1} + L_{n+2} + L_{n+3} + \ldots\ldots} > c\,(s-1).$$

Weil aber die Gliederzahl ausserhalb L_n (s—1) mal grösser ist als diejenige zwischen L und M, so folgt, dass das Verhältniss der Summe der Glieder innerhalb von M und L_n zur Summe aller Glieder ausserhalb von L_n grösser als c ist.

Für die Terme rechts von M erhält man dasselbe Resultat. Ausgehend vom Verhältniss $\frac{s+1}{s} < \frac{rs+r}{rs}$ erhalte ich analog durch dieselbe Betrachtung

$$m \gtreqless \frac{\text{Log } c\,(r-1)}{\text{Log}\,(s+1) - \text{Log } s} \text{ und}$$

$$nt = mt + \frac{mrt - rt}{s+1}.$$

Die gestellte Aufgabe ist somit gelöst; es kann eine bestimmte Potenz berechnet werden, welche die verlangte Eigenschaft besitzt.

6. *Propos. Princip.* Es folgt endlich der Satz selbst, zu dessen analytischer Darstellung die vorausgegangenen Lemmata gegeben werden mussten.

Es seien einem Ereigniss r Fälle günstig, s Fälle ungünstig, so dass das Verhältniss der günstigen zu den ungünstigen Fällen genau oder annäherungsweise gleich $\frac{r}{s}$ ist; dann ist das Verhältniss der günstigen zu allen möglichen Fällen, — wenn $r + s = t$ — gegeben durch $\frac{r}{t}$, gelegen zwischen den Grenzen $\frac{r+1}{t}$ und $\frac{r-1}{t}$.

Es ist nun zu zeigen, dass so viele Beobachtungen gemacht werden können, dass es irgend eine beliebige Grösse (etwa c) mal wahrscheinlicher wird, es sei das Verhältniss der günstigen zu allen Beobachtungen innerhalb der Grenzen $\frac{r+1}{t}$ *und* $\frac{r-1}{t}$, *als ausserhalb derselben gelegen.*

Demonstr. Angenommen nt sei die Zahl der gemachten Beobachtungen. Dann ist, da nach Voraussetzung jeder Beobachtung r Fälle günstig, s Fälle ungünstig sind, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle Beobachtungen, oder alle mit Ausnahme von einer, von zweien von dreien etc. ein günstiges Resultat liefern, gegeben resp. durch (Part. I, Prop. XIII.)

$$\frac{r^{nt}}{t^{nt}}, \binom{1}{nt} \cdot \frac{r^{nt-1} \cdot s}{t^{nt}}, \binom{nt}{2} \frac{r^{nt-2} \cdot s^2}{t^{nt}},$$

$$\binom{nt}{3} \frac{r^{nt-3} \cdot s^3}{t^{nt}}, \ldots\ldots\ldots$$

Es sind dies die Glieder der binomischen Entwicklung von $\left(\frac{r+s}{t}\right)^{nt}$. Hieraus ist leicht zu schliessen, dass der Wahrscheinlichkeitsgrad*) dafür, dass das Ereigniss bei nt Versuchen nr mal eintreffe, ns mal nicht, gleich ist dem grössten Terme in der Entwicklung von $(r + s)^{nt}$; ebenso wird die Zahl der günstigen Fälle für das nr + n resp. nr — n malige Eintreffen des Ereignisses bei nt Versuchen gegeben durch die Glieder L_n resp. R_n jener binomischen Entwicklung. *Folglich wird der Wahrscheinlichkeitsgrad dafür, dass das Ereigniss bei einer Zahl von nt Versuchen höchstens nr + n und wenigstens nr — n mal eintreffe, ausgedrückt sein durch die Summation aller Terme innerhalb L_n und R_n.* Der Wahrscheinlichkeitsgrad aber dafür, dass das Ereigniss mehr oder weniger als nr ± n mal eintreffe, wird ausgedrückt sein durch die Summe aller übrigen Terme, die ausserhalb von L_n und R_n liegen. Da nun aber die Potenz des Binoms so gross genommen werden kann, dass die Summe der Glieder zwischen den Grenzen L_n und R_n mehr als c mal grösser ist als die Summe der übrigen Glieder, so folgt auch, *dass so viele Beobachtungen gemacht werden können, dass der Wahrscheinlichkeitsgrad dafür, dass das Verhältniss der Zahl der günstigen Beobachtungsresultate zur Zahl aller innerhalb der Grenzen* $\frac{nr+n}{nt}$ und $\frac{nr-n}{nt}$ oder $\frac{r+1}{t}$ und $\frac{r-1}{t}$ *liege, mehr als c mal*

*) Unter dem Wahrscheinlichkeitsgrad eines Ereignisses versteht Bernoulli immer die Zahl der dem betreffenden Ereigniss günstigen Fälle.

den Wahrscheinlichkeitsgrad dafür übertrifft, dass jenes Verhältniss ausserhalb der angegebenen Grenzen liege, mit andern Worten, dass es mehr als c mal wahrscheinlicher wird, es liege die Zahl der günstigen Beobachtungsresultate innerhalb der Grenzen $nr \pm n$ als ausserhalb.

Bei der speciellen Betrachtung erklärt es sich von selbst, dass je grösser r, s und t genommen werden, desto enger die Grenzen $\frac{r+1}{t}$ und $\frac{r-1}{t}$ zusammenrücken, so dass das Verhältniss $\frac{r}{t}$ um so bestimmter gegeben werden kann. Wenn daher das Verhältniss der günstigen zu den ungünstigen Fällen etwa gleich $\frac{3}{2}$ ist, so setze man für r und s nicht 3 und 2, sondern 30 und 20, also $t = 50$, so dass die Grenzen $\frac{31}{50}$ und $\frac{29}{50}$ werden und wenn $c = 1000$ gesetzt wird, so ergibt sich (nach Scol.) als Versuchszahl

links von M

$$m > \frac{\text{Log } (c\ (s-1))}{\text{Log } (r+1) - \text{Log } r} = \frac{4\ .\ 2787536}{142405} < 301,$$

$$nt = mt + \frac{mst - st}{r+1} < 24728;$$

rechts von M

$$m > \frac{\text{Log } c\ (r-1)}{\text{Log } (s+1) - \text{Log } s} = \frac{4\ .\ 4623980}{211898} < 211,$$

$$nt = mt + \frac{mrt - rt}{s+1} < 25500.$$

Aus diesem Exempel geht hervor, dass es bei 25500 viel mehr als 1000 Mal wahrscheinlicher ist, dass das Verhältniss der günstigen Beobachtungen zu allen innerhalb die Grenzen $\frac{31}{50}$ und $\frac{29}{50}$ fallen werde als ausserhalb. Und ebenso, wenn man $c = 10{,}000$ setzt, dass dies mehr als 10,000 mal wahrscheinlicher wird bei 31,258 Experimenten und mehr als 100,000 mal bei 36,966 Experimenten; auf diese Weise kann man in infinitum fortfahren, indem man fortwährend zu 25,500 ein Vielfaches von 5708 addirt. Dann sagt Bernoulli weiter: «Unde «tandem hoc singulare sequi videtur, quod si eventuum omnium obser- «vationes per totam aeternitatem continuaretur, — probabilitate ultimo «in perfectam certitudinem abeunte — omnia in mundo certis rationibus «et constanti vicissitudinis lege contingere deprehenderentur; adeo ut «etiam in maxime casualibus atque fortuitis quandam quasi necessitatem,

»et, ut sic dicam, fatalitatem agnoscere teneamur; quam nescio annon »ipse jam Plato intendere voluerit, suo de universali rerum apocatastasi »dogmate, secundum quod omnia innumerabilium seculorum decursum »in pristinum reversura statum praedixit.«

Mit dieser weitausschauenden philosophischen Betrachtung schliesst Jakob Bernoulli I. seine Ars conjectandi, das Produkt zwanzigjähriger Geistesarbeit, sein bleibendes Denkmal in der Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

7. Die neuen genialen Ideen Bernoulli's konnten nicht verfehlen, die Polemik der einen, die Bewunderung der andern Gelehrten hervorzurufen, und es ist dafür nicht uninteressant, was Montmort schrieb:*) »On ne nous a point appris quels sont les Jeux dont cet Auteur — »Bernoulli — déterminoit les partis, ni quels sujets de politique et »de morale il avoit entrepris d'éclaircir, mais quelque surprenant que »soit ce projet, il y a lieu de croire que ce sçavant Auteur l'auroit »parfaitement exécuté. M. Bernoulli étoit trop supérieur aux autres »pour vouloir en imposer, il étoit de ce petit nombre d'hommes qui »sont propres à inventer et je me persuade qu'il auroit tenu tout ce »que promettoit le titre de son livre.«

Bernoulli hat nicht versucht, einen bestimmten mathematischen Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl der günstigen Beobachtungen innerhalb gewisser Grenzen liege, aufzustellen. Sein sehr allgemeiner aber klarer Beweis bezweckte nur, auf exaktem analytischem Wege festzulegen, dass in der That mit der Vermehrung der Beobachtungen auch die Wahrscheinlichkeit immer grösser und schliesslich zur Gewissheit wird, dass die Zahl der günstigen zu den ungünstigen Beobachtungen dem wahren Verhältniss der für das Ereigniss günstigen zu den ungünstigen Fällen gleich kommt (Gesetz der grossen Zahlen). Schon daraus geht hervor, was Bernoulli übrigens auch ausspricht, wenn er sagt:**) »Nisi enim hoc fiat, fateor actum fore de nostro conatu explorandi numeros casuum per experimenta«, *dass er das bewiesene Theorem nur als Hülfssatz für die Erforschung der Wahrscheinlichkeit a posteriori betrachtet.* Und dies möchte ich

*) Montmort, Essai d'analyse sur les Jeux de hasard, 1. éd. (Paris 1708) Vorrede p. 6. Montmort kannte die Ideen Bernoulli's, dessen Werk noch nicht erschienen war, aus Fontenelle's Eloge de Mr. Bernoulli, Hist. de l'Académie de Paris 1705.

**) Ars conjectandi Lib. IV. Cap. IV. pag. 226.

ganz besonders betonen. Denn es scheint nicht berechtigt zu sein wenn Laplace in seiner Notice historique sur le calcul des probabilités bei der Erwähnung der Verdienste Daniel Bernoulli's sagt:*) «On doit «surtout placer au nombre de ces idées originales la considération di- «recte des possibilités des événemens tirées des événemens observés. «Jacques Bernoulli et Moivre supposaient ces possibilités connues; et «ils cherchaient la probabilité que le résultat des expériences à faire «approchera de plus en plus de les représenter.»

Nicht Daniel, wie aus dem Citat hervorgehen möchte sondern Jakob Bernoulli ist der Begründer der Theorie von der Erfahrungswahrscheinlichkeit. Er hat auch den ersten analytischen Ausdruck dafür gegeben.**) Wenn in einer Urne sich weisse und schwarze Kugeln befinden, deren Zahlenverhältniss aber unbekannt ist, so wird, wenn man in einer sehr grossen Anzahl von Versuchen a weisse und b schwarze herausgezogen hat, die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer weissen ausgedrückt durch $\frac{a}{a+b}$

Auch über die Wahrscheinlichkeit der Ursachen hat Jakob Bernoulli zuerst Untersuchungen angestellt.*** Gewiss hatte er noch tiefere analytische Studien über die Wahrscheinlichkeit a posteriori vorgesehen, wahrscheinlich auch praktische Versuche auf socialem Gebiete, aber leider wurde Bernoulli† viel zu früh, schon mit 51 Jahren, der Wissenschaft durch den Tod entrissen und ein halbes Jahrhundert ging dahin, bis er richtig verstanden wurde, bis Daniel Bernoulli, sein Neffe, praktisch und Bayes theoretisch seine Untersuchungen über die Erfahrungswahrscheinlichkeit weiter führten.

---

*) Essai philosophique p. 214. Théorie analyt. des prob. introd. p CXLVIII.

**) Ars conj. Lib. IV. Cap. IV.

***) id. Lib. IV. Cap. III.

†) Jakob Bernoulli I., in Basel als Sohn des Rathsherrn Nikolaus Bernoulli am 27. XII. 1654 geboren, studirte in seiner Vaterstadt Theologie und daneben fleissig Mathematik. Nach seinem theologischen Examen (1676) bereiste er die Schweiz, Holland, England und Frankreich, widmete sich dann nach seiner Rückkehr als Privatmann ganz der Mathematik und wurde im Jahre 1687 zum Professor der Mathematik an der Universität Basel ernannt, welche Stellung er bis zu seinem Tode am 16. VIII. 1695 innehatte. Mit seinem Bruder Johannes I. und seinem Neffen Daniel gehört Jakob Bernoulli I. zu den berühmtesten der Bernoulli

III.

8. Abraham de Moivre*) war der erste, der dem Theorem Bernoulli's gebührende Aufmerksamkeit schenkte und dasselbe in geschickter Weise zu fördern verstand.

Indem aber Moivre dasselbe nicht wie Bernoulli vom Standpunkt der Wahrscheinlichkeit a posteriori aus anfasste, sondern als Untersuchungsobjekt für sich, trachtete er darnach, für den Fall, in welchem die einfache Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E als bekannt und constant gleich p, diejenige des entgegengesetzten E' gleich q vorausgesetzt wird, einen bestimmten Werth zu suchen für die Wahrscheinlichkeit, dass in einer grossen Anzahl von μ Versuchen das Ereigniss E in einer solchen Anzahl m von Malen eintreffe, die zwischen den Grenzen $\mu p \pm l$ liegt, d. h. einen bestimmten Werth zu geben für den Bernoulli'schen Summenausdruck

$$\sum_{m=\mu p - l}^{m=\mu p + l} \frac{\mu!}{m!\, n!}\, p^m\, q^n$$

Zwei Schwierigkeiten mussten ihm dabei entgegentreten, die Auffindung eines allgemeinen, numerisch leicht zu berechnenden Ausdrucks für den Binomialcoefficienten resp. für die Facultät und die Summation der Terme einer binomischen Entwicklung innerhalb gewisser Grenzen. Unsere weitere historische Untersuchung wird daher in der Folge eine Periode der Geschichte der Summationsformeln in sich einbeziehen müssen.

Moivre hat die Hauptresultate seiner Untersuchungen über das Bernoulli'sche Theorem niedergelegt in einem grössern Abschnitt seiner Doctrine of chances**), betitelt: A Method of approximating the Sum

*) Abraham de Moivre (geb. 26. V. 1667 in Vitry, Champagne, gest. 27. XI. 1754 in London), protestantischer Refugié, durch den Widerruf des Edikts von Nantes durch Louis XIV. 1785 genöthigt, in London ein Asyl zu suchen, erwarb sich dort lange Zeit durch Privatstunden kümmerlich sein Brot. Später genoss er die Protektion Newtons und wurde 1697 Mitglied der Royal Society. Neben seinen Hauptwerken, die in der Arbeit citirt sind, schrieb er: A new method for valuing of annuities upon lives. Der nach ihm benannte Lehrsatz findet sich auf der ersten Seite seiner Miscell. anal. Der grosse Newton soll in den letzten Jahren seines Lebens zu denjenigen, welche ihm mathematische Fragen vorlegten, gesagt haben: «Go to Mr. Moivre, he knows these things better than I do.» Ein ehrenderes Zeugniss konnte Moivre wohl nicht gegeben werden.

**) P. 235 ff. Uns lag die 2. Auflage (London 1738) vor; zum ersten Male erschien das bedeutende Werk im Jahre 1718 unter dem Titel: De mensura sortis.

of the Terms of the Binomial $(a + b)^n$ expanded into a series from whence are deduced some practical Rules to estimate the Degree of Assent which is to be given to Experiments*). Die analytischen Erläuterungen zu den Resultaten dieser Untersuchung gibt Moivre zerstreut in seinem andern Buche Miscellanea analytica de serieb. et quadrat., und es mag nicht ganz ohne Werth sein, hier eine zusammenhängende Darstellung derselben zu geben.

9. In die oben erwähnte Abhandlung einleitend, erwähnt Moivre die Schwierigkeit der Summation von Gliedern einer binomischen Entwicklung und er hat für seine Zeit vollkommen Recht. Selbst die grossen Mathematiker Jakob und Nikolaus Bernoulli hätten eigentlich nicht eine Summe von solchen Gliedern gegeben, sondern nur weite Grenzen gezeigt, in welchen sich eine gewisse Summe derselben bewegen könne. Moivre sagt dann weiter: Es sind mehr als 12 Jahre verflossen**) seit ich gefunden habe, dass wenn man das Binom $(1 + 1)^n$ entwickelt, der mittlere Term zur Summe aller Terme — zu 2^n — ein Verhältniss hat, das gleich ist

$$\frac{2\,A\,(n-1)^n}{n^n\sqrt{n-1}}\text{, worin}$$

$$\text{Log } A = \frac{1}{12} - \frac{1}{360} + \frac{1}{1260} - \frac{1}{1680} \pm \ldots\ldots\ldots$$

Für $n = \infty$, folgt

$$\text{Log}\,\frac{(n-1)^n}{n^n} = \text{Log}\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = -1 \text{ und}$$

setzt man

*) Die Abhandlung findet sich in lateinischer Uebersetzung auch als Anhang in der Miscell. analyt. Sie war schon vor der Doctrine of chances im Druck erschienen, jedoch nicht veröffentlicht worden. Es geht dies aus folgender interessanten Bemerkung hervor, die Moivre im Zusatz von Problem 87, wo er über die Schwierigkeiten des Problems sich ausspricht, macht: «I take the liberty to «say, that this is the hardest Problem, that can be proposed on the subject of «chance, for which reason I have reserved it for the last, but I hope to be for«given if my solution is not fitted to the capacity of all Readers; however I shall «derive from it some Conclusions that may be of use to everybody: in order «thereto here translate a Paper of mine, which was printed Nov. 12. 1733, and «communicated to some Friends, but never yet made public, reserving to myself «the right of enlarging my own Thoughts, as occasion shall require.»

**) Es war also ums Jahr 1720.

$$\text{Log } B = -1 + \frac{1}{12} - \frac{1}{360} + \frac{1}{1260} - \frac{1}{1680} \pm \ldots .$$

so wird das obige Verhältniss für $n = \infty$ gleich $\frac{2\,B}{\sqrt{n}}$, oder wenn man die Gleichung von Log B mit — 1 multiplizirt, wird es gleich $\frac{2}{B\sqrt{n}}$.

Ueber den Werth von B äussert sich Moivre auf folgende Weise: - When I first began that inquiry, I contented myself to determine - at large the Value of B, which was done by the addition of some - Terms of the above-written Series; but as I perceiv'd that it con- - verged but slowly*), and seeing at the same time that what I had - done answered my purpose tolerably well, I desisted from proceeding - farther, till my worthy and learned Friend Mr. James Stirling, who - had applied himself after me to that inquiry, found that the Quan- - tity B did denote the square-root of the Circumference of a Circle - whose Radius is Unity, so that if that Circumference be called c the - Ratio of the middle Term to the sum of all the Terms will be ex- - pressed by $\frac{2}{\sqrt{nc}}$. -

10. Ueber diesen eleganten Ausdruck für sein gesuchtes Verhältniss war Moivre hocherfreut. Wie er aber zum Ausdruck

$$\frac{2\,A\,(n-1)^n}{n^n\sqrt{n-1}}$$

gekommen ist, darüber finden wir Auskunft in Miscellanea analytica de serieb. et quadrat. Lib. VI. Cap. II.: De regressu et Serie data ad Summam. Hier führt Moivre aus: Der Coefficient c des mittleren Gliedes im Binom $(1+1)^n$ ist, wenn man $\frac{n}{2} = m$ setzt

$$c = \frac{(m+1)\,(m+2)\,(m+3)\ldots\ldots\ldots 2\,m}{(m-1)\,(m-2)\,(m-3)\ldots\ldots 2\,.\,1\,.\,m},$$

und es wird

*) Moivre war in dieser Convergenzfrage im Irrthum. Denn die Reihe $1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1260} \pm \ldots\ldots\ldots$ ist gleich der divergenten Reihe $1 - \frac{B(1)}{1\,.\,2} + \frac{B(2)}{3\,.\,4} - \frac{B(3)}{5\,.\,6} \pm \ldots\ldots$, wenn $B_{(1)}$, $B_{(2)}$, $\ldots\ldots$ die Bernoulli'schen Zahlen bedeuten.

$$\text{Log } c = 2\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{3m^3} + \frac{1}{5m^5} + \frac{1}{7m^7} + \ldots\ldots \text{in inf.}\right)$$
$$+ 2\left(\frac{2}{m} + \frac{8}{3m^3} + \frac{32}{5m^5} + \frac{128}{7m^7} + \ldots\ldots \text{in inf.}\right)$$
$$+ 2\left(\frac{3}{m} + \frac{27}{3m^3} + \frac{243}{5m^5} + \frac{2187}{7m^7} + \ldots\ldots \text{in inf.}\right)$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\vdots$$
$$+ 2\left(\frac{m-1}{m} + \frac{(m-1)^3}{3m^3} + \frac{(m-1)^5}{5m^5} + \frac{(m-1)^7}{7m^7} + \ldots \text{in inf.}\right)^*$$
$$+ \text{Log } 2.$$

Nimmt man aus diesen m — 1 Logarithmenreihen die Colonnen zusammen, so wird

$$\text{Log } c = \frac{2}{m}\left(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + m - 1\right)$$
$$+ \frac{2}{3m^3}\left(1 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots + (m-1)^3\right)$$
$$+ \frac{2}{5m^5}\left(1 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \ldots\ldots + (m-1)^5\right)$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\vdots$$
$$\text{in inf.} \quad + \text{Log } 2.$$

Bezeichne ich nun die Reihen nach einander mit I, II, III, .. und setze m — 1 = s, so wird nach den Tafeln Jakob Bernoulli's

$$\text{I} = \frac{s^2 + s}{m}$$

$$\text{II} = \frac{\frac{s^4}{2} + s^3 + \frac{s^2}{2}}{3m^3}$$

$$\text{III} = \frac{\frac{s^6}{3} + s^5 + \frac{5s^4}{6} + \frac{s^2}{6}}{5m^5}$$

$$\text{IV} = \frac{\frac{s^8}{4} + s^7 + \frac{7s^6}{6} - \frac{7s^4}{12} + \frac{s^2}{6}}{7m^7}$$

$$\text{V} = \frac{\frac{s^{10}}{5} + s^9 + \frac{3s^8}{2} - \frac{7s^6}{2} + s^4 - \frac{3s^2}{10}}{9m^9}$$

in inf.

*) Die Convergenz der letzten Reihen ist allerdings sehr gering.

Die Colonnen dieser Summen wieder in Reihen zusammengefasst ergibt als erste, wenn $\frac{s}{m} = x$ gesetzt wird:

$$s\left(x + \frac{x^3}{2.3.} + \frac{x^5}{3.5} + \frac{x^7}{4.7} + \ldots\ldots \text{in inf.}\right)$$
$$= s\left(\frac{2x}{1.2} + \frac{2x^3}{3.4} + \frac{2x^5}{5.6} + \frac{2x^7}{7.8} + \ldots\ldots \text{in inf.}\right).$$

Entwickle ich $\text{Log}\frac{1+x}{1-x} = v$ in die logarithmische Reihe und multiplizire beiderseits mit $\dot{x}$*), so kommt

$$\frac{2x\dot{x}}{1} + \frac{2x^3\dot{x}}{3} + \frac{2x^5\dot{x}}{5} + \ldots\ldots\ldots \text{in inf.} = v\dot{x},$$

und nimmt man auf beiden Seiten die Fluenten (d. h. integrirt man), so hat man

$$\frac{2x^2}{1.2} + \frac{2x^4}{3.4} + \frac{2x^6}{5.6} + \ldots\ldots \text{in inf.}$$
$$= x\,\text{Log}\frac{1+x}{1-x} - \text{Log}\frac{1}{1-x^2}.$$

Auf beiden Seiten mit $\frac{s}{x}$ multiplizirt, erhält, weil $\frac{s}{m} = x$, die Gleichung die Form

$$\frac{s^2}{m} + \frac{s^4}{2.3\,m^3} + \frac{s^6}{3.5\,m^5} + \ldots\ldots\ldots \text{in inf.}$$
$$= m\,x\,\text{Log}\frac{1+x}{1-x} - m\,\text{Log}\frac{1}{1-x^2},$$

oder weil $s = m - 1$, und $x = \frac{s}{m} = \frac{m-1}{m}$; so erhält man leicht für die Summe der

1. Colonne $= (2m - 1)\,\text{Log}\,(2m - 1) - 2m\,\text{Log}\,m.$

Die 2. Colonne besteht aus folgender Reihe

$$\frac{s}{m} + \frac{s^3}{3m^3} + \frac{s^5}{5m^5} + \ldots\ldots \text{in inf.} = \frac{1}{2}\,\text{Log}\frac{m+s}{m-s}$$
$$= \frac{1}{2}\,\text{Log}\,(2m - 1).$$

Die Summe beider Colonnen wird daher gleich

$$(2m - \tfrac{1}{2})\,\text{Log}\,(2m - 1) - 2m\,\text{Log}\,m.$$

*) Moivre bezeichnet, wie es bei den englischen Mathematikern im vorigen Jahrhundert nach dem Vorgange Newtons üblich war, das Differential dx mit $\dot{x}$.

Nimmt man dazu noch den beiseite gesetzten Log 2, so wird das Summenaggregat für Log c in erster Näherung

$$(2\,m - \frac{1}{2})\,\mathrm{Log}\,(2\,m - 1) - 2\,m\,\mathrm{Log}\,m + \mathrm{Log}\,2.$$

Subtrahirt man hievon den $\mathrm{Log}\,2^{2m} = 2\,m\,\mathrm{Log}\,2$, so bleibt

$$(2\,m - \frac{1}{2})\,\mathrm{Log}\,(2\,m - 1) - 2\,m\,\mathrm{Log}\,2m + \mathrm{Log}\,2,$$

und dieser Ausdruck wird, weil $2\,m = n$, wenn man zugleich zur Exponentialfunktion übergeht, zu

$$\frac{2\,(n-1)^{n-\frac{1}{2}}}{n^n}$$

und dies ist der angenäherte Wert des Verhältnisses des mittleren Coeffizienten des mittleren Gliedes in der Entwicklung von $(1+1)^n$ zur Summe aller Glieder.

Im gegebenen Ausdruck sind aber nur die beiden ersten Colonnen des logarithmischen Summenaggregates für Log c berücksichtigt, während es deren unendlich viele gibt. Die 3. Colonne konstituirt die geometrische Progression:

$$\frac{s^2}{6\,m^3} + \frac{s^4}{6\,m^5} + \frac{s^6}{6\,m^7} + \ldots\ldots \text{ in inf.} = \frac{1}{6\,m} \cdot \frac{(m-1)^2}{2\,m-1}.$$

Die 4. Colonne gibt die recurrente Reihe:

$$\frac{s^2}{180\,m^5}\left\{6 + \frac{15\,s^2}{m^2} + \frac{28\,s^4}{m^4} + \frac{45\,s^6}{m^6} + \frac{66\,s^8}{m^8} + \ldots \text{ in inf.}\right\}.$$

deren Beziehungsscala 3, — 3, + 1, ist und deren Summe gefunden wird, als

$$-\frac{(4\,m^4 + 2\,m^3 + 3\,m^2 - 4\,m + 1)\,(m-1)^2}{180\,m^3\,(2\,m-1)^3}$$

Indem ich bemerkte — fährt Moivre fort — dass diese Reihen obwohl durchaus summirbar, doch sehr verwickelt werden, brachte ich sie auf den Fall des Unendlichen. Wird $m = \infty$, so ist der Werth der 3. Colonne gleich $\frac{1}{12}$, von der 4 gleich $-\frac{1}{360}$, wie man aus obigen Formeln leicht finden kann. Für die 5. und 6. Colonne habe ich die Werthe $+\frac{1}{1260}$, resp. $-\frac{1}{1680}$ gefunden.

Wird der Numerus der Logarithmenreihe Moivre's

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{360} + \frac{1}{1260} - \frac{1}{1680} \pm \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

mit A bezeichnet, so wird das Verhältniss des mittleren Gliedes im entwickelten Binom $(1+1)^n$ — wenn n = sehr gross vorausgesetzt wird — zur Summe aller Glieder ausgedrückt durch $\frac{2A(n-1)^{n-\frac{1}{2}}}{n^n}$, wie ihn Moivre in der Doctrine of chances gegeben hat.

11. Als Resultat eines Versuches, die Constante 2A durch Addition der 4 ersten Terme seiner logarithmischen Reihe zu bestimmen, fand Moivre die Zahl 2,168. Dieser Versuch darf hier aber um so eher übergangen werden, weil Moivre durch Bemerkungen*) von Seiten Stirlings selber zur Einsicht von der Unzulänglichkeit seiner Methode gelangte und in dem Miscellaneis Analyticis Supplementum die Untersuchung neu begann. Er bemerkt dort einleitend:

»Attamen post receptam Stirlingii Epistolam, cum mihi aliquid »vacui temporis suppeteret, constitueram totum illud denuo excutere, »atque initium sumere ab isto Problemate de inveniendis Summis Lo»garithmorum ab unitate incipientium; ecce autem gradus quibus ad »meam solutionem adductus sum, quam ideo trado quod modus solutionis »quo utor sit longe diversus ab eo quem Stirlingius adhibuit, quo fiet »ut suspicio a me aberit me voluisse actum agere«.

Moivre sucht also hier direct wie Stirling — auf den wir noch zurückkommen werden — die Summe der Logarithmen der natürlichen Zahlen und nicht mehr wie früher das Verhältniss des Coefflzienten vom mittleren Gliede zur Summe aller Glieder. Er geht aus vom Product:

$$\frac{m}{m-1}\cdot\frac{m}{m-2}\cdot\frac{m}{m-3}\cdot\ldots\ldots\cdot\frac{m}{m-m+2}\cdot\frac{m}{m-m+1},$$

und entwickelt die Logarithmen der einzelnen Factoren in folgender Darstellung:

$$\text{Log}\frac{m}{m-1}=\frac{1}{m}+\frac{1}{2m^2}+\frac{1}{3m^3}+\ldots\ldots\text{ in inf.}$$

$$\text{Log}\frac{m}{m-2}=\frac{2}{m}+\frac{4}{2m^2}+\frac{8}{3m^3}+\ldots\ldots\text{ in inf.}$$

$$\text{Log}\frac{m}{m-3}=\frac{3}{m}+\frac{9}{2m^2}+\frac{27}{3m^3}+\ldots\ldots\text{ in inf.}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\text{Log}\frac{m}{m-m+1}=\frac{m-1}{m}+\frac{(m-1)^2}{2m^2}+\frac{(m-1)^3}{3m^3}\ldots\text{ in inf.}$$

*) In einem Briefe an Moivre vom 17. Juni 1729. Vergl. Misc. analyt. Lib. VII.

Analog wie beim Coeffizientenproblem stellt nun Moivre die lonnen als Zeilen zusammen, deren er unendlich viele erhält. Zähler jeder dieser Zeilen stellen eine Reihe dar von der Form:

$$1^n + 2^n + 3^n + \cdots\cdots + (m-1)^n.$$

Moivre summirt diese Potenzreihen, dividirt jede Summe du den zugehörigen Nenner und erhält so, indem er $m - 1 = l$ se folgende neue Reihen als Summen der obigen Colonnen:

$$\frac{\frac{1}{2}\,l^2}{m} + \frac{\frac{1}{2}\,l}{m}$$

$$\frac{\frac{1}{3}\,l^3}{2\,m^2} + \frac{\frac{1}{2}\,l^2}{2\,m^2} + \frac{\frac{1}{6}\,l}{2\,m^2}$$

$$\frac{\frac{1}{4}\,l^4}{3\,m^3} + \frac{\frac{1}{2}\,l^3}{3\,m^3} + \frac{\frac{1}{4}\,l^2}{3\,m^3}$$

$$\frac{\frac{1}{5}\,l^5}{4\,m^4} + \frac{\frac{1}{2}\,l^4}{4\,m^4} + \frac{\frac{1}{3}\,l^3}{4\,m^4} - \frac{\frac{1}{30}\,l}{4\,m^4}$$

. . . . . .

in inf.

Moivre nimmt wieder die Colonnen als Reihen zusammen, d dirt die erste durch m, die dritte durch $\frac{A}{2\,m}$, die vierte du $\frac{B}{3\,.\,4\,m^3}$, die fünfte durch $\frac{C}{5\,.\,6\,m^5}$ . . . . . ; worin

$$A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$B = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{4}{2}A = -\frac{1}{30}$$

$$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{7} - \frac{6}{2}A - \frac{6\,.\,5\,.\,4}{2\,.\,3\,.\,4}B = \frac{1}{42}$$

$$D = \frac{1}{2} - \frac{1}{9} - \frac{8}{2}A - \frac{8\,.\,7\,.\,6}{2\,.\,3\,.\,4}B - \frac{8\,.\,7\,.\,6\,.\,5\,.\,4}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5\,.\,6}C = -$$

. . . . . .

also die Bernoullischen Zahlen bedeuten, und erhält die folgen neuen Reihen:

$$\frac{l^2}{2m} + \frac{l^3}{6m^3} + \frac{l^4}{12m^4} + \frac{l^5}{20m^5} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{l}{2m} + \frac{l^2}{4m^2} + \frac{l^3}{6m^3} + \frac{l^4}{8m^4} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{l}{m} + \frac{l^2}{m^2} + \frac{l^3}{m^3} + \frac{l^4}{m^4} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{3l}{m} + \frac{6l^2}{m^2} + \frac{10l^3}{m^3} + \frac{15l^4}{m^4} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{5l}{m} + \frac{15l^2}{m^2} + \frac{35l^3}{m^3} + \frac{70l^4}{m^4} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{7l}{m} + \frac{28l^2}{m^2} + \frac{84l^3}{m^3} + \frac{210l^4}{m^4} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

in inf.

Die ersten beiden dieser Reihen sind logarithmische. Die Summe der ersten findet man auf folgende Weise:

Sei $v = \text{Log}\frac{1}{1-x}$, so ist, wenn man entwickelt,

$$xdx + \frac{1}{2}x^2dx + \frac{1}{3}x^3dx + \frac{1}{4}x^4dx + \ldots\ldots \text{ in inf.} = vdx.$$

Integrirt man, so wird

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{20}x^5 + \ldots\ldots \text{ in inf.} = vx + x - v$$

$$= x\,\text{Log}\frac{1}{1-x} + x - \text{Log}\frac{1}{1-x}.$$

Oder für $x = \frac{l}{m}$ gesetzt, so erhält man weil $l = m - 1$ als Summe der ersten Reihe

$$\frac{1}{2}\frac{(m-1)^2}{m^2} + \frac{1}{6}\frac{(m-1)^3}{m^3} + \frac{1}{12}\frac{(m-1)^4}{m^4} + \ldots \text{ in inf.}$$

$$= \frac{m-1}{m} - \text{Log}\,m.$$

Multiplizirt man noch mit m (wodurch man früher dividirt hat), so wird der gesuchte Werth der Reihe

$$\frac{1}{2}\frac{(m-1)^2}{m} + \frac{1}{6}\frac{(m-1)^3}{m^2} + \ldots \text{ in inf.} = m - 1 - \text{Log}\,m.$$

Die zweite Reihe hat folgende Summe, wie unmittelbar folgt:

$$\frac{1}{2}\frac{m-1}{m} + \frac{1}{4}\frac{(m-1)^2}{m^2} + \frac{1}{6}\frac{(m-1)^3}{m^3} + \ldots \text{ in inf.} = \frac{1}{2}\text{Log}\,m.$$

Die beiden ersten Reihen konstituiren also die Summe

$$m - 1 - \frac{1}{2} \text{ Log } m.$$

Die Summen der übrigen Reihen lassen sich rational und a auf folgende Weise ausdrücken (indem man zugleich wieder mit je Factoren, mit welchen die Reihen multiplizirt wurden, dividirt):

Summe der 3. Reihe $= \frac{A}{2\,m}(m-1) = \frac{1}{12} - \frac{1}{12\,m}$.

„ „ 4. „ $= \frac{B}{3 \cdot 4\,m^3}(m^3 - 1) = -\frac{1}{360} + \frac{1}{360\,m}$

Analog wird:

„ „ 5. „ $= \frac{1}{1260} - \frac{1}{1260\,m^5}$.

„ „ 6. „ $= -\frac{1}{1680} + \frac{1}{1680\,m^7}$.

. . . . . .

Es wird somit:

$$\text{Log}\left[\frac{m}{m-1}\cdot\frac{m}{m-2}\cdot\frac{m}{m-3}\cdots\frac{m}{2}\cdot\frac{m}{1}\right] = m - 1 - \frac{1}{2}\text{Lo}$$

$$-\frac{1}{12\,m} + \frac{1}{360\,m^3} - \frac{1}{1260\,m^5} + \frac{1}{1680\,m^7} \mp \ldots\ldots \text{in}$$

$$+\frac{1}{12} - \frac{1}{360} + \frac{1}{1260} - \frac{1}{1680} \mp \ldots\ldots \text{in}$$

oder

$$\text{Log}\left[1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots\ldots (m-1)\right] = \left(m - \frac{1}{2}\right)\text{Log } m$$

$$-m + \frac{1}{12\,m} - \frac{1}{360\,m^3} + \frac{1}{1260\,m^5} - \frac{1}{1680\,m^7} \pm \ldots\ldots \text{in}$$

$$+1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1260} + \frac{1}{1680} \mp \ldots\ldots \text{in}$$

Dies ist die *Moivre'sche Reihe für Log Γ(m)*. Fügt man selben noch Log m bei, bezeichnet man die Summe der Constan mit C und führt in der Reihe

$$\frac{1}{12\,m} - \frac{1}{360\,m^3} + \frac{1}{1260\,m^5} \mp \ldots\ldots \text{in inf.}$$

*) Es ist $3x + 6x^2 + 15x^3 + 21x^4 + \ldots$ in inf. $= \frac{1}{1-x^3}$

also

$$3\,\frac{m-1}{m} + 6\,\frac{(m-1)^2}{m^2} + 15\,\frac{(m-1)^3}{m^3} + \ldots\ldots \text{in inf.} = m^3 -$$

die Bernoulli'schen Zahlen ein, so geht dieselbe über in die folgende Summationsformel:

$$\sum_{m=1}^{m=m} \text{Log } m = C + \left(m + \frac{1}{2}\right) \text{Log } m - m + \frac{B(1)}{1.2.m} - \frac{B(2)}{3.4\,m^3} + \frac{B(3)}{5.6\,m^5} - \frac{B(4)}{7.8\,m^7} \pm \ldots,$$

welche sich auch leicht aus der allgemeinen Summationsformel, die Euler, wie später gezeigt werden soll, in den Inst. Calc. Diff. Part. II, C. V. aufgestellt hat, ergibt, nämlich aus der Formel:

$$\sum z = \int z\,dx + \frac{1}{2} z + \frac{B(1)}{2!}\frac{dz}{dx} - \frac{B(2)}{4!}\frac{d^3z}{dx^3} + \frac{B(3)}{6!}\frac{d^5z}{dx^5} \mp \ldots\ldots\ldots,$$

wenn man für $z = \text{Log } m$ setzt.

Es verdient daher hier hervorgehoben zu werden, dass Moivre zuerst, wenn auch empirisch, diese Summationsformel angewendet hat.

12. Im Weitern gibt Moivre in den Supplementa auch eine besser convergirende Reihe für die Constante, d. h. für die Reihe

$$1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1260} + \frac{1}{1680} \mp \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.},$$

welche nach seiner Ansicht »satis commode convergit in principio »post terminos quinque primos convergentiam amittit, quam tamen »postea recuperat«. Indem er $m - 1 = 9$ setzt, erhält er nach seiner Formel:

$$1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1280} + \frac{1}{1680} \mp \ldots \text{ in inf.} = \text{Log}\,5040.72 - 9\tfrac{1}{2}\,\text{Log } 10 + 10 - \frac{1}{12.10} + \frac{1}{360.10^3} - \frac{1}{1260.10^5} \mp \ldots \text{ in inf.}$$

Den cyklometrischen Charakter der Constanten hat aber Moivre nicht von sich aus erkannt; denn er war sehr erstaunt darüber, als ihm Stirling in einem Schreiben) vom 19. Juni 1729 mittheilte, dass der Werth der Constanten $\sqrt{2\pi}$ betrage.* »Nemo est profecto »qui post visam hanc superioris problematis solutionem fateri recuset »eam esse usquequaque mirabilem: sed nihil in ea fortasse mirabilius »videbitur quam qua arte Quadratura Circuli potuerit in eam induci«, sagt Moivre über Stirlings Lösung. Er spricht dort auch die Vermuthung aus, Stirling habe sein Resultat mit Hülfe der Formel von

*) Veröffentlicht in Miscellanea analyt. Cap. VII.

Wallis gefunden. Er selbst habe die Sache *desshalb* nicht weiter verfolgt, weil ihm die Lösung nur ein *Mittel zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten* sei. «Adde quod cum non ideo susceptum fuisset ut [illegible] se solveretur, sed ut juvaret solutionem alterius cujusdam [illegible] quod pulcherrimum judicaveram, mihi videbar in iis [illegible] aliquo jure posse acquiescere.»*)

IV.

13. Es erscheint hier geboten, Moivre und seine Doctrine of [illegible] für einen Augenblick zu verlassen, um in Stirlings mathematischem Werke: Methodus differentialis sive Tractatus de [illegible] et interpolatione serierum infinitarum**) nach der Bestimmung der Constanten $\frac{1}{2}$ Log 2π zu sehen.

Stirling findet dieselbe zuerst bei der Berechnung des Verhältnisses, welches der Coeffizient des mittleren Gliedes einer binomischen Entwicklung zur Summe aller Coeffizienten hat. Die Priorität der Lösung dieses Problems erkennt er aber ausdrücklich Moivre zu, wenn [illegible] Schlusse der Vorrede zu seinem Buche sagt: «Problema de [illegible] media in permagna dignitate binomii solutam erat [illegible] aliquot annos quam ego idem attingeram: Nec pro[illegible] hunc usque diem de eodem cogitassem, in sugges[illegible] Vir. D. Alex. Cuming***) se plurunum suspicari [illegible] posset per Methodum Differentialem Newtoni.»

Stirling gibt zwei verschiedene Methoden zur Lösung des Coeffizientenproblems, wovon die eine, die auf Interpolation mit Hülfe der [illegible] beruht†), hier nicht berücksichtigt werden soll, [illegible] Bestimmung der Constanten auf numerischer Berechnung [illegible].

Die andere Methode†††) ist nach ihm folgende:

Sei gegeben die Reihe:

$$1,\ 2,\ \frac{8}{3},\ \frac{16}{5},\ \frac{128}{35},\ \frac{256}{63},\ \ldots\ldots$$

*) Miscellaneis analyticis Supplementum p. 3.

**) [illegible]

***) Alex. Cuming darf in der Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung [illegible] bleiben. Aus Bemerkungen, die Moivre in Miscell. analyt. Cap. V [illegible] dass derselbe auch ihm manche Anregungen gegeben hat. [illegible] Cumings habe ich nichts in Erfahrung gebracht.

†) [illegible] im Propos. XXII, Ex. 1 p. 116 ff.

††) [illegible] Note 2 im Anhang.

†††) [illegible] diff. Propos. XXIII.

deren Glieder das gesuchte Verhältniss für resp. die 0., 1., 2., 3., ... Potenz reciprok darstellen, so handelt es sich um die Interpolation des allgemeinen Gliedes der Reihe:

$$1, \frac{2A}{1}, \frac{4B}{3}, \frac{6C}{5}, \frac{8D}{7} \cdots\cdots,$$

wenn mit A, B, C, D, ... allgemein unsere Reihe ausgedrückt wird.

Sei nun T irgend ein Glied dieser Reihe, so wird das folgende Glied, wenn wir einer Variablen n die Werthe 0, 2, 4, 6, ... geben, gleich sein

$$T_1 = \frac{n+2}{n+1} T, \text{ oder}$$

$$T_1^2 = \frac{n^2+4n+4}{n^2+2n+1} T^2 \text{ und}$$

$$2T_1^2 + (n+2)(T^2 - T_1^2) - \frac{T_1^2}{n+2} = 0 \quad . \qquad \alpha)$$

Man setze nun

$$T^2 = an + \frac{bn}{n+2} + \frac{cn}{(n+2)(n+4)} + \frac{dn}{(n+2)(n+4)(n+6)} + \cdots \beta)$$

worin a, b, c, d, ... , noch zu bestimmende Constante bedeuten; diese Reihe in andere Form gebracht, wird zu

$$T^2 = an + b + \frac{c-2b}{n+2} + \frac{d-4c}{(n+2)(n+4)} + \cdots\cdots$$

Analog:

$$T_1^2 = a(n+2) + b + \frac{c-2b}{(n+4)} + \frac{d-4c}{(n+4)(n+6)} + \cdots\cdots$$

hieraus

$$(n+2)\{T^2 - T_1^2\} = -2a(n+2) + \frac{2c-4b}{n+4} + \frac{4d-16c}{(n+4)(n+6)} + \cdots\cdots$$

Substituirt man neben diesem Werthe noch diejenigen für $2T_1^2$ und für $-\frac{T_1^2}{n+2}$ in die Gleichung α, so kommt:

$$2b - a + \frac{4c-9b}{n+4} + \frac{6d-25c}{(n+4)(n+6)} + \frac{8c-49d}{(n+4)(n+6)(n+8)} + \cdots = 0.$$

Aus dieser Gleichung ergeben sich für die Coeffizienten die folgenden Bedingungsgleichungen:

$$\begin{array}{l|l} 2b - a = 0 & \text{also: } b = \frac{a}{2} \\ 4c - 9b = 0 & c = \frac{9b}{4} = \frac{9a}{2.4} \\ 6d - 25c = 0 & d = \frac{25c}{6} = \frac{9.25a}{2.4.6} \\ 8e - 49d = 0 & e = \frac{49d}{8} = \frac{9.25.49a}{2.4.6.8}. \end{array}$$

Werden diese Werthe in die Gleichung β substituirt, so gibt sich:

$$T^2 = a(n + \frac{n}{2(n+2)} + \frac{9n}{2.4(n+2)(n+4)} + \frac{9.25n}{2.4.6(n+2)(n+4)(n+6)} + \ldots)$$

$$= an(1 + \frac{1}{2(n+2)} + \frac{9}{2.4(n+2)(n+4)} + \frac{9.25}{2.4.6(n+2)(n+4)(n+6)} + \ldots)$$

Den Coefflzienten a bestimmt nun Stirling durch folgende Uberlegung: Je grösser n, desto wahrer wird die Gleichung

$$T^2 = an.$$

Setzt man nun in dieser Gleichung für n der Reihe nach die Werthe 0, 2, 4, ... und die entsprechenden für T^2, so erhält man eine Reihe von Näherungsgleichungen für a, nämlich:

$$a = 2, = 2 \cdot \frac{8}{9}, = 2 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{24}{25}, = 2 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{48}{49}, =$$

Daher ist der Werth von a gleich dem ins Unendliche fortgesetzten Produkt

$$2 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{120}{121} \cdot \ldots,$$

dessen Werth aber nach der Formel von Wallis gleich $\frac{\pi}{2}$ ist.

Es resultirt somit für T folgender Werth:

$$T = \sqrt{\frac{\pi n}{2}\left[1 + \frac{1}{2(n+2)} + \frac{9}{2.4(n+2)(n+4)} + \frac{9.25}{2.4.6(n+2)(n+4)(n+6)} + \right.}$$

Oder es ist nach Annahme, wenn man mit M den Coefflzient des mittleren Termes der binomischen Entwicklung bezeichnet, die Summe aller Coefflzienten:

$$M:S=1:\sqrt{\frac{n\pi}{2}}\left[1+\frac{1}{2(n+2)}+\frac{9}{2.4(n+2)(n+4)}+\ldots\ldots\right].$$

Stirling gelangt daher zu folgendem Satze:

Der Exponent des Binoms, wenn gerade, sei n, wenn ungerade n — 1; dann wird sich der mittlere Coeffizient zur Summe aller Coeffizienten verhalten, wie die Einheit zur mittleren Proportionale zwischen dem halben Kreisumfang und der einen oder anderen von folgenden Reihen:

$$n+\frac{A}{2(n+2)}+\frac{9B}{4(n+4)}+\frac{25C}{6(n+6)}+\ldots\ldots,$$

$$n+1-\frac{A}{2(n-3)}-\frac{9B}{4(n-5)}-\frac{25C}{6(n-7)}-\ldots\ldots,$$

wenn man allgemein die Reihen nach Newton'scher Bezeichnung mit

$$A\pm B\pm C\pm D\pm\ldots\ldots$$ darstellt.

Ueber den Gebrauch der Formel spricht sich Stirling dahin aus, es genüge, wenn n = sehr gross werde, zu setzen

$$T^2=\frac{\pi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right), \text{ oder}$$

$$T=\sqrt{\frac{\pi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right)}.$$

Es ist also

$$M:S=1:\sqrt{\frac{\pi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{\sqrt{\frac{\pi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right)}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{2\pi n}} \text{ (für lim n = sehr gross).}$$

Das Stirling'sche Resultat beim Coeffizientenproblem ist somit demjenigen Moivre's genau gleich; denn Moivre hat für das Verhältniss des mittleren Gliedes zur Summe aller im entwickelten Binom $(1+1)^n$, für n = gerade, den nämlichen Ausdruck, jedoch ohne cyklometrische Darstellung der Constanten, gefunden.

14. Wie Moivre, so musste auch Stirling durch das Coeffizientenproblem darauf kommen, einen numerisch leicht zu berechnenden Summenausdruck für Log $\Gamma(x)$ resp. für $\Gamma(x)$ zu suchen. Er behandelt dazu folgende Aufgabe*): *Es sei die Summe beliebig vieler Logarithmen zu finden, deren Numeri in arithmetischer Progression fortschreiten.*

*) Loc. cit. Propos. XXVIII. p. 135.

Es mögen $x + n$, $x + 3n$, $x + 5n$, $x + 7n$, ... $z - 3n$, $z - n$, beliebig viele Zahlen in arithmetischer Progression bezeichnen, die letzte sei $z - n$. Es seien ferner log z und log x die Tafellogarithmen der Zahlen z und x, und a sei gleich dem Modul, d. h. gleich dem reciproken Werth des Log. nat. von 10. Dann wird die Summe der Logarithmen der vorliegenden Reihe gleich sein der Differenz zwischen den beiden folgenden Reihen:

$$\frac{z\log z}{2n} - \frac{az}{2n} - \frac{an}{12z} + \frac{7an^3}{360z^2} - \frac{31an^5}{1260z^5} + \frac{127an^7}{1680z^7} + \text{-}$$
$$\mp \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{x\log x}{2n} - \frac{ax}{2n} - \frac{an}{12x} + \frac{7an^3}{360x^2} - \frac{31an^5}{1260x^5} + \frac{127an^7}{1680z^7}$$
$$\mp \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

Diese Reihen setzen sich so ins Unendliche fort:

Man setze

$$-\frac{1}{3.4} = A, \quad -\frac{1}{5.8} = A + 3B,$$
$$-\frac{1}{7.12} = A + 10B + 5C,$$
$$=\frac{1}{9.16} = A + 21B + 35C + 7D,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Die Zahlen, die in den verschiedenen Werthen von A, B, C, D . . . . . multiplizirt werden, sind die ersten, dritten, fünften, ... Coeffizienten der ungeraden Potenzen des Binoms. Dann wird der Coeffizient des dritten Terms $-\frac{1}{12} = A$, der des vierten $B = \frac{7}{360}$, der des fünften $C = -\frac{31}{1260}$ und so fort.

Beweis. Es werde die Variable z um ihre Abnahme (constante Differenz) 2n vermindert, d. h. man substituire $z - 2n$ für z in die Reihe

$$\frac{z\log z}{2n} - \frac{az}{2n} - \frac{an}{12z} + \frac{an^3}{360z^3} - \frac{31an^5}{1260z^5} \pm \ldots \text{ in inf.}$$

Man subtrahire die neue Reihe von der vorigen, so wird sich, nachdem man durch Division die Terme auf die nämliche Form gebracht, als Rest ergeben:

$$\log z - \frac{an}{z} - \frac{an^2}{2z^2} - \frac{an^3}{3z^3} \mp \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

d. h. der Logarithmus der Zahl z — n.

So ist allgemein die Abnahme zweier successiven Werthe der Reihe gleich dem Logarithmus von z — n, der allgemein jeden beliebigen der Logarithmen bedeuten kann, welche zu summiren sind. Die Reihe wird also die Summe der vorgegebenen Logarithmen sein, wenn von ihr die andere Reihe subtrahirt wird. Denn die Summen der Reihen sind wie diejenigen der Flächen zuweilen zu corrigiren, damit sie richtig werden (Constante).

In Exemp. II, al. 2 geht Stirling alsdann so weiter: *Will man die Summen von beliebig vielen Logarithmen der natürlichen Zahlenreihe 1, 2, 3, ... z — n haben,* so ist $n = \frac{1}{2}$, und es werden 3 oder 4 Glieder der Reihe

$$z\log z - az - \frac{a}{24z} + \frac{7a}{2880z^3} \mp \ldots\ldots\ldots\ldots,$$

zu denen man den halben Logarithmus des Kreisumfanges, dessen Radius die Einheit ist, d. h. 0.39908 zu addiren hat, die gewünschte Summe geben und zwar mit um so weniger Mühe, je mehr Logarithmen zu summiren sind (Convergenz).

15. Dies die Stirling'sche Darstellung seiner nach ihm benannten Reihe. Stirling findet also zunächst*). zwar ohne ein Verfahren anzugeben, für

$$\text{Log}(x + n) + \text{Log}(x + 3n) + \text{Log}(x + 5n) + \ldots\ldots\ldots + \text{Log}(z - 3n) + \text{Log}(z - n) =$$

die Differenz der beiden Reihen von natürlichen Logarithmen:

$$\frac{z\text{Log}z}{2n} - \frac{z}{2n} - \frac{n}{12z} + \frac{7n^3}{360z^3} - \frac{31n^5}{1260z^7} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{x\text{Log}x}{2n} - \frac{x}{2n} - \frac{n}{12x} + \frac{7n^3}{360x^3} - \frac{31n^5}{1260x^7} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}$$

Um die Richtigkeit seines Satzes zu beweisen, erhärtet dann Stirling denselben für den Spezialfall x = z — 2n. Handelt es sich aber um den Logarithmus des Produktes 1. 2. 3 . . . . . ., so wird, da $n = \frac{1}{2}$ und $x = \frac{1}{2}$ ist.

*) Jedenfalls durch Entwicklung der einzelnen Logarithmen.

$$\text{Log}\left(1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots . (z - \frac{1}{2})\right) = z \text{ Log } z - z - \frac{1}{24z} + \frac{7}{2880\, z^3} \mp \ldots\ldots$$

$$-\left\{\frac{1}{2} \text{ Log } \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{7}{360} - \frac{31}{1260} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}\right\}.$$

Stirling gibt als Resultat nur die erste dieser Reihen mit der Bemerkung, man habe dazu noch $\frac{1}{2}$ Log2π zu addiren.

Wie oft in seinem Buche, gibt Stirling auch hier nur das Resultat, ohne zugleich den Weg zu weisen, auf welchem er dazu gelangt ist, was das Studium desselben sehr erschwert. *Es entzieht sich daher einer sicheren Beurtheilung, wie Stirling die Constante bestimmt hat.* Eine *numerische* Berechnung scheint mir ausgeschlossen zu sein, gerechtfertigter aber erscheint die Vermuthung, *dass er auch hier wie beim Coeffizientenproblem die Formel von Wallis angewendet hat* und *am meisten Wahrscheinlichkeit besitzt wohl die Annahme, derselbe habe in diesem Falle die Constante durch Vergleichung mit dem Resultate des Coeffizientenproblems gefunden.*)*

16. Stirling gab**) schon, was hier Erwähnung verdient, das Eulersche Integral 1. Art., nämlich:

$$B\,(r + z,\ p - r) = \int_0^1 x^{r+z-1}\,(1-x)^{p-r-1}\,dx$$

und benutzte dasselbe zur Interpolation z. B. der Reihe

$$a,\ \frac{ra}{p},\ \frac{(r+1)b}{p+1},\ \frac{(r+2)c}{p+2}, \ldots .,$$

indem er für das allgemeine Glied T der Reihe fand:

---

*) Wenn n = gerade, so gilt nach Stirling und Moivre in der Entwicklung von $(1 + 1)^n$

$$\frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!\,2^n} = \frac{2}{\sqrt{2n\pi}}$$

woraus man, wenn für die Fakultäten der Stirling'sche Näherungswerth substituirt wird, die Constante bestimmen kann.

**) L. c. Propos. XXIV, p. 126.

$$\frac{T}{a} = \frac{\int_0^1 x^{r+z-1}\,(1-x)^{p-r-1}dx}{\int_0^1 x^{r-1}\,(1-x)^{p-r-1}dx},$$

$$\text{also } T = \frac{a\Gamma(r+z)\,\Gamma(p)}{\Gamma(r)\,\Gamma(p+z)}.$$

Ebenso fand er als intermediäres Glied T zwischen dem ersten und zweiten der folgenden Reihe

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1.3}{2.4}, \frac{1.3.5}{2.4.6}, \ldots\ldots\ldots,$$

$$T = \frac{\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}}\,dx}{\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}\,dx} = \frac{2}{\pi}$$

und *gewiss ist nicht daran zu zweifeln, Stirling war nahe daran, die Näherungswerthe für den Binomialcoeffizienten und die Fakultät auf analogem Wege zu suchen, wie es Laplace später gethan*), nämlich mit Hülfe der sogenannten Euler'schen Integrale.*

17. Es scheint, dass Stirling über sein Verfahren, die Constante zu bestimmen, auch in keiner andern Publikation**) Auskunft gegeben hat, denn Moivre schrieb noch 1738:

«But altho it be not necessary to know what relation the number «B may have to the Circumference of the Circle, provided its value «be attained, either by pursuing the Logarithmic Series before men- «tioned, or any other way; yet J own with pleasure that this discovery, «besides that it has saved trouble, has spread a singular Elegancy on «the Solution.»

Bezeichnet man in der Stirling'schen Reihe $z - \frac{1}{2}$ mit m und führt die Bernoullischen Zahlen ein, so ergibt sich folgende Summationsformel:

---

*) Vergl. Note 4 im Anhang.

**) Doctrine of chances, p. 236.

$$\text{Log}\,(1\,.\,2\,.\,3\,\ldots\ldots\,\text{m}) = \frac{1}{2}\,\text{Log}2\pi + (\text{m}+\frac{1}{2})\,\text{Log}\,(\text{m}+\frac{1}{2})$$
$$-(\text{m}+\frac{1}{2}) - \frac{(2-1)\,\text{B}(1)}{1\,.\,2\,.\,2(\text{m}+\frac{1}{2})} + \frac{(2^3-1)\,\text{B}(2)}{3\,.\,4\,.\,2^3(\text{m}+\frac{1}{2})^3} \mp \ldots\ldots,$$

welche eine von der Moivre'schen etwas abweichende Form hat. Aus beiden Formeln aber ergibt sich für $\lim \text{m} = \infty$, wenn man zur Exponentialfunktion übergeht:

$$\lim_{\text{m}=\infty} \text{m}! = \text{m}^{\text{m}}\ \text{e}^{-\text{m}}\ \sqrt{2\pi\text{m}}\ ,$$

welche Formel auch die *Stirling'sche* genannt wird.

Es ist unstreitig das Verdienst des mit mathematischem Scharfsinn ausserordentlich begabten Stirling), die Constante $\sqrt{2\pi}$ bestimmt zu haben. Berücksichtigt man aber, dass Moivre zuerst das Coeffizientenproblem gestellt und gelöst hat und dass derselbe auch die andere Aufgabe, die sich aus jenem ergeben musste, die Summe der Logarithmen der natürlichen Zahlen zu suchen, unabhängig und fast gleichzeitig mit Stirling ebenfalls gelöst hat, vergisst man nicht, dass Moivre diese Formel zuerst in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, für welche ihr grosse Bedeutung zukommt, praktisch verwendet hat, so muss man sagen, dass dessen Name mit der Formel in ebenso verdienstvollem Sinne verbunden ist, wie derjenige Stirlings.*

Die Ursprungsgeschichte der Stirling'schen Formel aber ist ganz besonders geeignet, zu zeigen, wie befruchtend eine angewandte mathematische Disziplin auf die reine Mathematik wirken kann.

V.

18. Nachdem hiemit die Untersuchungen Moivres und Stirlings über das *Coeffizientenproblem* und über *die Summe von Log $\Gamma(x)$* sowohl unter sich wie auch in ihrem gegenseitigen Verhältniss gewürdigt sind, kehren wir wieder zu Moivres Abhandlung über das *Bernoullische Theorem* in dessen «Doctrine of chances» zurück.

---

*) James Stirling, geb. 1696 in St. Ninians, Grafschaft Stirling, Schottland, gest. 5. Dez. 1770 in Leadhiks, studirte in Oxford Mathematik, bewarb sich als Agent einer schottischen Bergbaugesellschaft erfolglos um eine Professur. Er wurde schon 1729 Mitglied der Royal Society. Sein Hauptwerk, ***Methodus differentialis***, erlebte 3 Auflagen (1730, 1753, 1764), war aber schon 1718 unvollständig in den Philos. Transact. erschienen.

Als zweiten analytischen Fundamentalsatz gibt Moivre folgenden*): *Der Logarithmus des Verhältnisses, welches der Coeffizient des mittleren Termes einer binomischen Entwicklung von sehr hoher Potenz n in Bezug auf den Coeffizienten irgend eines um das Intervall l von ihm entfernten Termes hat,* wird in erster Näherung durch folgende Grösse ausgedrückt:

$$\left(m + l - \frac{1}{2}\right)\mathrm{Log}\,(m + l - 1) + \left(m - l + \frac{1}{2}\right)\mathrm{Log}(m + l - 1) - 2m\mathrm{Log}m + \mathrm{Log}\,\frac{m + l}{m},$$

vorausgesetzt, dass $m = \frac{n}{2}$ gesetzt wird.

Sein Lösungsverfahren für dieses Resultat ist ein analoges wie beim Coefflizientenproblem, geht also aus von logarithmischen Reihen (v. Miscell. analyt. p. 128 ff.) und es braucht daher hier nicht wiederholt zu werden.

Moivre zieht dann weiter aus dem angeführten Satze die folgenden hier skizzirten Schlüsse in Form von Zusätzen.

Zusatz 1. Wenn $m = \frac{n}{2}$ eine unendliche Grösse bedeutet, so ist *der Logarithmus des Verhältnisses, welches ein Term* (immer in der Entwicklung $(1 + 1)^n$) *der vom mittleren Term um das Intervall l entfernt ist, zum letzteren hat, gleich* $-\frac{2l^2}{n}$.

Zusatz 2. Die Zahl, deren hyperbolischer Logarithmus $-\frac{2l^2}{m}$, ist gleich der Reihe

$$1 - \frac{2l^2}{n} + \frac{4l^4}{2n^2} - \frac{8l^6}{6n^3} + \frac{16l^8}{24n^4} - \frac{32l^{10}}{120n^5} \mp \ldots \text{ in inf.}$$

woraus folgt**), dass *die Summe der Terme vom grössten an bis und mit jenem, der um l Glieder entfernt* ist, gleich ist:

$$\frac{2}{\sqrt{2n\pi}}\left\{1 - \frac{2l^3}{1.3n} + \frac{4l^5}{2.5n^2} - \frac{8l^7}{6.7n^3} + \frac{16l^9}{24.9n^4} \mp \ldots \text{ in inf.}\right\}$$

Setzt man nun $l = s\sqrt{n}$, alsdann wird die Summe:

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left\{s - \frac{2s^3}{1.3} + \frac{4s^5}{2.5} - \frac{8s^7}{6.7} + \frac{16s^9}{24.9} \mp \ldots \text{ in inf.}\right\}$$

*) Loc. cit. p. 236.

**) Moivre gibt keine weitere Begründung dieser Folgerung.

und für $s = \frac{1}{2}$, entsteht die Reihe:

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{2.5.8} - \frac{1}{6.7.16} + \frac{1}{24.9.32} - \frac{1}{120.11.64} + \cdots\right\}.$$

Durch Addition von 7 oder 8 Gliedern dieser ziemlich gut convergirenden Reihe erhält man nach einfacher logarithmischer Rechnung als Verhältniss der Summe der l Terme zwischen dem mittleren und dem um l entfernten in der Entwicklung von $(1 + 1)^n$ zur Summe aller Terme die Zahl 0,341344.

Zusatz 3. Hat ein Ereigniss dieselbe einfache und constante Wahrscheinlichkeit auf Eintreffen wie auf Nichteintreffen, so wird, wie aus den Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung hervorgeht, die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereigniss bei n Versuchen höchstens $\frac{n}{2} + l$ und wenigstens $\frac{n}{2} - l$ Mal eintreffe, ausgedrückt durch $\frac{S}{2^n}$, wenn S die Summe aller Terme in der Entwicklung von $(1 + 1)^n$, genommen zwischen den Gliedern, die um l Terme links und rechts vom mittleren abstehen (die äussersten inbegriffen), bedeutet. Die *Wahrscheinlichkeit* also, dass *ein Ereigniss unter gleichen Verhältnissen in einer solchen Zahl von Malen eintrifft, die zwischen* $\frac{n}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{n}$ *liegt, ist daher gegeben durch das Doppelte der Zahl, die im Zusatz* 2 *gefunden wurde, durch* 0,682688 und die Wahrscheinlichkeit des Gegentheils, dass die Eintreffenszahl ausserhalb diese Grenzen fällt, ist somit 0,317312.

Zusatz 4. Weil es aber unausführbar ist, eine unendliche Zahl von Experimenten anzustellen, so können wir den vorhergehenden Schluss auch auf grosse endliche Zahlen anwenden (folgt ein Beispiel für $n = 3600$).

Zusatz 5. Wir können daher als fundamentale Maxime hinstellen: *Das Verhältniss, welches in der Entwicklung des Binoms von hoher Potenz die Summe der Glieder, welche vom mittleren Term aus nach beiden Seiten um ein Intervall von* $\frac{1}{2}\sqrt{n}$ *Gliedern liegen, zur Summe der ganzen Entwicklung hat, wird ausgedrückt durch die Zahl* 0,682688 oder nahezu $\frac{28}{41}$; hiebei ist aber nicht nöthig, dass

$n = \infty$ sei; sogar für $n = 100$ liefert die Regel noch ein erträgliches Resultat, wie ich durch Versuche bestätigt finde. Noch ist zu bemerken, dass $\frac{1}{2}\sqrt{n}$, im Verhältniss bezogen auf n, um so kleiner wird, je mehr n wächst; wächst also die Zahl der Beobachtungen, so werden die Grenzen im Verhältniss zu n immer enger während die Wahrscheinlichkeit dieselbe bleibt.

Zusatz 6. Wenn $l = \sqrt{n}$ gesetzt wird, so konvergirt die Reihe in Coll. 2 weniger gut als für $l = \frac{1}{2}\sqrt{n}$, und für eine erträgliche Annäherung sind daher viel mehr Terme zu addiren. In diesem Falle gebrauche ich die mechanische Quadratur, die von Sir Isaac Newton erfunden, von Mr. Cotes*), Mr. James Stirling und mir, vielleicht noch von anderen weiter ausgebildet worden ist. Sie besteht in der Bestimmung der Fläche einer Curve, wenn man von ihr eine gewisse Anzahl von Ordinaten A, B, C, D, ... kennt, die sich in gleichen Intervallen folgen, wobei auch gilt, dass, je kürzer die Intervalle genommen werden, desto genauer das Resultat wird. Im vorliegenden Falle beschränke ich mich auf 4 Ordinaten, die mit A, B, C, D bezeichnet sein mögen. Wenn nun der Abstand der ersten von der letzten gleich l ist, so wird die Fläche gleich $\frac{(A + D) + 3(B + C)}{8} \cdot l$ sein**). Setzen wir nun die Distanzen gleich 0, $\frac{1}{6}\sqrt{n}$, $\frac{2}{6}\sqrt{n}$, $\frac{3}{6}\sqrt{n}$, $\frac{4}{6}\sqrt{n}$, $\frac{5}{6}\sqrt{n}$, und $\sqrt{n}$, verwenden für unsern Fall die 4 letzten: $\frac{3}{6}\sqrt{n}$, $\frac{4}{6}\sqrt{n}$, $\frac{5}{6}\sqrt{n}$, $\frac{6}{6}\sqrt{n}$, nehmen alsdann die Quadrate dieser Ausdrücke, verdoppeln jeden, dividiren durch n und geben jedem das Zeichen minus, so haben wir die Grössen: $-\frac{1}{2}$, $-\frac{8}{9}$, $-\frac{25}{18}$, -2, welche die hyperbolischen Logarithmen der

*) Cotes Roger (10. VII. 1682 — 5. VI. 1716), Professor der Astronomie und Physik in Cambridge, war der Verfasser der Harmonia mensurarum (Cambridge 1722), welche den bekannten Cotesischen Lehrsatz enthält.

**) Moivre leitet diese Formel (Miscell. analyt. lib. VII c. II: «De Methodo differentiarum») aus der Newton'schen Interpolationsformel ab, nämlich aus:

$$u_n = u + \binom{u}{1} \Delta u + \binom{n}{2} \Delta^2 u + \ldots\ldots \binom{u}{n} \Delta^n u,$$

worin u_n das allgemeine Glied, u das Anfangsglied und Δu, $\Delta^2 u$, $\Delta^n u$ ..... die Anfangsglieder der ersten, zweiten, dritten ..... Differenzreihen sind.

Zahlen 0,60653, 0,41111, 0,24935, 0,13534 sind, die unsere 4 Ordinaten darstellen. Weil nun $l = \frac{1}{2}\sqrt{n}$ ist, so ergibt sich nach der Formel für unsere Fläche $0{,}170203\sqrt{n}$. Das Doppelte hievon multiplizirt mit $\frac{2}{\sqrt{2n\pi}}$ ergibt die Zahl 0,27160, und diese zu 0,682688 (Zusatz 7) addirt gibt 0,95428, welches die Wahrscheinlichkeit ist, dass bei n Versuchen das Ereigniss weder mehr als $\frac{n}{2} + \sqrt{n}$, noch weniger als $\frac{n}{2} - \sqrt{n}$ eintritt.

Zusatz 7. Auf demselben Wege kann man finden, wie gross die Wahrscheinlichkeit sei, dass die Zahl des Eintreffens zwischen andern Grenzen liege, z. B. zwischen $\frac{n}{2} \pm \frac{3}{2}\sqrt{n}$. Hiefür würde sich die Zahl 0,99874 finden lassen.

Bei allen Beispielen spielt $\sqrt{n}$ die Rolle eines Modulus für die Schätzung der Grenzen und der Wahrscheinlichkeiten.

Zusatz 8. *Ist die einfache und constante Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses nicht gleich der entgegengesetzten,* bildet die Zahl der günstigen zu den ungünstigen Fällen das Verhältniss $\frac{a}{b}$, *so lässt sich die Wahrscheinlichkeit dafür,* dass *das Ereigniss in n Versuchen eine solche Zahl von Malen eintreffe, die zwischen* $\frac{an}{a+b} \pm l$ *liegt,* ausdrücken durch $\frac{S}{(a+b)^n}$, wo S die Summe aller Glieder in der binomischen Entwicklung von $(a + b)^n$ bedeutet, die links und rechts im Intervall von l Gliedern (die äussersten inbegriffen) vom grössten Gliede abstehen. Das Verhältniss, welches bei einer sehr hohen Potenz des Binoms $(a + b)^n$ das grösste Glied der Entwicklung zur Summe aller übrigen Glieder hat, wird ausgedrückt durch den Bruch

$$\frac{a+b}{\sqrt{abn\pi}}\ *).$$

Zusatz 9. Der Logarithmus des Verhältnisses, welches ein Term in der binomischen Entwicklung, der um das Intervall von l Termen vom grössten absteht, zu diesem hat, ist gleich

$$-\frac{a+b}{2abn} \cdot l^2.$$

*) Meines Wissens gibt Moivre nirgends eine analytische Herleitung weder von dieser Formel, noch jener im Zusatz 9. Die Lösung ergibt sich jedoch analog wie jene bei Voraussetzung gleicher entgegengesetzter Wahrscheinlichkeiten.

Zusatz 10. Ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses auf Eintreffen verschieden von derjenigen auf Nichteintreffen, so werden die Probleme, die Summation der Terme in der Entwicklung von $(a + b)^n$ betreffend, mit derselben Leichtigkeit und Methode aufgelöst wie diejenigen, wo die entgegengesetzten Wahrscheinlichkeiten dieselben sind.

Aus dem Gesagten folgt, dass der Zufall die Ereignisse, die natürlichen Institutionen gemäss eintreten, sehr wenig in ihrem Eintreffen stört. Wird z. B. ein rundes Metallstück, dessen Seiten fein polirt sind und verschiedene Farben, z. B. schwarz und weiss zeigen, aufgeworfen, so wird mit der Vermehrung der Würfe das Verhältniss der erhaltenen Schwarz und Weiss sich immer mehr der Gleichheit nähern und es ist schon bei 3600 Versuchen die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Erscheinungszahl der einen oder andern Farbe zwischen 1770 und 1830 liege annähernd $\frac{2}{3}$; in diesem Falle macht also die Abweichung von der perfekten Gleichheit nur $\frac{1}{120}$ der gesammten Versuchszahl aus und mit derselben Wahrscheinlichkeit wäre die Abweichung bei 10.000 Versuchen nur $\frac{1}{2000}$ aller Erscheinungen. Mit der Erweiterung der Grenzen aber würde die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen einer der Farben in einer Anzahl von Malen, die in diesen Grenzen liegt, immer wachsen und schliesslich zur Gewissheit werden. Diese Ausdehnung der Grenzen aber, und das ist nicht zu vergessen, ist bei Vermehrung der Beobachtungen im Vergleich zum Wachsthum der Versuchszahl nicht so beträchtlich, diese wächst direct, jene mit der Quadratwurzel.

Schliesslich müsste also bei unendlich vielen Versuchen mit Gewissheit eine *Gleichheit* unter der *Zahl der Erscheinungen von Schwarz und Weiss* eintreten.

Die nämliche Betrachtung liesse sich auch durchführen für den Fall, in welchem die entgegengesetzten Wahrscheinlichkeiten ungleiche sind.

Abraham de Moivre schliesst seine werthvolle Abhandlung mit einer Ueberlegung, die an Jakob Bernoulli's kühne Schlusskonsequenzen erinnert: «And thus in all cases it will be found, that altho Chance «produces Irregularities, still the Odds will be infinitely great, that in «process of Time, those Irregularities will bear no proportion to the «recurrency of that Order which naturally results from original Design.»*)

*) Doctrine of chances, 2. ed. p. 243.

19. J. Todhunter hält Moivre neben Laplace für den grössten Analytiker in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wenn er sagt*): «*It will not be doubted that the theorie of Probability owns more to him than to any other mathematician, with the sole exception of Laplace.*»

Pflichtet man diesem Urtheil ohne Einschränkung bei, *so muss insbesondere noch hervorgehoben werden, dass kein Mathematiker um die analytische Darstelluug des Bernoulli'schen Theorems grössere Verdienste hat als Moivre.* Nicht von vorneherein von einer so hohen philosophischen Warte ausschauend wie Jakob Bernoulli und sich demnach nicht weiter über die Wahrscheinlichkeit a posteriori verbreitend, schenkte Moivre der mathematischen Analyse des Problems sein Hauptinteresse, und erfolgreich hat er die heutigen Methoden und Resultate der analytischen Darstellung desselben im Prinzip gegeben.

Es gelang Moivre nicht nur, mit Stirlings Hülfe einen leicht zu berechnenden Ausdruck für die Fakultät zu finden, sondern er hat auch schon als Summe von Termen einer binomischen Entwicklung innerhalb gewisser Grenzen den Laplace'schen Integralausdruck gegeben.

Denn:

Bezeichnet M das Mittelglied der Entwicklung von $(1+1)^n$, M_l das um ein Intervall von l Gliedern entfernte Glied, so wird nach Moivre (v. Zusatz 2)**):

$$1)\quad \frac{M_l}{M} = e^{-\frac{2l^2}{n}} = 1 - \frac{2l^2}{n} + \frac{4l^2}{2n^2} + \frac{8l^6}{6n^3} \pm \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

Wie nun Moivre die Summe der Terme zwischen M und M_l gefunden, sagt er nirgends; es lässt sich aber annehmen, dass er die Ausdrücke der linken Seite der folgenden Gleichung in Exponentialreihen entwickelt und summirt hat:

$$\frac{M_l}{M} + \frac{M_{l-1}}{M} + \ldots \frac{M_1}{M} + \frac{M}{M} = e^{-\frac{2l^2}{n}} + e^{-\frac{2(l-1)^2}{n}} + e^{-\frac{2(l\cdot 2)^2}{n}} + \ldots . e^{\frac{2}{n}} + e^0,$$

woraus sich ergibt

$M_l + M_{l-1} + \ldots . + M_1 + M = M$. [Summe der Exponentialr.]

Moivre erhält dann, indem er noch durch die Summe der ganzen Entwicklung dividirt den Ausdruck:

$$\frac{2}{\sqrt{2n\pi}}\left\{1 - \frac{2l^3}{1\,.\,3n} + \frac{4l^5}{2\,.\,5n^2} - \frac{8l^7}{6\,.\,7n^3} + \frac{16l^9}{24\,.\,9n^4} \mp \ldots \text{ in inf.}\right\}.$$

*) Todhunter, History of the Prob. p. 198.

**) Bei den folgenden Hinweisen auf Zusätze sind immer diejenigen in Moivre's Abhandlung gemeint.

Man wird sich nun leicht überzeugen, dass der Ausdruck in Parenthese weniger jene [Summe der Exponentialgrössen] darstellt, sondern genau das unbestimmte Integral der Reihe in Gleichung 1), d. h., Moivre nimmt für das Verhältniss der Summe der Terme von M bis M_l (inclus. die äussersten) zur Summe aller Terme das bestimmte Integral, welches man gewöhnlich als Laplace'sches bezeichnet

$$\frac{2}{\sqrt{2n\pi}} \int_0^l e^{-\frac{2x}{n}} dx.$$

Um die Wahrscheinlichkeit zu erhalten, dass bei n Versuchen die Zahl der günstigen Beobachtungen sich innerhalb der Grenzen $\frac{n}{2} \pm l$ liege, verdoppelt Moivre den Werth jenes Integrals (Zusatz 3) und erhält somit allgemein für die bezeichnete Wahrscheinlichkeit:

$$W = \frac{4}{\sqrt{2n\pi}} \int_0^l e^{-\frac{2x^2}{n}} dx,$$

oder im besondern Fall, wenn $l = \frac{1}{2}\sqrt{n}$ gesetzt wird

$$W = 0{,}682688.$$

Für den Fall, in welchem die entgegengesetzten einfachen Wahrscheinlichkeiten ungleich sind, würde Moivre nach Zusatz 9 für W erhalten:

$$W = \frac{2(a+b)}{\sqrt{2abn\pi}} \int_0^l e^{-\frac{a+b}{2abn}x^2} dx.$$

Dieser Deduction haften zwei Ungenauigkeiten an. Zunächst wird das *mittlere grösste Glied zweimal gezählt.* Dieser Fehler compensirt sich zwar bei gleichen einfachen und entgegengesetzten Wahrscheinlichkeiten, wenn die Versuchszahl n als ungerade Zahl vorausgesetzt wird, in welchem Falle dann 2 Mittelglieder vorhanden sind.

Im Weiteren *benützt Moivre offenbar die Summationsformel:*

$$\sum_{x=0}^{x=l} \varphi(x) = \int_0^l \varphi(x)\, dx.$$

Wie aber im nächsten Abschnitt gezeigt werden soll, hat Maclaurin zuerst gefunden und Euler es auf andere Weise bestätigt, dass für eine stetige, nach endlichen Incrementen fortschreitende Funktion in erster Näherung die Formel gilt (wenn die Variable sehr gross wird):

$$\sum_{x=0}^{x=l} \varphi(x) = \int_0^{l+1} \varphi(x)\, dx - \frac{1}{2}\Big[\varphi(x)\Big]_0^{l+1}.$$

Darnach würde, bei gleichen entgegengesetzten, constanten Wah scheinlichkeiten, wenn man die *Moivre'sche Funktion* $e^{-\frac{2x^2}{n}}$, d Stetigkeit besitzt und für x = o ein Maximum liefert, statt φ (setzt und unter der Voraussetzung, dass die Versuchszahl n eine g rade ist,

$$W = \frac{2}{\sqrt{2n\pi}}\left[2\int_0^{l+1} e^{-\frac{2x^2}{n}}\, dx - e^{-\frac{2(l+1)^2}{n}}\right]$$

und im andern Falle, wenn die Versuchszahl ungerade,

$$W = \frac{2}{\sqrt{2n\pi}}\left[2\int_0^{l+1} e^{-\frac{2x^2}{n}}\, dx - e^{-\frac{2(l+1)^2}{n}} + 1\right].$$

Ungeachtet dieser Ungenauigkeiten, die sich wohl begreif lassen, bleibt *Moivre der Schöpfer des Laplace'schen Integrals* und überhaupt das Verdienst. die Infinitesimalrechnung zuerst in der Wa scheinlichkeitstheorie fruchttragend verwerthet zu haben (z. B. a beim Coefflzientenproblem). Ferner hat Moivre *zum ersten* eine *Wahrscheinlichkeitscurve* angenommen, einzelne Flächenth derselben durch mechanische Quadratur bestimmt (Zusatz 6) und de Wendepunkte angegeben*). Interessant ist auch, dass Moivre im F von gleichen entgegengesetzten einfachen Wahrscheinlichkeiten *Wendepunktsordinate* resp. den Term für $l = \frac{1}{2}\sqrt{n}$ (Zusatz 2) *Fehlergrenze wählt.* Diese spielt heute bekanntlich in der Feh theorie**) eine wichtige Rolle, weil sich aus ihr ein charakteristisc Fehler, welcher der Wurzel aus dem mittleren Fehlerquadrat entspri ergibt.

Was die Analysis aus den Moivre'schen Wahrscheinlichkeitsstu für sich gewonnen, braucht nach alledem nicht mehr weiter ausgef zu werden; dagegen möchten wir schliesslich noch der *logis Klarheit und Uebersichtlichkeit* in Moivres analytischen Entwicklun die man bei Stirling oft vermisst und worin Moivre vielleicht Lehrer der Meister in dieser Hinsicht — *Euler* und *Lagrange* — worden ist, lobend gedenken.

*) Vergl. Note 3 im Anhang.

**) S. Hagen, Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung, p. 73 ff.

VI.

20. Zeigte sich im letzten Abschnitt die Unzulänglichkeit des Moivre'schen Verfahrens für die Ueberführung einer nach endlichen Incrementen fortschreitenden Summe zum Integral, so geht hinwieder aus den Abschnitten III und IV hervor, dass die Summationsformeln von Moivre und Stirling zur angenäherten Bestimmung eines Werthes für Log $\Gamma(x+1)$ mehr empirischer Natur waren und daher der Allgemeingültigkeit ermangelten. Aber bis um die Mitte des vorigen Jahrhunderts hatte sich die Analysis schon bedeutend entwickelt, und es musste sich in der Reihentheorie selbst das Bedürfniss nach allgemeinen Summationsformeln geltend machen.

*Maclaurin**) war der erste, der auf Grund der von *Newton* begründeten mechanischen Quadratur eine allgemeinere Summationsformel für Reihen mit endlichen Differenzen aufstellte. Er betrachtet**) eine parabolische Curve von der Gleichung:

$$y = A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \ldots\ldots\ldots,$$

oder wenn a die Anfangsordinate bezeichnet,

$$y = a + \frac{zda}{dz} + \frac{z^2d^2a}{2!\,dz^2} + \frac{z^3d^3a}{3!\,dz^3} + \ldots\ldots\ldots$$

Maclaurin setzt nun $dz = 1$ und bezeichnet mit A, B, C, D, ... die Flächen, deren gemeinsame Basis gleich dz und deren Ordinaten respective y, dy, d^2y, d^3y ..... sind und findet für

$$A = a + \frac{da}{2!} + \frac{d^2}{3!} + \frac{d^3a}{4!} + \ldots\ldots\ldots$$

dann wird

$$a = A - \frac{da}{2!} - \frac{d^2a}{3!} - \frac{d^3a}{4!} - \ldots\ldots\ldots$$

Werden nun auf analoge Weise da, d^2a, d^3a, d^4a ..... bestimmt, wie z. B.

$$da = B - \frac{d^2a}{2!} - \frac{d^3a}{3!} - \frac{d^4a}{4!} - \ldots\ldots\ldots$$

.....

so ergibt sich schliesslich durch Substitution:

$$a = A - \frac{B}{2} + \frac{C}{12} - \frac{E}{720} + \frac{G}{30240} \mp \ldots\ldots\ldots$$

oder allgemein:

*) Colin Maclaurin, geboren zu Killnodden in Schottland im Jahre 1698, war Professor der Mathematik zu Aberdeen und Edinburgh. Er starb 1746.

**) Treatise of Fluxions (Edinburgh 1742) art. 830. a. fs.

$$a = A - KB + LC - MD + NE \mp \ldots\ldots\ldots$$

worin die Coefflzienten K, L, M, N ....., wenn man $k = \frac{1}{2!}$, $l = \frac{1}{3!}$, $m = \frac{1}{4!}$, ... setzt, nach folgendem Gesetze fortschreiten:

$$K = k = \frac{1}{2}$$

$$L = kK - l = \frac{1}{12}$$

$$M = kL - lK + m = 0$$

$$N = kM - lL + mK - n = -\frac{1}{720}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

so dass also die Coefflzienten der Flächen D, F, H .... verschwinden. Nun ist A gleich dem Integral von ydz, B dasjenige von dy dz, C von d^2y dz, ..., alle Integrale innerhalb der Grenzen o und dz = 1 genommen. Daher ist B gleich der Differenz der Ordinaten $y_1 - y_0 = y_1 - a$, und C ist gleich der Differenz der ersten Ableitungen dieser Ordinaten nach z, E und G gleich der Differenz der 3. resp. der 5. Ableitungen derselben Ordinaten, ... Bezeichnet man diese Differenzen mit α, β, γ, δ, ..., so wird a oder:

$$y_0 = A - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{12} - \frac{\gamma}{720} + \frac{\delta}{30240} \pm \ldots\ldots\ldots$$

Setzt man nun eine Basis z_0 z_n in n aequidistante Theile zerlegt voraus, von denen jeder Theil gleich dz = 1 sei, bezeichne S die Summe der aequidistanten Ordinaten $y_0 + y_1 + y_2 + \ldots y_{n-2} + y_{n-1}$, sei ferner nach gegebener Definition $\alpha = y_n - y_0$,

$$\beta = \frac{dy_n}{dz} - \frac{dy_0}{dz}, \quad \gamma = \frac{d^3y_n}{dz^3} - \frac{d^3y_0}{dz^3}, \ldots, \text{ so ist}$$

$$S = A - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{12} - \frac{\gamma}{720} + \frac{\delta}{30240} \pm \ldots\ldots\ldots$$

Dies ist die Summationsformel von Maclaurin für den Fall eines Incrementes gleich 1; für ein beliebiges Increment h erhält derselbe analog die Formel:

$$S = \frac{A}{h} - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta h}{12} - \frac{\gamma h^3}{720} + \frac{\delta h^5}{30240} \mp \ldots\ldots\ldots$$

Erinnert man sich, dass A die Fläche der Curve von z_0 bis z_n ist und denkt man an die Bedeutung von α, β, γ . . . . , so ist leicht die Identität der letztern Formel mit der folgenden, nämlich mit der Euler'schen (für h = 1)

$$\sum_{z=0}^{z=n-1} y_z = \int_0^n y\,dz - \frac{1}{2}\left[y_z\right]_0^n + \left[\frac{B_{(1)}}{2!}\frac{dy}{dz}\right]_0^n - \left[\frac{B_{(2)}}{4!}\frac{d^3y}{dz^3}\right]_0^n \mp \ldots\ldots\ldots,$$

worin $B_{(1)}$, $B_{(2)}$, $B_{(3)}$ .... die Bernoulli'schen Zahlen bedeuten, festzustellen.

21. *Euler* gibt die Formel auf rein analytischem Wege in den Inst. Calcul. Different. p. II c. V: «Investigatio summae serierum ex Termino generali». Sei

$$y = f(x), \text{ dann wird:}$$

$$v = f(x-1) = y - \frac{dy}{dx} + \frac{d^2y}{2!\,dx^2} - \frac{d^3y}{3!\,dy^3} \mp \ldots\ldots\ldots$$

Nun ist, wenn man mit A den Werth für x = o bezeichnet. $\Sigma v = \Sigma y - y + A$, und substituirt man diesen Werth in die Gleichung:

$$\Sigma v = \Sigma y - \Sigma\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2!}\Sigma\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^3y}{dx^3} \mp \ldots\ldots\ldots,$$

so kommt:

$$y - A = \Sigma\frac{dy}{dx} - \frac{1}{2!}\Sigma\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^3y}{dx^3} \mp \ldots\ldots\ldots$$

Setzt man $\frac{dy}{dz} = z$, so ergibt sich durch Substitution:

$$\Sigma z = \int z\,dx + \frac{1}{2!}\Sigma\frac{dz}{dx} - \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^2z}{dx^2} \mp \ldots\ldots\ldots$$

$+$ Constante.

Es ist aber ebenso:

$$\Sigma\frac{dz}{dx} = z + \frac{1}{2!}\Sigma\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^3z}{dx^3} \mp \ldots\ldots\ldots$$

$$\Sigma\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{dz}{dx} + \frac{1}{2!}\Sigma\frac{d^3z}{dx^3} - \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^4z}{dx^4} \mp \ldots\ldots\ldots$$

. . . . . .

Diese Werthe in die Gleichung für Σz eingesetzt, ergibt die neue Formel:

$$\Sigma z = \int z\,dz + \alpha z + \beta\frac{dz}{dx} + \gamma\frac{d^2z}{dx^2} + \ldots\ldots\ldots,$$

und zur Bestimmung der Coefflzienten $\alpha, \beta, \gamma, \ldots\ldots$ ergeben sich die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha - \frac{1}{2} = 0 & \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{6} = 0 & \beta = \frac{1}{12} \\ \gamma - \frac{\beta}{2} + \frac{\alpha}{6} - \frac{1}{24} = 0 & \gamma = 0 \\ \delta - \frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{6} - \frac{\alpha}{24} + \frac{1}{120} = 0. & \delta = \frac{1}{720} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \text{also:}$$

Das Fortschreitungsgesetz der Coefflzienten findet Euler nach einer längeren Untersuchung über die Bernoullischen Zahlen, die hier nicht ausgeführt werden soll, als folgendes: $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{B_{(1)}}{2!}$, $\gamma = 0$, $\delta = -\frac{B_{(2)}}{4!}$, $\varepsilon = 0$, ... und demnach wird seine Summenformel:

$$\Sigma z = \int z\, dx + \frac{1}{2} z + \frac{B_{(1)}}{2!} \cdot \frac{dz}{dx} - \frac{B_{(2)}}{4!} \cdot \frac{d^3 z}{dx^3} + \frac{B_{(3)}}{6!} \cdot \frac{d^5 z}{dx^5} - \frac{B_{(4)}}{8!} \cdot \frac{d^7 z}{dx^7} \pm \ldots + \text{Const.}$$

Aus dieser von Euler gegebenen Form erhält man sofort durch Subtraktion von z und durch Annahme von Grenzen, wenn man $z = \varphi(x)$ setzt, die folgende:

$$\sum_{x=0}^{x=x} \varphi(x) = \int_0^x \varphi(x)\, dx - \frac{1}{2}\left[\varphi(x)\right]_0^x + \left[\frac{B_{(1)}\varphi'(x)}{2!}\right]_0^x - \left[\frac{B_{(2)}\varphi'''(x)}{4!}\right]_0^x + \left[\frac{B_{(3)}\varphi^{(V)}(x)}{6!}\right]_0^x \mp \ldots\ldots$$

22. Unter den zahlreichen Anwendungen, die Euler von dieser Formel macht, findet sich (im nämlichen Kapitel, Art. 157) auch diejenige zur *Ermittlung eines Näherungswerthes für Log Γ(x+1)**). Ist $z = \text{Log } x$, so wird:

$$\sum_{x=1}^{x=x} \text{Log } x = x \text{ Log } x - x + \frac{1}{2}\text{Log } x - \frac{B_{(1)}}{1.2.x} - \frac{B_{(2)}}{3.4\,x^3} \pm \ldots + C.$$

und für $x = 1$, folgt

$$C = 1 - \frac{B_{(1)}}{1.2} - \frac{B_{(2)}}{3.4} - \frac{B_{(3)}}{5.6} \pm \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

*) Die [illegible] Darstellung gab übrigens schon Maclaurin mittelst seiner Summationsformel, s. Traité de fluxions art. 842.

Nun ist nach der Formel von Wallis:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \ldots\ldots (2x-2)2x}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \ldots\ldots (2x-1)(2x-1)} \qquad (\text{für } x = \infty)$$

somit

$$\text{Log } \pi - \text{Log } 2 = 2 \text{ Log } 2 + 2 \text{ Log } 4 + 2 \text{ Log } 6 + \ldots + \text{Log } 2x - 2 \text{ Log } 1 - 2 \text{ Log } 3 - 2 \text{ Log } 5 \ldots\ldots$$

Weil aber für $\lim x = \infty$:

$$\sum_{x=1}^{x=x} \text{Log } x = C + (x + \frac{1}{2}) \text{ Log } x - x$$

$$\sum_{x=1}^{x=2x} \text{Log } x = C + (2x + \frac{1}{2}) \text{ Log } 2x - 2x$$

$$\sum_{x=1}^{x=x} \text{Log } 2x = C + (x + \frac{1}{2}) \text{ Log } x + x \text{ Log } 2 - x,$$

so folgt aus den beiden letzten Gleichungen:

$$\text{Log } 1 + \text{Log } 3 + \text{Log } 5 + \ldots \text{Log}(2x-1) = x \text{ Log } x + (x + \frac{1}{2}) \text{Log } 2 - x,$$

also für $\lim x = \infty$:

$$\text{Log } \frac{\pi}{2} = 2C + (2x+1) \text{ Log } x + 2x \text{ Log } 2 - \text{Log } 2 - \text{Log } x - 2x - 2x \text{ Log } x - (2x+1) \text{ Log } 2 + 2x$$

$$\text{Log } \frac{\pi}{2} = 2C - 2 \text{ Log } 2, \quad C = \frac{1}{2} \text{ Log } 2\pi.$$

Es ergibt sich somit für

$$\lim_{x=\infty} \sum_{x=1}^{x=x} \text{Log } x = \frac{1}{2} \text{ Log } 2\pi + (x + \frac{1}{2}) \text{ Log } x - x, \text{ oder}$$

$$\lim x = \infty \quad x! = \sqrt{2\pi} + x^{x+\frac{1}{2}} e^{-x}.$$

23. Die Summationsformel von Euler und Maclaurin ist aber nicht nur geeignet für die Darstellung eines Näherungswerthes für $\text{Log } \Gamma(x+1)$, sondern auch *zweckmässig zur Summation der binomischen Terme* in derjenigen Form, in der sie nach Anwendung der sog. Stirling'schen Formel bei der Darstellung des Bernoulli'schen Theorems erscheinen, und in der That ist seit Laplace, der jene Formel von Euler und Maclaurin zuerst für den bezeichneten Zweck verwendete*), kein anderes Summationsverfahren gefunden worden. *Jene Formel ersetzt somit in hinreichender Weise die mühsamen empirischen Methoden Moivre's zur Ermittlung eines Näherungswerthes für den Bernoulli'schen Summenausdruck.*

*) S. Note 1 im Anhang.

Der geniale Laplace hat zum ersten Male mittelst seiner «fonctions génératrices» eine noch allgemeinere Methode angegeben, um einen Näherungswerth für Log $\Gamma(x+1)$ zu erhalten, nach welcher auch die Constante ohne Benutzung der Wallisischen Formel direct aus der Entwicklung hervorgeht*); er hat auch, nach dem Vorgange von Lagrange, die Euler-Maclaurin'sche Summationsformel auf anderem Wege gefunden. Aber Laplace räumt seinen «fonctions génératrices» gewiss einen zu grossen Einfluss auf die Darstellung des Bernoulli-schen Theorems ein, wenn er schreibt**): «Le calcul des fonctions génératrices, appliqué à cet objet, non seulement démontre avec facilité ce théorème, mais de plus il donne la probabilité que le rapport des évènemens observés ne s'écarte que dans certaines limites du vrai rapport de leurs possibilités respectives»; denn alle diese Consequenzen sind in genügend allgemeiner Weise schon mit Hülfe der Formel von Euler und Maclaurin zu ziehen. Schon vor Laplace, um die Mitte des vorigen Jahrhunderts, wäre es möglich gewesen, dem Bernoulli-schen Theorem diejenige analytische Form zu geben, die es heute besitzt. Der Grund, warum es nicht geschehen, liegt darin, dass sich von Moivre bis auf Laplace kein Mathematiker in productiver Weise auf diesem Gebiete bethätigte.

* * *

24. Die Ergebnisse des historischen Theiles dieser Arbeit, der die Entwicklungsgeschichte des Bernoulli'schen Summenausdruckes zum Laplace'schen Integralausdruck geben sollte, fassen wir folgendermassen zusammen:

1. Jakob Bernoulli I. hat nicht versucht, einen Näherungswerth für

$$\sum_{m=\mu p-l}^{m=\mu p+l} \frac{\mu!}{m!\,n!} p^m q^n$$

zu geben. Weil er das nach ihm benannte Theorem nur als Hülfssatz seiner Theorie der Wahrscheinlichkeit a posteriori betrachtete, genügte ihm der ganz allgemein gegebene Nachweis, dass mit der Vermehrung der Beobachtungen auch die Wahrscheinlichkeit immer grösser wird, dass die Erfahrungswahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich seiner absoluten wird.

*) Vgl. Note 4 im Anhang.

**) Essai philosophique sur les probabilités p. 74. Théorie anal. des probab., introduction p. XLVIII.

2. Abraham de Moivre gab im Prinzip die Laplace'sche Analyse des Bernoulli'schen Theorems. Er fand nicht nur Näherungswerthe für den Binomialcoeffizienten und für $\Gamma(x)$, sondern gab auch das Laplace'sche Integral als Summe des Bernoulli'schen Ausdrucks in der Form von

$$\frac{2(p+q)}{\sqrt{2pq\mu\pi}} \int_0^1 e^{\frac{p+q}{2pq\mu} x^2} dx.$$

3. James Stirling hat, auf Anregung Moivre's, den cyklometrischen Charakter der den Näherungswerth für $\Gamma(x)$ und das Laplace'sche Integral begleitenden Constanten erkannt.

4. Aber erst der Summationsformel, welche von Maclaurin, dann von Euler gefunden worden ist, verdankt das Bernoulli'sche Theorem die allgemeine Entwicklung jener exakten analytischen Form, die ihm von Laplace gegeben wurde.

VII.

25. Der jetzt folgende Abschnitt gibt *eine Verallgemeinerung der Serret'schen Ableitung der Stirling'schen Formel.*

Die ersten Darsteller dieser Formel benutzten zur Bestimmung der Constanten die Formel von Wallis. Nun hat *J. A. Serret* in einem Mémoire sur l'évaluation approchée du produit 1 . 2 . 3 . . . . . x, lorsque x est un très grand nombre, et sur la formule de Stirling*) auf elegante Weise gezeigt, dass *die Formel von Wallis zur Ableitung derjenigen von Stirling vollkommen hinreichend ist.* Er sagt darüber einleitend: » . . . . . Or, cette simple formule de Wallis suffit, à elle »seule, pour établir complètement celle de Stirling et la déduction est »si facile que la deuxième formule peut être regardée avec raison comme »une transformée de la première.« Serret's Darstellung ist die folgende:

Die Formel von Wallis ist:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 . 2 . 4 . 4 . 6 . 6 . . . . (2x-2)(2x-2)2x}{1 . 3 . 3 . 5 . 5 . 7 . . . . 2(x-3)(2x-1)(2x-1)} \cdot \frac{1}{(2x-1)}, \quad (\text{für } x = \infty)$$

und sie nimmt die sehr einfache Form**) an:

---

*) Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, année 1860, t. I. p. 1662.

**) Die Transformation ergibt zunächst:

$$S(x) = \frac{2}{\pi} \frac{[(x-1)!]^4 2^{4(x-1)} . 2x}{[(2x-1)!]^2} = \frac{1}{\pi x} \frac{(x!)^4 2^{4x}}{[(2x)!]^2}.$$

dann nach einfacher Umformung

$$S(x) = \left[\frac{x!}{x^x \sqrt{2\pi x}}\right]^4 : \left[\frac{(2x)!}{(2x)^{2x}\sqrt{4\pi x}}\right]^2 = \frac{[\varphi(x)]^2}{\varphi(2x)}.$$

1. $$\frac{[\varphi(x)]^2}{\varphi(2x)} = 1 \qquad (\text{für } x = \infty)$$

wenn man mit $\varphi(x)$ entweder den Ausdruck:

$$\frac{1.2.3 \ldots\ldots x}{\sqrt{2\pi}\, x^{x+\frac{1}{2}}}$$

oder das Produkt dieses Quotienten mit einer Exponentialfunktion von der Form a^x bezeichnet, wobei a eine beliebige positive Constante bedeutet. Die Gleichung 1) gilt also auch, wenn man setzt:

2. $$\varphi(x) = \frac{1.2.3 \ldots x}{\sqrt{2\pi}\, e^{-x}\, x^{x+\frac{1}{2}}}.$$ (e = Basis der natür. Logarith.)

Aus dieser Gleichung folgt:

3. $$\frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = \frac{1}{l}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+\frac{1}{2}} = e^{-1+(x+\frac{1}{2})\,\mathrm{Log}(1+\frac{1}{x})}.$$

Da $x > 1$, wird, wenn Θ' und Θ'' zwei Grössen bezeichnen, die sich zwischen 0 und 1 bewegen,

$$\mathrm{Log}\left(1+\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} - \frac{\Theta'}{2x^2} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + \frac{\Theta''}{3x^3}$$

folglich

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)\mathrm{Log}\left(1+\frac{1}{x}\right) = 1 + \left(\frac{\Theta''}{3} - \frac{\Theta'}{4}\right)\frac{1}{x^2} = 1 + \frac{\Theta}{x^2},$$

wo Θ zwischen — 1 und + 1 gelegen ist, daher

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = e^{\frac{\Theta}{x^2}}.$$

Aendert man nun successive x in $x+1$, $x+2$, $\ldots$ $2x-1$, und bezeichnet man mit Θ_1, Θ_2, Θ_3, $\ldots$ Θ_{x-1} Grössen, die zwischen — 1 und + 1 liegen, so wird

$$\frac{\varphi(x+1)}{\varphi(x+2)} = e^{\frac{\Theta_1}{(x+1)^2}},\ \frac{\varphi(x+2)}{\varphi(x+3)} = e^{\frac{\Theta_2}{(x+2)^2}},\ \ldots\ldots\ \frac{\varphi(2x-1)}{\varphi(2x)} = e^{\frac{\Theta_{x-1}}{(2x-1)^2}}.$$

Multiplizirt man alle diese Gleichungen und beobachtet, dass

$$\frac{\Theta_0}{x^2} + \frac{\Theta_1}{(x+1)^2} + \ldots\ldots \frac{\Theta_{x-1}}{(2x-1)^2} < \frac{1}{x},$$

so kann man schreiben:

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = e^{\frac{\Theta}{x}},$$

wo Θ eine Grösse ist, die zwischen — 1 und + 1 liegt, und wird $x = \infty$, so hat man

4. $$\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = 1. \qquad (\text{für } x = \infty).$$

Dividirt man nun Gleichung 1) durch 4) so kommt:

$$\varphi(x) = 1 \qquad (\text{für } x = \infty)$$

d. h. nach Formel 2):

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots x = \sqrt{2\pi}\, e^{-x}\, x^{x+\frac{1}{2}}\, (1 + \varepsilon_x),$$

wo ε_x eine Grösse ist, die für $x = \infty$ zu 0 wird.

26. Ist nun diese von Serret gegebene Darstellung eines Näherungswerthes für $\Gamma(x+1)$ auch die einfachste und eleganteste, die je gegeben wurde, so erscheint sie doch einer Verallgemeinerung fähig zu sein. Wenn man die von Serret gefundene Funktion mit S(x) bezeichnet, so ergibt sich aus der Formel von Wallis für

$$\lim_{x=\infty} S(x) = \left[\frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}}\right]^4 : \left[\frac{(2x)!}{(2x)^{2x}\sqrt{4\pi x}}\right]^2 = 1,$$

oder wenn man den Ausdruck

$$\frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}}$$

mit $\varphi(x)$ bezeichnet, so wird

$$1)\quad \lim_{x=\infty} S(x) = \frac{\varphi^2(x)}{\varphi(2x)} = 1.$$

Serret setzt aber die Funktion

$$\frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}\; e^{-x}} = \varphi(x).$$

Diese Erweiterung von S(x) mit e^{4x} ist in der That beim Gedanken an den Stirling'schen Näherungswerth für x! sehr naheliegend.

Aber im allgemeineren Falle *muss jene Exponentialgrösse erst im Verlaufe der Entwicklung als gewisse Bedingung sich darstellen*, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

Es sei also

$$\varphi(x) = \frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}},$$

$$\lim_{x=\infty} S(x) = \frac{\varphi^2(x)}{\varphi(2x)} = 1.$$

Wie finden wir hieraus einen Werth für x!? Offenbar, wenn es gelingt, nachzuweisen, unter welcher Bedingung

$\lim\limits_{x=\infty} \dfrac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = 1$ ist. Denn alsdann wird

$$\lim_{x=\infty} \frac{\frac{\varphi^2(x)}{\varphi(2x)}}{\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)}} = \varphi(x) = \frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}} = 1.$$

Es soll nun untersucht werden, unter welchen Bedingungen $\lim_{x=\infty} \frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = 1$ ist.

Dazu ist

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+\frac{1}{2}}$$

und $\operatorname{Log}\frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = 1 + \frac{1}{12x^2} - \frac{1}{12x^3} + \cdots + \frac{(n-1)(-1)^n}{2n(n+1)x^n} + \cdots$ in inf.

Die Reihe ist, da $x > 1$, convergent und die Glieder nehmen, selbst für $x = 1$, schon vom Gliede $-\frac{1}{12x^3}$ an, ab.

Es wird daher

$$2)\begin{cases} \operatorname{Log}\frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = 1 + \frac{\Theta_0}{x^2}, \text{ wo } 0 < \Theta_0 < \frac{1}{12} \\ \operatorname{Log}\frac{\varphi(x+1)}{\varphi(x+2)} = 1 + \frac{\Theta_1}{(x+1)^2}, \text{ wo } 0 < \Theta_1 < \frac{1}{12} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \operatorname{Log}\frac{\varphi(2x-1)}{\varphi(2x)} = 1 + \frac{\Theta_{x-1}}{(2x)^2}, \text{ wo } 0 < \Theta_{x-1} < \frac{1}{12}. \end{cases}$$

Werden die Gleichungen 2) addirt, so findet man

$$3)\ \operatorname{Log}\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = x + \frac{\Theta}{x}, \text{ wo } 0 < \Theta < \frac{1}{12}$$

woraus, wenn man zur Exponentialfunktion übergeht, folgt

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)}\, e^{-x} = e^{\frac{\Theta}{x}}, \text{ oder}$$

$$4)\ \lim_{x=\infty} \frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)}\, e^{-x} = 1.$$

Die Multiplikation mit der Exponentialgrösse e^{-x} ist somit die gesuchte Bedingung für die Existenz der Gleichung:

$$\lim_{x=\infty} \frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = 1.$$

Durch Division der Gleichungen 1) und 4) geht hervor:

$$\lim_{x=\infty} \varphi(x)\, e^{x} = 1, \text{ oder da } \varphi(x) = \frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}},$$

resultirt schliesslich

$$\lim_{x=\infty} x! = x^x\, e^{-x}\sqrt{2\pi x},$$

$$\text{oder } x! = x^x\, e^{-x}\sqrt{2\pi x}\,(1+\omega_x),$$

worin ω_x für $\lim x = \infty$ verschwindet.

Bei der Bestimmung der Grenzen findet man*)

$$x^x\, e^{-x}\, \sqrt{2\pi x} < x! < x^x\, e^{-x+\frac{1}{12}}\, \sqrt{2\pi x} \qquad \text{und}$$

weil die Quantität $\frac{1}{12x}$ schon in der Gleichung 3) als Grenze aufgetreten, hegte ich die Vermuthung, dass sie sich ebenfalls durch die *obige Entwicklung als Grenze finden liesse.* Der Nachweis ist mir aber bis jetzt nicht gelungen.

VIII.

27. Dieser Abschnitt gibt einen *neuen vereinfachten Ausdruck für das Bernoullische Theorem.*

Es wurde im historischen Theil dieser Arbeit gezeigt, wie *Moivre* zuerst für den *Bernoullischen Summenausdruck*

$$W = \sum_{m=\mu p-l}^{m=\mu p+l} \frac{\mu!}{m!\, n!}\, p^m q^n,$$

worin $m + n = \mu$, $p + q = 1$ und $l = \gamma\sqrt{2pqm}$ ist, einen Integralausdruck gegeben hat, welchen alsdann *Laplace* wie in Note 1 im Anhang ersichtlich, mit vollkommeneren Methoden genauer gab durch

$$W = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-t^2} dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu pq}}.$$

Dieser Ausdruck ist seit Laplace unverändert geblieben, man findet ihn heute noch in den besten Handbüchern für Wahrscheinlichkeitsrechnung, so in denen von *Meyer* und *Czuber*, von *Bertrand* u. a. m.

Bei Operationen mit demselben erweist sich jedoch die *Restfunktion* $\frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu pq}}$ als sehr *unbequem.* Um so mehr muss es auffallen, dass seit Laplace noch niemand es versucht hat, dieselbe durch Vereinigung mit dem Integral ihrer isolirten Stellung zu entheben.

Dass dies möglich ist, soll im Folgenden gezeigt werden.

Es sei $y = \frac{\mu}{m!\, n!}\, p^m q^n$ das allgemeine Glied des Binoms $(p + q)^\mu$, worin p und q die bekannte Bedeutung haben. Alsdann wird, wie es schon Laplace gezeigt hat, mit Hülfe der Formel

*) Serret gibt diese Grenzenbestimmung auf hübsche Weise in seinen Cours d'algèbre supérieure (5. éd., Paris 1885) tome II, art. 393, p. 218.

von Stirling und unter Berücksichtigung des Satzes, dass diejenige Combination der Zahlen des Eintreffens und Nichteintreffens des Ereignisses ein Maximum von Wahrscheinlichkeit besitzt, die unter der Relation steht $p : q = m : n$, die Wahrscheinlichkeit, dass bei μ Versuchen das Ereigniss (dessen einfache und konstante Wahrscheinlichkeit gleich p, dessen entgegengesetzte gleich q ist) eine Anzahl Male eintreffe, die zwischen $\mu p \pm l$ liegt, ausgedrückt durch

$$W = \sum_{m=\mu p-l}^{m=\mu p+l} \frac{\mu!}{m!\, n!} p^m q^n = \cdot y_{\nu-1} + y_{\nu-1+1} + \ldots$$

$$+ y_{\nu-1} + y_\nu + y_{\nu+1} + \cdots\cdot y_{\nu+l-1} + y_{\nu+l},$$

worin also in allen Gliedern m durch μp und n durch μq ersetzt ist und y_ν das Maximalglied bedeutet.

Dann kann man setzen:

$$W = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=l} [y_{\nu-\lambda} + y_{\nu+\lambda}] - y_\nu, \text{ oder}$$

$$= \sum_{\lambda=0}^{\lambda=l} \varphi(\lambda) - \frac{1}{2}\varphi(0), \text{ wenn}$$

$$\varphi(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \cdot e^{-\frac{\lambda^2}{2\mu pq}}, \text{ also } \varphi(0) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \text{ ist.}$$

28. So viel mir bekannt ist, wurde der Uebergang von der zuletzt gegebenen Summe zum Integral seit Laplace immer mit Hülfe der Summationsformel von Maclaurin und Euler gemacht. Eine eigene Methode für diesen Uebergang, auf mechanischer Quadratur beruhend, gab mein verehrter Lehrer, Herr Privatdozent *Dr. Ch. Moser* in Bern, der sich bei versicherungstechnischen Arbeiten oft mit dieser Materie beschäftigte, in seiner Vorlesung über das Bernoullische Theorem (im Sommer-S. 1892) und zwar in folgender Weise:

$$\text{Sei } f(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} e^{-\frac{x^2}{2\mu pq}} \text{ und}$$

$$W = \sum_{x=0,\,1,\,2,\,\ldots\,l} f(x) - \frac{1}{2} f(0)$$

Die Funktion f(x) liefert, weil μpq positiv ist, für $x = 0$ ein Maximum und nimmt mit wachsendem x stetig ab. Die rechte Seite

der Gleichung für W kann, da x nur die ganzzahligen Werthe 0, 1, 2, ... l betritt, geschrieben werden:

$$W = \frac{1}{2}f(0) + 1 \cdot f(1) + 1 \cdot f(2) + \ldots\ldots\ldots 1 \cdot f(x).$$

Die einzelnen Summanden seien als Rechtecke dargestellt und zwar f(0) mit der Basis $\frac{1}{2}$ und die übrigen Werthe je mit der Basis 1. Werden diese Rechtecke über einer gemeinsamen Grundlinie aneinandergereiht und wird über dieser Grundlinie als Axe der x die Curve f(x) construirt, so schneidet diese die der Basis gegenüberliegenden Seiten der für f(1), f(2) . . . . f(l) erstellten Rechtecke je in der Mitte. Die Fläche, welche von der Grundlinie, den Ordinaten f(0) und $f\left(l + \frac{1}{2}\right)$ und der Curve f(x) eingeschlossen ist, hat zum Ausdrucke: $\int_0^{l+\frac{1}{2}} f(x)\,dx$. Substituirt man diese Fläche für die Summe der Rechtecke, so kommt bei einem einzelnen Rechteck ungefähr ein so grosses Dreieck hinzu, wie die Curve von dem Rechteck abschneidet, — absolut genau, sobald die Curve für ihren über der Basis eines Rechtecks gelegenen Theil als geradlinig betrachtet werden kann. Nur beim ersten Rechteck, $\frac{1}{2}f(0)$, hebt sich das kleine Fehlerdreieck nicht auf. Dieses wird jedoch, da f(x) für $x = 0$ ein Maximum aufweist, sehr klein. In Näherung muss daher gelten:

$$W = \sum_{x = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ l} f(x) - \frac{1}{2} f(0) = \int_0^{l+\frac{1}{2}} f(x)\,dx.$$

Das Resultat, das diese geometrische Ueberlegung liefert, leuchtete mir ein und regte mich an, eine Untersuchung auf analytischem Wege vorzunehmen.

29. Sei also

$$1)\ W = \sum_{x = 0}^{x = l} \varphi(x) - \frac{1}{2}\varphi(0) \text{ oder auch}$$

$$2)\ W = \sum_{x = 0}^{x = l - 1} \varphi(x) + \varphi(l) - \frac{1}{2}\varphi(0).$$

Analog folgt aus Gleichung 5):

$$\int_{l+1}^{l+1-\Theta} \varphi(x)\,dx = -\frac{1}{2}\,\varphi\,(l+1) \quad , \text{ und durch l}$$

wicklung des Integrals links, nach Taylor, wie oben, ergibt wieder:

$$-\Theta\,\varphi(l+1) = -\frac{1}{2}\,\varphi(l+1) \qquad \text{oder}$$

$$\Theta = \frac{1}{2}$$

und

$$W = \int_0^{l+1} \varphi(x)\,dx - \int_{l+1-\frac{1}{2}}^{l+1} \varphi(x)\,dx = \int_0^{l+\frac{1}{2}} \varphi(x)\,dx.$$

30. Es war aber $\varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}}\, e^{-\frac{x^2}{2\mu pq}}$, also wird

$$W = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \int_0^{l+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x^2}{2\mu pq}}\,dx.$$

Oder setzt man $\xi^2 = \varrho\, x^2$, wo $\varrho = \frac{1}{2\mu pq}$,

so wird

$$\xi = x\sqrt{\varrho}\,, \quad d\xi = dx\,\sqrt{\varrho} \quad \text{und} \quad dx = \frac{d\xi}{\sqrt{\varrho}}\,.$$

Für die Grenzen gilt dann:

$$x = 0 \quad , \quad \xi = 0$$

$$x = l + \frac{1}{2} \quad , \quad \xi = \left(l + \frac{1}{2}\right)\sqrt{\varrho} = \gamma$$

und nach einfacher Substitution geht hervor:

$$W = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-\xi^2}\,d\xi.$$

Die dem *Laplace'schen Integralausdrucke anhaftende, bei wendungen desselben lästig werdende Restfunktion ist hier mit Integral vereinigt.* Dabei hat eine Veränderung der oberen G stattgefunden: im Laplace'schen Integral war $\gamma = l\sqrt{\frac{1}{2\mu pq}}$, ist $\gamma = \left(l + \frac{1}{2}\right)\sqrt{\frac{1}{2\mu pq}}$.

$W = \int_0^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx$, wo ε eine kleine Grösse, zwischen 0 und 1 gelegen, ist, die bestimmt werden soll. Zu diesem Zwecke suche ich zu entwickeln

$$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx.$$

7) Man setze $\int \varphi(1) = f(1)$, dann wird

8) $\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx = f(1+\varepsilon) - f(1)$ oder nach Taylor

$$= f(1) + \varepsilon f'(1) + \frac{\varepsilon^2 f''(1)}{2!} + \frac{\varepsilon^3 f'''(1)}{3!} + \ldots \text{ in inf.} - f(1)$$

$$= \varepsilon f'(1) + \frac{\varepsilon^2 f''(1)}{2!} + \frac{\varepsilon^3 f'''(1)}{3!} + \ldots \text{ in inf.}$$

Es ist aber nach 7):

$f'(1) = \varphi(1)$, $f''(1) = \varphi'(1)$, $f'''(1) = \varphi''(1)$, ... ,

somit folgt durch Substitution dieser Werthe in 8):

9) $$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)dx = \varepsilon\varphi(1) + \frac{\varepsilon^2\varphi'(1)}{2!} + \frac{\varepsilon^3\varphi''(1)}{3!} + \ldots \text{ in inf.}$$

Weil $\varepsilon < 1$ ist, so ist die Reihe q) convergent und man erhält unter Vernachlässigung der Glieder von der Ordnung $\frac{1}{\mu}$ in erster Näherung:

$$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx = \varepsilon\,\varphi(1).$$

Es war aber nach 6):

$$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx = \frac{1}{2}\,\varphi(1) \quad , \text{ also}$$

$$\varepsilon\,\varphi(1) = \frac{1}{2}\,\varphi(1) \quad \text{oder}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \quad .$$

Daher wird:

$$W = \int_0^1 \varphi(x)\,dx + \int_1^{1+\frac{1}{2}} \varphi(x)\,dx = \int_0^{1+\frac{1}{2}} \varphi(x)\,dx.$$

Der l^{te} Term nach dem grössten M ist gleich

$$\frac{\mu!}{(m-l)!\,(n+l)!}\; p^{m-l}\, q^{n+l}.$$

Nun ist

$$1\,.\,2\,.\,3\,\ldots\,n = n^{n+\frac{1}{2}}\, l^{-n}\sqrt{2\pi}\,\left\{1 + \frac{1}{12n} + \cdots\right\}$$

und es wird

$$\frac{1}{(m-l)!} = (m-l)^{l-m-\frac{1}{2}}\,\frac{e^{m-l}}{\sqrt{2\pi}}\left\{1 - \frac{1}{12(m-l)} - \cdots\right\}$$

$$\frac{1}{(n-l)!} = (n-l)^{l-n-\frac{1}{2}}\,\frac{e^{n-l}}{\sqrt{2\pi}}\left\{1 - \frac{1}{12(n-l)} - \cdots\right\}$$

Durch logarithmische Entwicklung und unter Vernachlässigung der Gl
von der Ordnung $\frac{1}{\mu}$ wird

$$(m-l)^{l-m-\frac{1}{2}} = e^{l-\frac{l^2}{2m}}\, m^{l-m-\frac{1}{2}}\left\{1 + \frac{l}{2m} - \frac{l^2}{6m^2}\right\}$$

$$(n+l)^{-l-n-\frac{1}{2}} = e^{-l-\frac{l^2}{2n}}\, n^{-l-n-\frac{1}{2}}\left\{1 + \frac{l}{2n} - \frac{l^2}{6n^2}\right\}.$$

Weil $p = \frac{m+s}{\mu+1}$ ist $(s < 1)$, so kann man setzen: $p = \frac{m-\zeta}{\mu}$,
ζ sich in den Grenzen $\frac{n}{\mu+1}$ und $-\frac{\mu-n}{\mu+1}$ bewegt, also ein ä
Bruch ist. Dann wird $q = \frac{n+\zeta}{\mu}$ und man hat

$$p^{m-l}\, q^{n+l} = \frac{m^{m-l}\, n^{n+l}}{\mu^{\mu}}\left\{1 + \frac{\mu\zeta l}{m\,n}\right\},$$

woraus sich ergibt

$$\frac{\mu!}{(m-l)!\,(n+l)!}\; p^{m-l}\, q^{n+l} = \frac{\sqrt{\mu}\; e^{-\frac{\mu l^2}{2mn}}}{\sqrt{2\pi mn}}\left\{1 + \frac{\mu\zeta l}{m\,n} + \frac{l(n-m)}{2mn} - \frac{l^2}{6m^2} + \frac{l^2}{6n}\right.$$

Nimmt man in der letzten Gleichung l negativ, so erhält man e
Ausdruck für den Term, der dem grössten um l Glieder vorausgeht,
die Summe der beiden ist gleich

$$\frac{2\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}}\, e^{-\frac{\mu l^2}{2mn}}$$

Nun wird die Summe derjenigen Terme in der Entwicklung von $(p +$
welche gelegen sind zwischen 2 Termen, die nach links und rechts a
distant um l Terme vom grössten M abstehen (inclus. die äusser
ausgedrückt durch das endliche Integral:

$$\sum_{l=0}^{l=l} \frac{2\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}}\; e^{-\frac{\mu l^2}{2mn}} - \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}},$$

wobei berücksichtigt ist, dass man das grösste Glied, welches man für $l = 0$ bekommt, nur einmal zu zählen hat.

Wenn nun y_l eine Funktion von l bezeichnet, so gilt die Formel (nach Maclaurin und Euler):

$$\sum y_l = \int y_l dl - \frac{1}{2} y_l + \frac{1}{12}\frac{dy}{dl} + \cdots + \text{Const.},$$

welche sich in unserm Falle, wo $y_l = \frac{2\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}} e^{-\frac{\mu l^2}{2mn}}$ ist, und die erste Derivirte nach l von der Ordnung $\frac{1}{\mu}$ wird und vernachlässigt werden kann, in erster Näherung reduzirt auf:

$$\sum y_l = \int y_l dl - \frac{1}{2} y_l + \text{Const.}$$

Und nimmt man rechts die bestimmten Integrale (deren obere Grenze um eine Einheit höher ist als bei der Summe links) so wird, wenn man das Maximalglied für $l = 0$ mit Y bezeichnet:

$$\sum_{\lambda=0}^{\lambda=l-1} y_\lambda = \int_0^l y d\lambda - \frac{1}{2} y_l + \frac{1}{2} Y \text{ oder auch}$$

$$\sum_{\lambda=0}^{\lambda=l} y_\lambda = \int_0^l y d\lambda + \frac{1}{2} y_l + \frac{1}{2} Y.$$

Substituirt man nun für y_l und für Y die gegebenen Werthe in den Ausdruck 1), so wird derselbe, wenn man $t = \frac{l\sqrt{\mu}}{\sqrt{2mn}}$ setzt, gleich

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{l\sqrt{\frac{\mu}{2mn}}} e^{-t^2} dt + \frac{e^{-t^2}\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}}$$

Weil nun $m = \mu p + \zeta$, $(\zeta < 1)$, so hat man

$$\frac{m+l}{\mu} - p = \frac{l+\zeta}{\mu} = \frac{t\sqrt{2mn}}{\mu\sqrt{\mu}} + \frac{\zeta}{\mu},$$

also drückt die Formel 2) die Wahrscheinlichkeit aus dafür, dass die Differenz zwischen dem Verhältniss der Zahl des Eintreffens des Ereignisses E zu μ, der Gesammtzahl aller Versuche und der einfachen Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses E innerhalb der Grenzen

$$\pm \frac{t\sqrt{2mn}}{\mu\sqrt{\mu}} + \frac{\zeta}{\mu}$$

gelegen ist.

Note 2. In Propos. XXI *interpolirt Stirling die Fakultätenreihe* 1, 1, 1 . 2, 1 . 2 . 3, 1 . 2 . 3 . 4, ... und *zwar speciell das zwischen 1 und 1 liegende Glied.*

Wegen der stark vorhandenen Divergenz der Differenzen der Reihe interpolirt er deren Logarithmenreihe, sucht zunächst den Logarithmenterm zwischen 10! und 11! und findet*) dafür 7.0 755 259 569 dem als Numerus 11899423. 08 entspricht. In Propos. XVI hat Stirling aber zugleich gezeigt, dass, wenn die intermediären Glieder der obigen Fakultätenreihe mit a, b, c, d, ... bezeichnet werden, die Relationen bestehen: $b = \frac{3}{2} a$, $c = \frac{5}{2} b$, $d = \frac{7}{2} c$ . . . . . Indem er nun das Glied zwischen 10! und 11! successive durch $\frac{19}{2}, \frac{19}{2}, \frac{17}{1}, \ldots\ldots \frac{3}{2}$ dividirt, erhält er für das gesuchte intermediäre Glied die Zahl 0.8862269251. Das Quadrat dieses Werthes ist gleich der Fläche des Kreises vom Durchmesser 1, also wird das Glied selber gleich $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ sein. Ebenso folgt hieraus, dass dasjenige intermediäre Glied, das dem ersten vorausgeht, gleich $\sqrt{\pi}$ sein wird.

Stirling findet also durch äusserst mühsame numerische Berechnung folgende Reultate:

$$\Gamma\left(\tfrac{23}{2}\right) = \frac{21 \cdot 19 \cdot 17 \ldots\ldots 5 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \ldots\ldots 2 \cdot 2} \Gamma\left(\tfrac{3}{2}\right) = 11899423.08$$

$$\Gamma\left(\tfrac{3}{2}\right) = 0.8862269251 = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

$$\Gamma\left(\tfrac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}.$$

Dieses letzte Resultat benutzt Stirling bei der ersten Lösungsmethode des Coeffizientenproblems in Propos. XXII, die im wesentlichen darin be-

*) Mit Hülfe der Interpolationsformel (T = allgemeines Glied):

$$T = \frac{A + az}{2} + \frac{3B + bz}{2}\frac{z^2-1}{4 \cdot 6} + \frac{5C + cz}{2}\frac{(z^2-1)(z^2-9)}{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} + \ldots\ldots$$

Die Formel gilt allgemein (auch für die intermediären Glieder) einer Reih mit 2 Mittelgliedern, von der Form

. . . . . $_2A\ _1A\ A_1\ A_2$ . . . . . .

wenn die 1. Differenzen . . . . . $_2a\ a\ a_1$ . . . . . .

die 2. » . . . . . $_1B\ B_1$ . . . . . .

die 3. » . . . . . b . . . . . .

. . . . . .

wenn man ferner $A = {}_1A + A_1$, $B = {}_1B + B_1$, $C = {}_1C + C_1$ . . . . . set und mit z das Verhältniss bezeichnet, welches die Entfernung des zu interpolire den Gliedes T von der Mitte zum constanten Intervall der Variabelen hat. Sti ling gibt diese Formel in Propos, XX. deutet aber nur an, er sei mit Hülfe d Differenzenrechnung auf dieselbe gekommen.

steht, mit Hülfe der unten gegebenen Interpolationsformel das m^{te} Glied der Reihe

$$1, \frac{2}{1}A, \frac{4}{3}B, \frac{6}{5}C, \frac{8}{7}D \ldots\ldots$$

zu bestimmen.

Note 3. Die *Inflexionspunkte der Wahrscheinlichkeitscurve* bestimmt Moivre*) wie folgt: Wenn alle Glieder einer binomischen Entwicklung $(a + b)^n$ in gleichen Abständen auf eine gemeinsame Basis aufgetragen werden und man durch die Endpunkte derselben eine Curve legt, so hat diese 2 Inflexionspunkte, die auf verschiedenen Seiten des Maximalgliedes gelegen sind. Um nun den Inflexionspunkt zu bestimmen, sei H die zugehörige Ordinate, deren Stelle vom Anfang der Reihe aus mit l bezeichnet werde, dann wird das nächste Glied gegen den Anfang der Reihe hin gleich

$$\frac{l-1}{n-l+2} \cdot H \cdot \frac{a}{b},$$

und das nächste gegen das Ende der Reihe gleich

$$\frac{n-l+1}{l} \cdot H \cdot \frac{b}{a}.$$

Werden nun die Differenzen dieser Glieder in Bezug auf H gleichgesetzt, so ergibt sich aus

$$\frac{n-l+1}{l} \cdot \frac{b}{a} - 1 = 1 - \frac{l-1}{n-l+2} \cdot \frac{a}{b}$$

als Werth für l

$$l = \frac{a + 3b + 2bn \pm \sqrt{a^2 + 6ab + 4nab + b^2}}{2a + 2b}.$$

Wird im letzten Ausdruck die Wurzel mit r bezeichnet, so wird das Intervall, um welches der Inflexionspunkt links resp. rechts vom grössten Gliede absteht, gleich $\frac{a-b+r}{2a+2b}$ resp. $\frac{b-a+r}{2a+2b}$ sein, und wenn $a = b$ (wenn also die Wahrscheinlichkeitscurve symmetrisch zum grössten Terme verläuft), ist jeder der beiden Inflexionspunkte vom grössten und mittleren Gliede um das Intervall $\frac{1}{2}\sqrt{n+2}$ oder $\frac{1}{2}\sqrt{n}$ (für n = sehr gross) abstehend.

Note 4. Laplace findet auf folgende Weise *einen Näherungswerth für die Fakultät***): Sei

---

*) Miscell. analytica lib. V, c. IV.

**) V. Mémoires de l'Académie royale des sciences pour l'année 1778: Mémoires sur les probabilités par P. S. Laplace art. XXIII. Dort gibt Laplace mittelst des Euler'schen Integrals $\int_0^1 x^p (1-x)^q dx$ auch einen Näherungswerth für den Binomialcoeffizienten.

$$y = x^p e^{-x}, \text{ so wird}$$
$$\int_0^\infty x^p e^{-x} dx = p!$$

y liefert sein Maximum, wenn $x = p$ ist. Setzt man nun $p = \frac{1}{\alpha}$ $x = \frac{1}{\alpha} + \Theta$, so wird

$$\text{Log } y - \text{Log } p^p e^{-p} = \frac{1}{\alpha} \text{ Log } (1 + \alpha\Theta) - \Theta \text{ und}$$
$$\int_0^\infty y dx = p^p e^{-p} \int e^{\frac{1}{\alpha} \text{Log } (1+\alpha\Theta) - \Theta} d\Theta.$$

Substituiren wir noch

$$\text{Log } (1 + \alpha\Theta) - \alpha\Theta = -\alpha t^2, \text{ so wird}$$
$$\frac{\alpha\Theta^2}{2} - \frac{\alpha^2\Theta^3}{3} + \frac{\alpha^3\Theta^4}{4} \mp \cdots = t^2.$$

Nun kann man finden:

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} (ht + h' \alpha^{\frac{1}{2}} t^2 + h'' \alpha t^3 + \cdots),$$
$$\text{worin } h = \sqrt{2},\ h' = \frac{2}{3},\ h'' = \frac{\sqrt{2}}{18}, \cdots$$

und

$$d\Theta = \frac{dt}{\sqrt{\alpha}} (h + 2h'\alpha^{\frac{1}{2}} t + 3h''\alpha t^2 + \cdots)$$

Dann wird

$$\int_0^\infty y\, dx = p^{p+\frac{1}{2}} e^{-p} \int_{-\infty}^\infty (h + 2h'\alpha^{\frac{1}{2}} t + 3h''\alpha t^2 + \cdots) e^{-t^2} dt.$$

Nun ist

$$\int_0^\infty t^{2n} e^{-t^2} dt = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^n} \int_0^\infty e^{-t^2} dt.$$

und mit Hülfe von

$$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{\xi(1+\eta)} d\xi\, d\eta = \frac{\pi}{2} \text{ findet man, dass}$$
$$\int_0^\infty e^{-t^2} dt = \tfrac{1}{2}\sqrt{\pi}. \text{ Somit ergibt sich}$$
$$\int_0^\infty t^{2n} e^{-t^2} dt = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^n} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

d wenn darnach die letzte Formel für $\int_0^\infty y\,dx$ integrirt wird, erhält
n schliesslich*):

$$p! = \int_0^\infty y dx = p^{p+\frac{1}{2}} e^{-p}\sqrt{\pi}\,(h + 1\,.\,3\,\frac{\alpha h''}{2} + 1\cdot 3\cdot 5\cdot\frac{\alpha^2 h''''}{2^2} + \cdots)$$

er

$$p! = p^{p+\frac{1}{2}} e^{-p}\sqrt{2\pi}\,(1 + \frac{1}{12}\,\alpha + \cdots)$$

Nach dem Vorgange von Lagrange gibt Laplace**) die Eulersche
nmationsformel durch den Beweis, dass

$$\sum y = \left[e^{h\frac{dy}{dx}} - 1\right]^{-1} + \text{Const.}$$

an man in der Entwicklung der rechten Seite die Exponenten zugleich
die Ordnung der Derivation $\frac{dy}{dx}$ bezieht und wenn $h \leqq 1$ das Incre-
nt der unabhängigen Variabeln x bedeutet. Es wird dann, wie man
gen kann:

$$\sum y = \frac{1}{h}\int y dx - \frac{1}{2}y + \frac{hB_{(1)}}{2!}\,y' - \frac{h^3 B_{(2)}}{4!}\,y''' \pm \cdots + \text{Const.}$$

*) Die Integrale von der Form $\int_{-\infty}^{\infty} t^{2n+1} e^{-t^2}\,dt$ sind $= 0$.

**) V. Lacroix, Grand Traité, 2. édit. t. III, p. 98.

Berichtigungen.

Seite 126, 10. Zeile v. o. lies: $\frac{s+1}{s} < \frac{rs+r}{rs-s}$.
» 128, 14. » v. o. » 42787536.
» » 17. » v. o. » 44623980.
» » 13. » v. u. » 25500 Versuchen.

Benutzte Quellen und Werke.

Bernoulli J., Quaestiones nonnullae de usuris cum solutione problematis de sorte Aleatorum in Ephemerid. Gallic. Act. erud. Lips. 1690, p. 219.

Bernoulli J., Ars conjectandi, Basileae 1713.

Montmort, Essai d'analyse sur le jeu de hasard. Paris 1708.

Moivre A., The doctrine of chances or a method of calculating probability of events in play. London 1738.

— Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis. London 1730.

— Miscellaneis analyticis supplementum.

Stirling, Methodus differentialis sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum. London 1730.

Simpson, Treatise on the nature and laws of chance. London 1740.

Maclaurin, Treatise of Fluxions. Edinburgh 1742.

Bayes, An Essay towards solving a Problem in the doctrine of Chances. Phil. Transact. 1763, p. 370.

Euler, L., Institutiones calculi differentialis. Petropoli 1755.

Lagrange, Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations. Miscell. Taur. Tom. V, Turin 1775.

Laplace, Mémoire sur les probabilités. Mémoires de l'académie royale des sciences de Paris 1778, 1782.

— Essai philosophique sur les probabilités. 3. éd. Paris 1812.

— Théorie analytique des probabilités. Paris 1812.

Lacroix, Traité du calcul différentiel et du calcul intégral. t. s. Paris 1797.. (7. éd. par Hermite et Serret.)

Poisson, Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile. Paris 1837.

Liagre, Calcul des probabilités. Bruxelles 1852.

Serret, Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences, année 1860, t. I, p. 1662: Mémoire sur l'évaluation approchée du produit $1 . 2 . 3 \ldots . x$, lorsque x est un très grand nombre, et sur la formule de Stirling.

Todhunter, History of the mathematical theorie of probability. Cambridge und London 1865.

Hagen, G., Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 3. Aufl. Berlin 1882.

Meyer, Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung. Deutsche Ausgabe v. E. Czuber. Leipzig 1879.

S. Sigismund Epstein.

Mathematische Irrthümer

Eingereicht im September 1893.

Es ist eine fast durchgängige Wahrnehmung, dass die Mathematik-Historiker denjenigen Erscheinungen der Mathematik gegenüber, die in das Gebiet der transcendentalen Philosophie und der Cabbala hinüberspielen, eine fast ängstliche Reserve beobachten.

Die Folge davon ist, dass der Mathematiker sich gewöhnt, an diesen Erscheinungen achtlos vorüberzugehen, oder in ihnen blos das Spiel einer überhitzten Phantasie zu sehen, welches mit der Entwickelung der Mathematik selbst eigentlich gar keinen Zusammenhang hat.

Wenn nun die mathematischen Verirrungen in der That so ganz ohne jedweden Zusammenhang wären mit der Entwickelung des mathematischen Gedankens, so wäre es sehr merkwürdig, wenn nicht geradezu unerklärlich, dass zu einer Zeit, wo alle Wissenschaften schliefen, wir auch sehr wenig von diesen mathematisch-cabbalistischen Spielereien hören, zu einer Epoche hingegen, wo die reine Mathematik Fortschritte zu machen begann, wie noch nie, wo sie bereits mit vollem Recht Anspruch machen durfte, eine philosophisch-exacte Wissenschaft genannt zu werden, dass gerade zu jener Zeit auch das mathematische Unkraut üppig blühte.

Für den Rechenkünstler mögen ja diese Verirrungen werthlos sein; für denjenigen aber, der die Entwickelung des mathematischen Gedankens mit Interesse verfolgt, sind sie von grossem Werth, denn man wird in ihnen Phasen eines unbewussten, aber um so mächtigeren

Ringens nach denjenigen Idealen erblicken, welche von der modernen Mathematik verwirklicht worden sind, man wird in ihnen oft Keime zu Theorien erkennen, die sich nach mehr als 200 Jahren siegreich behauptet haben; man wird in ihnen endlich eine leitende Idee herausfinden, die für die gesammte Entwickelung der mathematischen Anschauung unendlich fruchtbringend wurde.

Es soll die Aufgabe der vorliegenden Studie sein, zu zeigen, wo der Ursprung dieser Verirrungen liegt, und welchen Einfluss sie auf die Entwickelung der mathematischen Anschauung hatten.

Fragen wir uns vor allem, wie weit wir zurückgehen müssen, um auf den ersten Anlass zu diesen Verirrungen zu kommen. Wenn wir auch schon bei den Egyptern gewissen symbolisirenden Zahlenspielereien begegnen, so war es doch erst Pythagoras, der eine Zahlenphilosophie schuf; es ist klar, dass wir in ihm sowohl den Vater der Mathematik, als auch der cabbala erkennen müssen. Das Wunder der Zahlen, das heisst, ihre scheinbare Zweckmässigkeit zur Auflösung gewisser Probleme, hat auf Pythagoras eine Art Zauber ausgeübt und ihn veranlasst, den geheimnissvollen Eigenschaften der Zahlen weiter nachzuspüren. Bedenkt man aber, dass das Zeitalter des Pythagoras einen Unterschied zwischen Geist und Körper noch nicht kannte, so liegt es nahe, dass man der Zahlenharmonie ein eigenes Wesen zutheilte und hier befinden wir uns bereits auf der ersten Stufe zur mystischen Zahlensymbolik.

Plato, der das Reale aus seinem System verbannt haben will, und ihm die Rolle des Nichtseienden zutheilt, konnte sich ebenso wenig, wie Pythagoras vom mächtigen Zauber der Zahlenharmonie freihalten; sein zweiter Nachfolger in der Akademie, Xenocrates, nahm die Ideen geradezu für den adäquaten Ausdruck der mathematischen Zahlen selbst an, und ein anderer Platoniker, Philippos, kommt zum Schluss, die wahre Frömmigkeit liege in der Beschäftigung mit Mathematik und Astronomie.*)

Es ist jedoch bezeichnend, dass, trotz dieser Verirrungen, es gerade die aus der platonischen Schule hervorgegangenen Mathematiker waren, welche die Mathematik auf den Gipfel der Höhe brachten, die sie im Alterthum erreichen sollte und dass diese Mathematiker sich zugleich zum philosophischen System Plato's bekannten; es lässt sich dies dadurch erklären, dass Plato die von ihm erfundene analytische Methode sowohl auf die Mathematik, als auch auf die Philosophie anwendete; sowohl die Mathematik, als auch die Philosophie verdanken

*) Aristoteles, Metaphysik XIII. 1.

Plato den für beide Wissenschaften so unendlich wichtig gewordenen Beweis vermittelst der »deductio ad absurdum« und den Begriff der stricten Definition.

Wie sehr die Mathematik in das platonische System hineingewachsen war, geht am klarsten daraus hervor, dass es wenige grosse Mathematiker zu Alexandria gab, die nicht zugleich Platoniker gewesen wären, und wenn wir die dort stattgehabte unnatürliche Verquickung von Judenthum, Pythagoreismus und Platonismus zum sogenannten Neuplatonismus ins Auge fassen, so werden wir uns der Ueberzeugung nicht verschliessen können, dass hier die mathematischen Verirrungen nothwendig Orgien feiern mussten, obwohl der Geist des Pythagoreismus und Platonismus von gediegener mathematischer Forschung beseelt war. Dass die mathematische Forschung jedoch nirgendwo anders eine Heimstätte fand, als gerade bei den Platonikern, wird man leicht begreifen, wenn man bedenkt, dass der Aristotelismus und die aus ihm hervorgegangene Scholastik auf die Entwickelung der Mathematik geradezu lähmend wirkten und sie bis ins 14. Jahrhundert im Banne hielten.

Das Wissen, welches von dem Stagiriten und den Peripatetikern ausging, war neben seiner Gediegenheit, ein wesentlich nüchternes, ja sogar trockenes und diese Trockenheit ist das Erkennungszeichen der ganzen Epoche, welche unter dem Einfluss des Aristoteles steht*); für eine neue Methode, für eine Analysis im Sinne Plato's hatte das aristotelische System keinen Raum, wovon wir uns am besten an den Mathematikern, die aus der aristotelischen Schule hervorgingen, überzeugen können. Euclid, Archimedes, Apollonius von Pergä und schliesslich Ptolemäus, sie vereinigten alle neben gediegener Forschung, die gewisse axiomatische Methode des Aristoteles, welche an die eigenen Voraussetzungen blind glaubte.

Es ist desswegen mehr als zufällig, ja sogar charakteristisch, dass das Mittelalter, welches ja unter der geistigen Einwirkung des Aristoteles, und der Nachwirkung des Römerthums steht, nur zwei Wissenschaften zu erzeugen vermochte: die Jurisprudenz und die Theologie; dass nun für die Naturforschung im allgemeinen und für die Mathematik im besonderen sich unter diesem starren geistigen Regime kein Platz fand, braucht nicht erst gesagt zu werden. Wenn auch die jüdisch-arabische Schule in ihrer Mitte bedeutende Mathemathiker zählte, so wirkten dieselben auf die Mathematik höchstens ausgestaltend und er-

*) Vgl. Cantor, Gesch. d. Math. Bd. I.

haltend, verliessen aber mit keinem Schritt die Bahnen und Methoden Euclid's. Die euclidischen Elemente waren aber erschöpft, commentirt und übercommentirt, und an neue Methoden oder Voraussetzungen wagte man gar nicht zu denken.

Es lag in der Natur der Sache, dass sich schliesslich gegen die Scholastik, die so viel versprochen und so wenig gehalten, eine umso kräftigere Reaction geltend machen musste.

Diese Reaction bestand in einem leidenschaftlichen und zügellosen Trieb nach Naturerkenntniss. Aristoteles war wohl der Schöpfer aller Naturwissenschaften; doch lag es in seinem System, dass es unverrückt auf dem Standpunkt seines Schöpfers bleiben musste, und der Trieb nach Naturerkenntniss mit sieben Siegeln verschlossen war. Die Vertiefung ins classische Alterthum, als dessen Repräsentant Plato galt, sollte dazu verhelfen, das Joch der Scholastik abzuschütteln und zur Erkenntniss der Natur zu gelangen; mit dem Concil zu Ferrara und Florenz, wo Georg Gemisthos Plethon seine begeisterten Vorträge über Plato hielt, hatte auch die Scholastik ihre Rolle ausgespielt. Einer nach dem anderen erhoben sich Männer, die gegen die Scholastik mit Wort und Schrift auftraten, so dass schliesslich alle in dem einen übereinkamen, dass wenn man überhaupt Aussicht haben wolle, in die Geheimnisse der Natur einzudringen, man den Aristotelismus als überwunden betrachten müsse.

So war das alte Gebäude zerstört, aber um ein neues aufzubauen fehlte die wissenschaftliche Kraft und die Folge davon war, dass Männer, wie Agrippa von Nettesheim aufstanden, die überhaupt alles Wissen und Erkennen leugneten*). Aber die Sehnsucht nach der verbotenen Frucht der Naturerkenntniss bestand fort und verlangte stärker, denn je, nach Befriedigung.

Wie jedoch eine Schlingpflanze, wenn alles um sie leer ist, sich instinctiv bis zum nächsten Baum fortbewegt, um sich an ihm hinaufzuwinden, so dieser Trieb, der einer Stütze, einer Handhabe bedurfte; wo er immer hintappte: überall Ruinen der alten Zeit und Luftschlösser der neuen. Eine einzige Wissenschaft stand felsenfest da, unwiderlegbar und consequent von Alters her: die Mathematik. Und an diese klammerte sich der sehnende Trieb nach Erkenntniss, von ihr wollte er die Lösung des Welträthsels erbitten, und, wenn das nicht ginge, erzwingen.

*) De incertidudine et vanitate omnium scientiarum et artium. Köln 1527 Paris 1529, Antwerpen 1530.

Dies ist der Moment, wo sich der Bund zwischen Mathematik und Philosophie vollzog, welcher der ganzen zukünftigen Epoche seinen Stempel aufdrückt und dem die Philosophie so unendlich viel zu verdanken hat.

Sowie jedes mächtige unbefriedigte Sehnen einen religiösen mystisch-schwärmerischen Zug annimmt, so wurde auch das Streben, den gesammten Naturzustand auf mathematische Verhältnisse zurückzuführen, mit neuplatonischer Schwärmerei und pythagoreischer Zahlensymbolik vermengt.

Man begnügte sich nicht, mittelst der Mathematik neu entdeckte Weltsysteme, wie das copernicanische, zu beweisen, man wollte auch durch sie neue Systeme erzwingen, indem man, auf Pythagoras zurückgreifend, annahm, nichts sei ausserhalb der Zahl, sie bedeute das All-Sein und desswegen wohne ihr eine geheimnissvolle Kraft inne.

Die zwei Richtungen, nämlich die Mathematik und die Cabbala, gingen von nun an nicht nur neben einander, sondern fanden sich oft und zumeist in ein und derselben Person derartig fest verwachsen, dass es schwierig scheint, den Entscheid zu fällen, ob die mathematischen Speculationen von den cabbalistischen oder diese von den mathematischen befruchtet wurden.

Geradezu ein Typus einer solchen Verquickung ist Hieronymus Cardanus. Seine berühmte Formel zur Auflösung von Gleichungen dritten Grades will er für die Naturphilosophie symbolisiren, und umgekehrt liegt in seinen mathematisch-naturphilosophischen Phantasmagorien manche tiefe mathematische Wahrheit verborgen.

Doch ist Cardanus keine blos sporadische Erscheinung.

Mit Johann Pico von Mirandola,*) dem Neubegründer und Wiedererwecker der mathematisch-cabbalistischen Speculation, zieht sich diese in geschlossener Reihenfolge bis zum Anfang des 18. Jahrhunderts.

Wenn man andererseits bedenkt, dass ein Mann von so gediegenem wissenschaftlichen Geiste, wie Reuchlin, ebenfalls vom cabbalistischen Taumel ergriffen wurde und die Anfang- und Endlosigkeit Gottes dadurch zu erklären sucht, dass er ihn mit dem mathematischen Punkt identificirt, der ebenfalls Anfang und Ende aller Dinge sei**), so muss man unwillkürlich auf den Gedanken kommen, dass in diesen Auswüchsen einer überhitzten Phantasie ein gewisses instinctives Streben

*) Conclusiones cabbalisticae. Rom 1486.

**) De verbo mirifico, Basel 1494.

zu suchen ist, diejenigen Ziele zu verwirklichen, die später all' den grossen Mathematikern klar vor Augen traten.

Welches waren nun die Mittel, die Methoden, deren sich die sogenannte practische Cabbala bediente?

Die Apokalypse Johannis bedient sich eines in der späteren Cabbala unter dem Namen Gematria oder Temura beibehaltenen Vorganges, um den inneren Sinn der Worte mit Hülfe der Zahlen zu erklären*); so bedeutet die Zahl 666 den Antichrist in der Person Nero's, weil die Worte «Nero Cæsar» hebräisch die Zahl 666 ergeben**).

Diese Art der Worterklärung war im Mittelalter sehr beliebt und wurde von Johann Faulhaber «bestelltem Rechemeister und Modisten» in Ulm zu einem förmlichen System verarbeitet.***) Faulhaber sucht nachzuweisen, dass in den verschiedenen Zahlencombinationen mehr stecke als blosse Rechenkunst; sie hätten vielmehr einen prophetischen, inneren, geheimen Sinn, vermittelst dessen man Wunder vollbringen könne.

Das interessanteste Buch auf diesem Gebiete ist aber jedenfalls das von einem Zeitgenossen Faulhabers verfasste Buch unter dem Titel: «Das Geheimniss der Zahl.»†) Der Autor dieses Werkchens, Petrus Bungus, ein Berufsmathematiker, offenbar ein überspannter Kopf, bemüht sich nachzuweisen, die Zahl sei nicht blos eine todte Ziffer, sondern sie habe eine «Seele», eine wirkliche, wahre, wahrhaftige Seele, d. h. es kämen ihr gute, wie schlechte Eigenschaften zu; sie könne bald willig, bald störrisch, bald gut, bald böse sein.

---

*) Vgl. S. Munk, Palestine, p. 520.

**) Aehnliche Zahlenspielereien weist schon der ältere Pythagoreismus und auch der Stoizismus auf.

***) Andeutung Einer unerhörten newen Wunderkunst .... Welches allen Gelehrten in allerhand Faculteten zu wohlmeinender Aufmunterung und Vermahnung dienen kann, das sie nach dem ausgedruckten und klaren Befehl Gottes solche hochwichtige Zahlen gründlich zu erforschen keinen Fleiss sparen etc. etc. Durch Johann Faulhabern. Bestellten Rechenmeistern und Modisten in Ulm. Nürnberg, Abraham Wagenmann. 1613.

Himmlische geheime Magia, Oder Newe Cabbalistische Kunst und Wunderrechnungen vom Gog und Magog. Aus teutschem, Lateinischem, Griechischen und Hebräischen Kunst und wunder Alphabeth in verborgene Retzel eingewickelt und in den truck gegeben durch Johann Faulhabern, bestellten Rechenmeistern und Modisten etc. in Ulm. Gedruckt zu Nürnberg durch Abraham Wagenmann 1613. In Verlegung Herrn Johann Remmelin Phil. et Med. Doct. Ulm.

†) Petri Bungi Bergomatis numerorum mysteria etc. Paris 1618.

So hirnverbrannt dieser Gedanke im ersten Augenblick erscheint, so ist es doch umso merkwürdiger, dass in den Phantasien jenes Verfassers eine Art Vorahnung der modernen mathematischen Auffassung liegt. Betrachten wir den heutigen Stand der Mathematik, wo die Verallgemeinerung immer mehr und mehr fortschreitet, wo nicht mehr mit einzelnen Zahlen, sondern bereits mit ganz allgemeinen Functionen operirt wird; betrachten wir die unsterblichen Schöpfungen Riemanns auf functionentheoretischem Gebiete und fragen wir uns dann, ob durch diese Schöpfungen in die Functionen nicht wirklich eine Art Seele hineingelegt wurde; wenn das Wort «Seele» für unsere Funktionen auch paradox erscheinen mag, aber Charakter kann man ihnen ruhig zusprechen, und dazu noch oft einen recht störrischen, schwer zu bändigenden; sind sie nicht den Operationen gegenüber, die wir mit ihnen vorhaben, oft willig, oft störrisch, bald stetig, bald unstetig, bald sprungweise fortschreitend, bald ruhend, bald sich ins Unendliche verlierend? Die nächste und naheliegendste Frage ist nun, auf welche Weise die Verfechter der praktischen Cabbala dazu kamen, anzunehmen, man könne vermittelst der Zahlencombinationen hexen und zaubern?

Darüber gibt uns am besten das Buch der Bücher der Cabbala Aufschluss, nämlich das «Buch der Schöpfung»*); in diesem heisst es, dass Gott die Welt nicht direkt schuf, weil er sich dadurch profaniren würde, sondern durch Vermittelung der zehn himmlischen Zahlen (Sefirot). Jeder dieser zehn Zahlen komme eine eigene schöpferische Bedeutung zu.

Nun gäbe es aber drei Welten: 1) mundus creationis, der himmlischen Sphären, 2) mundus formationis, der Engel und Intelligenzen, 3) mundus terminationis, unsere materielle Welt.

Diese drei Welten sind durch die Sefirot verbunden und einander in den kleinsten Theilen ähnlich. Da nun das ganze Universum blos Zahlenharmonie ist, so können wir, falls uns gewisse Zauberformeln zu Gebote stehen, und durch Aussprechen gewisser Zahlencombinationen, die Harmonie in jenen transcendentalen Welten nach Gutdünken verändern. Wenn nun unsere Welt nichts anderes ist, als ein mit jenen transcendentalen Welten vermittelst der Sefirot verbundenes, in den

*) Das «Buch der Schöpfung» hebräisch «Jezirah» ist schon im 10. Jahrhundert von Saadia und Sabbatai Dandolo commentirt worden, die dessen Niederschrift ins zweite nachchristliche Jahrhundert setzen; man nimmt jedoch jetzt übereinstimmend an, dass man dessen Ursprung ins 7. Jahrhundert zu verlegen habe.

kleinsten Theilen ähnliches Abbild, so müssen sich durch Veränderung jener Zahlencombinationen nothwendiger Weise bei uns hienieden dieselben Combinationen ergeben, wodurch wir die Sphärenharmonie nach Gutdünken verändern können und die Naturgesetze in unsere Hand bekommen.

Es wird uns nicht einfallen, und es wäre auch zu paradox, behaupten zu wollen, dass Riemann vom «Geheimniss der Zahl» oder Möbius durch das «Buch der Schöpfung», zu ihren Forschungen angeregt wurden; ja wir zweifen sogar stark, ob sie von diesen Büchern überhaupt Kenntniss hatten.

Aber es ist immerhin interessant zu sehen, wie Gedanken, die zur Funktionentheorie oder zur Theorie der conformen Abbildung in einem nicht zu läugnenden Aehnlichkeitsverhältnisse stehen, auf einer ganz anderen Linie und zu einer ganz anderen Zeit selbständig auftraten, und dass es erst der Kant'schen Kritik gelang, den scheinbaren Widerspruch zu erklären, wie es denn eigentlich komme, dass eine anscheinend ganz gleiche Methode auf der mathematischen Linie zu epochemachenden Entdeckungen, auf der metaphysischen zu einer geradezu heillosen Verwirrung führte.

Man sollte nun allerdings glauben, dass die Kant'sche Kritik wenigstens die Wirkung gehabt hat, dass man sich nun klar bewusst wurde, wo die Grenzscheide zwischen Mathematik und Philosophie liege; aber gerade in unserem Jahrhundert haben die Entdeckungen auf dem Gebiete der höheren Mathematik gezeigt, dass es gar keine wissenschaftliche Enttäuschung giebt, die nicht im tiefsten Herzensgrunde ein: «vielleicht doch!» verborgen hätte, und das «vielleicht doch!» gab zu förmlichen mathematisch-psychologischen und metaphysischen Odysseusfahrten Veranlassung.

Wir hatten Eingangs die Frage aufgeworfen: ob die cabbalistisch-mathematischen Spielereien der Entwickelung des mathematischen Gedankens auch einen anderen Nutzen geleistet haben, als einen blos negativen?

Um diese Frage zu beantworten ist vor Allem festzuhalten, welch' enorme Verdienste sich Plato um die Entwickelung des mathematischen Gedankens und um die Begründung der neuen mathematischen Methodik erwarb. Nun geht jedoch ein Gedanke niemals verloren; wenn wir in der Geschichte einem grossen leitenden Gedanken begegnen, derselbe dann plötzlich von der Bildfläche verschwindet und ebenso plötzlich wieder auftaucht, so können wir über-

zeugt sein, dass jener Gedanke, wenn auch unterirdisch, wenn auch als Sclave irgend einer Afterwissenschaft, wenn auch kümmerlich und verkümmert, so doch immerhin gelebt hat, in der Erwartung, wieder die nothwendige Nahrung zu bekommen, um dann wieder aufzuleben.

Aus nichts wird nichts und, wie wir Mathematiker nur dann mit einer Funktion gut operiren können, wenn sie stetig ist, so müssen wir auch den geistigen Entwicklungsgang ansehen; er ist stetig, oder wenigstens abtheilungsweise stetig d. h. bald rascher im Wachsen begriffen, bald für gewisse Intervalle constant, manchmal sich unserer Betrachtung ganz entziehend, ein vollständiges Verschwinden jedoch ist beinahe unmöglich.

Es konnte nun dem Leser nicht entgangen sein, welch' eine bedeutende Rolle in den bisher angeführten und auseinandergesetzten mathematischen Verirrungen der Pythagoreismus, beziehungsweise Neuplatonismus, spielen.

Während das ganze gebildete Europa sich in den Angeln des Aristotelismus, beziehungsweise der Scholastik bewegte, fand der mathematische pythagoreisch-platonische Gedanke hier keine andere Heimstätte, als eben diese Afterwissenschaft, die Cabbala, und Jahrhunderte lang fristete er in ihr sein kummervolles und verkümmertes Dasein, bis endlich der Moment kam, wo er sein Haupt stolz erhob, in der mathematischen Methode Leibnizens und Newtons den höchsten Triumph feiernd.

Sehr verfehlt wäre es jedoch zu glauben, dass nun das Uebertragen der Mathematik auf andere Disciplinen verschwindet.

Wenn auch der mathematische Irrthum den Zauberstab nothgedrungen weglegen musste, so war er deswegen durchaus noch nicht entthront, sondern er hatte eben blos das Gewand des Magiers mit dem Talar des Gelehrten vertauscht, um in dieser Verkleidung um so ungehinderter die ihm gezogene Grenze überschreiten zu können.

Und so sehen wir denn, wie Leibniz und seine Zeitgenossen sich abmühten eine Art mathematische Gedankenmaschine herzustellen und wie ein so tiefer Geist, wie Spinoza, es versuchte, auf einigen Definitionen nach mathematischem Vorbild das ganze Weltall zu construiren; wie Laplace sein ganzes Leben nicht vom Gedanken lassen konnte, es sei vielleicht möglich eine mathematische Weltformel zu finden, in der man die Zeit blos $+\infty$ oder $-\infty$ zu setzen brauche, um Anfang und Ende des Weltalls zu kennen.

Diese Versuche erinnern wahrlich an den alten griechischen Mythus, der uns erzählt, die Erde ruhe auf den mächtigen Schultern des Atlas, worauf jedoch dieser ruht, uns weise verschweigt.

Selbst in unserem Jahrhundert unterzog sich Herbart der undankbaren Aufgabe, auf ganz willkürlichen Voraussetzungen eine vollständige mathematische Mechanik unseres Bewusstseins zu construiren, ein Versuch, dessen Unfruchtbarkeit nur gar zu bald erkannt wurde.

Aber gerade jenem mathematischen Irrthum Herbart's haben wir die auf thatsächlich mathematischer Grundlage durchgeführten psychophysischen Untersuchungen Webers und Fechners zu verdanken.

Auch Eduard von Hartmann sucht die Existenz seines «Unbewussten» mathematisch zu begründen; wenn aber seine Theorie keine festere Stütze hat, als die von ihm angewendete Wahrscheinlichkeitsrechnung, so ist sie, ebenso wie diese, falsch.*)

Wie dem auch immer sei, sollten wir auf die mathematischen Irrthümer, mögen sie Cabbala, Astrologie oder anderswie heissen, nicht mit souveräner Verachtung herabsehen; wir würden dies nur dann thun dürfen, wenn wir mit Auguste Comte annehmen dürften, die Wissenschaft sei eigentlich nichts anderes, als der, nach Verdrängung aller hindernden Phantasien zur Geltung gekommene «common sense».

Dem ist aber nicht so!

Die ganze Geschichte des menschlichen Geistes zeigt uns Wahrheit und Irrthum fest verknüpft; ja der Irrthum, das Vorurtheil sind oft geradezu Träger der Wahrheit und schützen dieselbe, wie das Ei das noch in der Entwickelung begriffene Vöglein; fühlt sich dasselbe stark genug, um ein selbständiges Dasein zu führen, dann, aber erst dann, wird die überflüssig gewordene Hülle zersprengt.

Gerade aus den Kreisen der Alchymisten ging die Chemie hervor, aus denen der Astrologen die eigentliche Astronomie, und auch der mächtige Baum der mathematischen Wissenschaften hat mehr wie eine Wurzel in der Gemeinschaft der Cabbalisten und Neupythagoreer.

Und so glauben wir denn die vorliegende Studie nicht besser schliessen zu können, als mit der Bemerkung, dass bei unserer, wie bei jeder anderen Wissenschaft, in jedem ehrlichen Streben ein Körnchen Wahrheit zu finden ist; es gehören dazu blos Vorurtheilslosigkeit und — etwas guter Wille.

*) Vgl. Lange, Geschichte des Materialismus, p. 234.

Mathemat. Seminar.
Hochschule Bern 1893.

Prof. Dr. Rudolf Wolf von Z[illegible]

Begründer und erster Redakteur

der

[illegible] der Bernischen Naturforschenden Gesellschaft

[illegible]

Prof. Dr. Rudolf Wolf
(1816 — 1893).

r bernischen Naturforschenden Gesellschaft zum Andenken beim 50-jährigen Jubiläum ihrer «Mittheilungen» gewidmet von Prof. Dr. J. H. Graf.

Es mag vielleicht da und dort aufgefallen sein, dass bei Anlass s Todes dieses trefflichen Mannes in der bernischen Tagespresse in eingehender Nekrolog erschienen ist, der die Bedeutung und Leistungen Wolfs im Allgemeinen und in dem, was er speziell rn gewesen ist, gebührend hervorgehoben hat. Es ist eben schwer, n heute auf morgen ein einigermassen ähnliches Bild eines so tenreichen Lebens zu geben, und so sei es uns denn gestattet, ser unserer Pflicht mit Nachfolgendem Genüge zu leisten. Die rnische Naturforschende Gesellschaft hat um so eher noch die Auf-be, das Andenken dieses Mannes in Ehren zu halten, als wir in dolf Wolf nicht nur unser ältestes Mitglied, unsern Senior, verloren ben, sondern gerade in seinem Todesjahr die Mittheilungen der rnischen Naturforschenden Gesellschaft, die Wolf anno 1843 durch-setzt, gegründet und 12 Jahre redigirt hat, das Jubiläum ihres -jährigen Bestandes feiern konnten.

Rudolf Wolf entstammt dem berühmten Geschlecht der soge-nnten Windegg-Wolfen, die ihren Namen von ihrem Stammhause, m «hintern Windegg» in Zürich, erhalten haben, zum Unterschied r sogenannten Bach-Wolfen, die ein Haus am Bach besassen und lchem Zweig z. B. der Pfarrer Ph. Heinrich Wolf angehört. Wolf bst hat in einem Neujahrsblatt des Waisenhauses*), wie auch schon her, als er das Leben des berühmten Stadtarztes Kaspar Wolf**) 532 — 1601), des Stammvaters der Bach-Wolfen, beschrieb, den

*) Johannes Wolf und Salomon Wolf. Zwei zürcher. Theologen sammt en Familien. Zürich, J. J. Ulrich 1874. 22 S. mit 3 Bildnissen.

**) Biogr. z. Kulturgesch. I S. 43 u. ff.

Stammbaum seiner Familie auf 400 Jahre sicher zurückgeführt, sicher bis auf Heinrich Wolf 149?— 1531, der an Zwinglis Seite bei Kappel an jenem verhängnissvollen 11. Oktober den Tod fand. Die Familie gab der Stadt Zürich eine Reihe von Magistraten und tüchtigen Geistlichen. Der Vater unseres Rudolf Wolf, Johannes Wolf (1768—1827), heirathete Regula Gossweiler und dort, im glücklichen Pfarrhause zu Fällanden, Kt. Zürich, wurde Rudolf am 7. Juli 1816 geboren.

Er hatte noch eine ältere Schwester Elisabeth und einen ältern Bruder Johann (1813—1839), der Theologie studirte, ein tüchtiger Turner war und leider zu früh am Nervenfieber auf einer Studienreise in Bonn starb. In das Pfarrhaus zu Fällanden war auch die reichhaltige Bibliothek des Dekans Salomon Wolf (1752—1810) gekommen, die von Rudolfs Vater sorgfältig besorgt und erweitert wurde. Den ersten Unterricht genoss Rudolf bei seinem Vater, wo sich bald eine Vorliebe für's Rechnen zeigte; im Uebrigen sagte Wolf selbst von sich, dass er ein lebhafter «nüdrächzer» Knabe gewesen sei. Nachdem am 4. Mai 1827 sein Vater gestorben war, siedelte die ganze Familie nach Zürich über, wo Rudolf von 1828—1830 die sogenannte Kunstschule, von 1831—1833 das technische Institut, den Vorläufer der Industrieschule, besuchte. Hier genoss er den Unterricht Gräffe's in der Mathematik, machte mit Joh. Wild (gebor. 13. III. 1814) Bekanntschaft und Freundschaft und besuchte 1833—1836 die Vorlesungen auf der neugegründeten Hochschule Zürich, wo er hauptsächlich bei J. L. Raabe (1801 — 1859) höhere Mathematik, bei Mousson Physik und bei Eschmann (1808—1852) Astronomie hörte. Inzwischen war durch jene von Dufour präsidirte denkwürdige Kommissionssitzung (12. III. 1833) die Frage der Landesvermessung der Schweiz in ein neues Stadium getreten und Hofrath Horner hatte die Aufmerksamkeit Dufour's auf Eschmann gelenkt. Eschmann hatte auf der frühern Sternwarte Feer's Uebungen veranstaltet und eine kleine topographische Gesellschaft gebildet, deren Präsident er, deren Aktuar und Quästor Wolf war, und welcher noch Wild und Hofmeister angehörten. Sobald dieser Gesellschaft auf Verwendung von Horner und Pestalozzi von der Regierung einige Subsidien zur Deckung der Kosten zugesichert worden waren, begann man Signale zu bauen und Winkel zu messen. Jede Woche sollte wenigstens ein ganzer Tag auf die Arbeit verwendet werden, bei guter Witterung auf dem Felde, wo zuerst alle, später Eschmann und Wolf triangulirten, während Wild die Aufnahme mit dem

Messtisch begann; bei schlechtem Wetter wurde gerechnet und gezeichnet. Die andern Mitglieder, wie Hofmeister, Studer, Hüni, Peyer etc. zogen sich bald zurück. So ist es denn zu begreifen, dass Eschmann, als er von Horner vorgeschlagen wurde, seinen von Oeri construirten Basisapparat zu probiren und Personal einzuüben, als Gehülfen seine beiden eifrigen Schüler R. Wolf und J. Wild wählte.

Bei der Arbeit, die Basis, welche schon Feer bestimmt hatte, im Sihlfeld zu messen, und die vom 12. IV. bis 25. IV. 1834 vollzogen wurde, besorgte Eschmann die Alignements, Wolf die Nivellirungen und Thermometerablesungen und Wild die Büreauarbeiten, alles unter den Augen von Horner und Dufour; Dufour war sogar einmal in Begleit von Louis Napoleon anwesend. So ausgerüstet konnte man es wagen, die eigentliche Grundlinie des schweizerischen Dreiecksnetzes, die von Tralles und Hassler gemessene Basis bei Aarberg zu bestimmen. Diese Nachmessung vollzog sich vom 20. IX. 1834 bis 11. XI. 1834 durch Eschmann-Wolf-Wild, wo jeder dieselbe Arbeitspartie, welche er bei der Probemessung übernommen hatte, wieder ausführte. Ausserdem wohnten der Einleitung der Arbeit Buchwalder und Trechsel bei, die auch wiederholt den Fortgang der Sache inspizirten. 40 strenge Arbeitstage lieferten als Basislänge bei 13° R und Reduction auf den Meeresspiegel 13.053.74 m. Darauf kehrte Wolf wieder zu seinen Studien nach Zürich zurück und unterhielt einen lebhaften Verkehr mit dem auf Triangulation in Bünden und Tessin befindlichen Eschmann, den er auch im Spätherbst 1835 in Colico besuchte. Im Frühjahr 1836 bezog Wolf die Universität Wien, wo er bei Ettinghausen Physik, Petzval und dann ganz besonders beim Astronomen J. J. von Littrow (1781—1840) hörte. Des Letzteren Unterricht war für Wolf überaus anregend und von grösstem Einfluss. Hier entstand auch seine litterarische Erstlingsarbeit «Ueber Curven II. Grades» (Annalen der Wiener Sternwarte). Im Frühjahr 1838 gieng Wolf nach Berlin, frequentirte die Vorlesungen von Encke, Dirichlet und ganz besonders von seinem Landsmann Steiner von Utzenstorf, Kt. Bern, mit dem er einen regen Verkehr unterhielt. Im Herbst 1838 gieng er über Göttingen, wo er die Bekanntschaft von Gauss und Stern machte, nach Bonn, wo er mit seinem dort studirenden Bruder Johannes zusammentraf und Argelander aufsuchte. Dann ging's über Brüssel nach Paris, wo er Arago, Biot, Bernard und Sturm kennen lernte und auch einige Vorlesungen anhörte, bis er schliesslich im Dez. 1838 über Genf und Bern wieder in Zürich eintraf, um im Sommer

1839 ein Vicariat für Gräffe am Gymnasium in Zürich zu übernehmen. Die im Jahr 1829 gegründete Realschule der Stadt Bern hatte am 15. September 1839 an der Grabenpromenade ein neues, von der Burgerschaft erstelltes Schulgebäude bezogen, und zugleich wurde Rudolf Wolf als Lehrer der Mathematik an diese Schulanstalt auf diesen Zeitpunkt berufen. In welcher Weise er sein Amt aufgefasst und in welchem Masse er die anvertraute Jugend für seine Fächer begeistern konnte, beweist die Liebe und Verehrung, die ihm die noch heute lebenden Schüler bei jedem Aufenthalt in Bern gezollt haben. Man richtete ihm bald auf dem Dach des neuen Schulgebäudes eine Plattform ein, wo er nächtlich allein oder im Kreise vertrauter Schüler der Astronomie pflegte. An den Schulreisen, welche das grosse Legat seines 1841 verstorbenen Kollegen F. Meyer ermöglichte, hatte er, so lange er an der Realschule lehrte, d. h. bis 1855, jedes Jahr von 1842 weg als Hauptleiter theilgenommen. Auf diesen 14 Reisen mit im Ganzen 202 Schülern*) hat er manch' schönes Stück unseres Vaterlandes gesehen, viel Gutes gewirkt und sich treue und dankbare Freunde erworben. Ganz hervorragenden Antheil nahm Wolf gleich von seiner Ankunft in Bern an am wissenschaftlichen Leben seiner neuen Heimatstadt. Am 9. Nov. 1839 wurde er Mitglied der bernischen Naturforschenden Gesellschaft, der er auch treu blieb, trotzdem er von 1855 an in Zürich wirkte. Am 6. Juni 1840 eröffnete er mit einem Vortrag über die Kometen die Reihe der wissenschaftlichen Leistungen in dieser Gesellschaft und als Dr. v. Fellenberg als Professor der Chemie an die Akademie in Lausanne berufen wurde und das Secretariat abgab, erhielt er am 19. Jan. 1841 in R. Wolf einen würdigen Nachfolger als Secretär und Kassier der Gesellschaft. In der gleichen Sitzung gab Wolf eine Notiz über seinen am 30. Nov. 1840 verstorbenen unvergesslichen Lehrer J. J. v. Littrow, dessen Andenken er sein Erstlingswerk, «Die Lehre von den geradlinigen Gebilden in der Ebene», ein Buch, das zwei Auflagen erlebte, widmete. Am 22. Okt. 1841 übernahm er zu seinen Beamtungen noch das Archiv. Auf seinen Antrag beschliesst die Gesellschaft, die Doubletten der in demselben enthaltenen, nach und nach geschenkten Bücher und Flugschriften auf angemessene Weise zwischen den Bibliotheken der Stadt Bern und der schweizer. Naturforsch. Gesellschaft zu vertheilen. Mit der Ausführung wird der Sekretär beauftragt.

*) Siehe Schlussbericht über die Realschule der Stadt Bern nebst einer kurzen Chronik der wichtigsten Ereignisse während ihres 50jähr. Bestandes. Bern, Stämpflische Druckerei. 1890. 75 S.

Um weiter in demselben nun definitiv Ordnung zu schaffen, wurden auf seinen Antrag hin folgende zwei Punkte zum Beschluss erhoben:

1) Der Archivar hat alljährlich in der Sitzung der bernischen Gesellschaft, welche dem Feste der allgemeinen Gesellschaft vorangeht, einen Bericht abzugeben, damit die Delegirten im Stande sind, etwaige Anträge am Feste zu stellen;
2) soll dem Archivar zum Betrieb des Archives ein jährlicher Kredit zur Disposition gestellt werden, den man durch freiwillige, per Zirkular zu erhaltende Beiträge noch vermehren will.

Mit dem letzten Punkt ward gleich begonnen und Wolf eine dem damnzumaligen Kassenstand angemessene Summe angewiesen. Wolf hatte auf das Jahr 1842 schon einen neuen Katalog des Archivs*) ausgearbeitet, und es wurde ihm vom Centralpräsidenten A. Escher von der Linth die Kompetenz ertheilt, ihn drucken zu lassen. So erschien auf seine Initiative 1843 der erste Katalog des Archivs und der Bibliothek der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft, wodurch die Benutzung derselben erheblich erleichtert wurde. Sodann wird in diesem Jahr noch ein bedeutender Schritt vorwärts gethan. Nachdem schon im Februar Prof. Valentin die Anregung gemacht hatte, die Protokolle der Gesellschaft in ähnlicher Weise drucken zu lassen, wie dies in Lausanne geschehe, so beschliesst am 4. März 1843 die Gesellschaft, einzelne Vorträge in zwanglosen Nummern auf Vereinskosten drucken zu lassen und bestellt in den Herren Shuttleworth, Studer, Valentin und Wolf eine Kommission, die ein geeignetes Reglement ausarbeiten soll. — Die Publikationen erscheinen unter dem Titel: «Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern» und die Herausgabe wird reglirt in einem Statut von 8 Paragraphen.

Durch die Herausgabe der «Mittheilungen» trat die Gesellschaft**) in eine neue Lebensepoche. Nach dem ersten Reglement sollten sie Vorträge einzelner Mitglieder oder auch Arbeiten fremder Gelehrten enthalten, die jedoch von einem Mitglied vorgelegt werden mussten. Nekrologe und Krankheitsgeschichten wurden von vorneherein ausgeschlossen. Ein halber Druckbogen bildet eine Nummer, die dem Buchhändler zu einem Batzen in Kommission überlassen wird, die

*) Der noch im Manuscript vorhanden ist.

**) Vergl. J. H. Graf, die Naturf. Ges. in Bern vom 18. Dez. 1786 bis 18. Dez. 1886, S. 60.

Auflage*) beträgt 300 Exemplare, der Autor erhält 12 Freiexemplare, muss jedoch die Kosten für die Holzschnitte und allfällige Tafeln selbst bezahlen. Die Redaktion wurde dem jeweiligen Sektretär übertragen. Wolf gab die «Mittheilungen» heraus bis 1855, dann besorgte die Herausgabe der auf Wolf folgende Sekretär, Herr Prof. Dr. L. Fischer bis 1860, dann trat Dr. R. Henzi an seine Stelle, der die Herausgabe bis 1877 besorgte, ihm folgte für 1878 Prof. Dr. A. Valentin, 1879 und 1880 J. Fankhauser, 1881 und 1882 Dr. G. Beck, 1883 wurde die Redaktion der «Mittheilungen» vom Sekretariat abgetrennt und Dr. Graf mit der Herausgabe der Akten betraut. Welche Phasen die «Mittheilungen» in den 50 Jahren ihres Erscheinens bis zum gegenwärtigen Moment durchgemacht haben, kann hier bloss kurz angedeutet werden. 1849 wurde ein eigener Fonds gegründet, der bis 1857 in Kraft war, um die Unkosten der Illustrationen zu decken, worauf der jetzt noch übliche Usus folgte, die Tafeln und Beilagen aus der Gesellschaftskasse zu zahlen. Im Anfang des vorigen Dezenniums wurde der Antrag gestellt, die «Mittheilungen» in zwanglosen Heften herauszugeben, was auch von 1881 — 1885 geschehen ist. Von diesem Modus ist man glücklicherweise wieder abgekommen, indem man wie früher einen Jahresband publizirt. Im Jahre 1888 wurde der Druck und Verlag gegen einen fixen Vertrag der Firma K. J. Wyss in Bern übertragen. Unsere Mittheilungen mit ihren 50 ununterbrochenen Jahresbänden feiern somit ein interessantes Jubiläum, und es ist zu bedauern, dass dem Anreger und Stifter dieser Publikationen nicht noch der Dank der Gesellschaft zu Lebzeiten hat votirt werden können.

Ueber die Fülle von Stoff, die in diesen Jahresbänden vorhanden sind, gibt uns Auskunft das alphabetische Personal- und Sachregister der Jahre 1843—1854 von R. Wolf, siehe «Mittheilungen» 1854, die Fortsetzung desselben über die Jahre 1855—1880 wurde von J. Fankhauser, diejenige von 1881—1890 vom derzeitigen Redaktor aufgestellt.

Nach dem ersten Register sind von Prof. C. Brunner 24 Arbeiten, von Dr. Brunner 15, L. R. v. Fellenberg-Rivier 9, C. v. Fischer 13, M. Perty 17, L. Schläfli 9, R. Shuttleworth 10, B. Studer, F. Trechsel 7, R. Wolf 56, etc. etc.

Das zweite weist 510 Themata auf, welche von 106 Mitgliedern behandelt wurden; hiebei betheiligten sich Prof. Dr. Bachmann mit

*) Gegenwärtig 550 Ex., der Autor erhält 50 Freiexemplare.

39, Prof. C. Brunner mit 20, Dr. E. v. Fellenberg mit 34, Prof. Dr. L. Fischer mit 17, Prof. Dr. A. Forster mit 21, Prof. Dr. F. A. Flückiger mit 20, Prof. Dr. M. Perty mit 33, Prof. Dr. B. Studer mit 167, Prof. Dr. Th. Studer mit 26, Prof. Dr. Wolf mit 20, Prof. H. Wydler mit 13 Arbeiten, etc.

Das letzte Verzeichniss endlich weist an Arbeiten auf, indem wir nur die Mitglieder aufzählen, die 3 oder mehr solche geliefert haben:

Bachmann 12, Baltzer 24, A. Benteli 3, Brückner 6, J. Coaz 13, Fankhauser 6, E. v. Fellenberg 19, E. Fischer 5, L. Fischer 10, M. Flesch 17, Ch. Moser 3, S. Schwab 3, Th. Steck 7, B. Studer jun. 7, J. B. Thiessing 5, J. H. Graf 17, E. Grützner 7, A. Guillebeau 10, G. Huber 3, E. v. Jenner 8, A. Jonquière 3, H. Kronecker 8, B. Luchsinger 20, Th. Rothen 3, V. Schwarzenbach 6, H. Strasser 3, Th. Studer 52, Valentin 3.

Ich füge noch bei, dass vom Jahr 1866 an auch eigentliche Sitzungsberichte dem jeweiligen Jahresband beigegeben wurden und dass 1876 die Gesellschaft für ihre »Mittheilungen« von der Weltausstellung in Philadelphia ein Anerkennungsdiplom erhielt. Durch diese 50 Jahre hindurch sind wir allmählig mit 23 schweizerischen und circa 280 ausländischen gelehrten Gesellschaften in Tauschverkehr eingetreten, und so dürfen wir wohl, ohne uns zu überheben, freudig auf die »Mittheilungen« blicken, als auf ein beredtes Zeugniss des die Gesellschaft stets beseelenden Eifers zur Vermehrung der naturwissenschaftlichen Kenntnisse. Wir dürfen aber auch dankbar des Mannes gedenken, der vor 50 Jahren diese Publikation durchsetzte, mit so viel Sachkenntniss redigirte und selbst zur Hebung ihres wissenschaftlichen Werthes so viel beitrug. In den »Mittheilungen« erschienen 1852 »Neue Untersuchungen über die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung«, jene epochemachende Schrift, worin sich die genaue Bestimmung der Periode auf $11^1/_9$ Jahr findet, welche Wolf den Ehrendoktor der Berner Hochschule und 1852 die Stelle und den Rang eines ausserordentlichen Professors der Mathematik eintrug.

Schon im Jahr 1841 hatte er der Gesellschaft beantragt, eine Autographensammlung der berühmtesten Naturforscher des In- und Auslandes anzulegen. Diese Sammlung ist durch seine stete Beihülfe auf 12 stattliche und kostbare Bände, eine Zierde unseres Archivs,

angewachsen. Einen Hauptbestandtheil dieser Sammlung*) bildet die naturwissenschaftliche Correspondenz von J. S. Wyttenbach, darunter alle Briefe, welche er über die Stiftung der schweiz. Naturf. Gesellschaft von Naturforschern erhalten hat. Wolf entfaltete in der Bibliothek der bern. und schweizer. Naturforschenden Gesellschaft eine so umfassende Thätigkeit, dass es ihm im April 1845 selbst zu viel wurde und er dringend darum bat, man möge ihn der Quästur der Gesellschaft entheben. «Soll sich noch bis zum Herbst gedulden!» war der Bescheid der Gesellschaft, und erst im Herbst nahm ihm sein Kollege Hamberger dieses Amt ab. Vom 7. Febr. 1846 bis zum 4. Nov. 1854 sind alle Protokolle mit musterhafter Genauigkeit von seiner Hand geschrieben. Wolf hatte sich gleich im Jahre 1839 um die Venia docendi an der Hochschule beworben, war aber auf Antrag der Fakultät deshalb abgewiesen worden, weil bereits sechs unbeschäftigte Docenten der Mathematik vorhanden seien. Daraufhin hielt er gut besuchte Privatkurse und im Jahre 1844 bekam er von der Erziehungs-Direktion mit Uebergehung der Fakultät ohne neues Gesuch die Venia. 1845 forderte ihn Schultheiss Neuhaus auf, um die gesetzliche Docentenbesoldung einzukommen; er wurde aber bei dessen Abwesenheit vom Erziehungsrath ziemlich schnöde abgewiesen, und erst 1847, da man ihn aus Parteirücksichten nicht zum Professor der Mathematik befördern wollte, gab man ihm das Docentenhonorar und ernannte ihn zum Vorsteher der Sternwarte. Dort müssen damals patriarchalische Zustände geherrscht haben. Der Erziehungsdirektor getraute sich z. B. nicht, vom Regierungsrath zu verlangen, dass der Erlass aufgehoben werde, wonach der Landjäger beim Aarbergerthor verpflichtet war, jeden Morgen das Thor des Sternwartgärtchens für das Publikum zu öffnen. Wolf wurde nur ermächtigt, dem Landjäger zu insinuiren, er möge das Oeffnen vergessen, was dieser sich nicht zweimal sagen liess. Die ihn in seinen Beobachtungen hindernden Bäume des Gartens liess er in einer Nacht umhauen, und so hatte er erreicht, dass das Territorium der Sternwarte wieder dem Publikum abgeschlossen und die Beobachtungen aufgenommen werden konnten. Als Wolf im April 1847, nachdem Trechsel die Sternwarte abgegeben hatte, diese übernahm, so liess er sich auch als Bibliothekar entlasten, und Christener trat an seine Stelle. Wolf's Lieblingswunsch war erfüllt, er stand an der Spitze einer kleinen Sternwarte, die aber

*) Vergl. B. Mittheilungen 1848, No. 142, wo ein Verzeichniss zu finden ist.

durch ihren Leiter bald Bedeutung gewann. Im Herbst machte er eine Studienreise, um die Sternwarten in Bonn, Hamburg, Altona, Berlin, Leipzig und München zu besuchen.

Die Sternwarte in Bern*), bei der Triangulation der Schweiz als Fundamentalpunkt für die Berechnung sämmtlicher Längen und Breiten angenommen, hat nach Delcros, Henry, Trechsel und Eschmann eine geogr. Breite von 46° 57′ 6,02″ und eine Länge östlich von Paris = 0^h 20^m $24{,}72^s$ und nach Trechsel eine Höhe von überm Meer = 572,50 m im Mittel. Schon im Jahr 1812 wurde auf dem höchsten Punkte der 1612 nordwestlich von der Stadt aufgeführten grossen Schanze ein Cabinet für Beobachtungen eingerichtet, und Trechsel bemühte sich beständig, dasselbe durch ein grösseres, zweckmässiger eingerichtetes Gebäude zu ersetzen. Bei seinem Freunde Ingenieur Feer in Zürich holte er sich Rath, bis es ihm schliesslich gelang, die Regierung im Jahr 1821 und 1822 zur Ausführung eines Baues zu vermögen. Auf solidem Fundamente wurde in leichtem Mauerwerk ein achteckiger Saal von ca. 10′ Diameter und Höhe mit Meridiandurchschnitt construirt, so dass das Centrum des neuen Gebäudes genau mit dem des alten coincidirte. Für Mittagsrohr, Uhr und vor den Schiebfenstern für bewegliche Instrumente wurden von dem Boden isolirte steinerne Fussgestelle angebracht. Der Saal hatte leider kein Drehdach, sondern über der Mitte desselben wurde eine Art Thürmchen mit festem Dach erbaut, wo man bedauerlicherweise so kein Instrument bleibend montiren konnte. Ein heizbares Zimmer und anderes war nicht vorhanden, hingegen fanden sich folgende Instrumente vor:

1. der grosse Ramsden'sche Azimuthalkreis,
2. eine Pendeluhr von Vulliamy in London,
3. ein Bordakreis von Schenk, 18 P.″ Durchm.,
4. ein Reichenbach'sches Repetitons-Theodolith, 1′ Durchm.,
5. ein Dollond'sches Fernrohr von $3^1/_2$′ Focallänge bei 30‴ Oeffnung mit 38—150 Vergrösserung und ein kl. Heliometer,
6. ein Sextant und ein Barometer.

Sehr nothdürftig war sie eingerichtet, unsere Sternwarte, so dass Trechsel nicht viel machen konnte. Wolf selbst sagt, das von mächtigen Bäumen umschattete Häuschen mit der Inschrift «Uraniae» sah

*) B. Mitthlg. 1848, No. 114.

mehr einer Grabstätte der «Urania», denn als ein ihr geweihtes Gebäude aus, und er verwunderte sich selbst, dass er den Muth fand, den Versuch zu wagen, dem Institute bessere Tage zu verschaffen und dieses Institut, das nach seiner Meinung zu einer Zierde Berns werden könnte, zu heben.

So berichtet denn Wolf schon im September 1848, dass er vor allem darnach getrachtet habe, einen heizbaren Raum zu erhalten, da ihm seine Beobachtungen von 1847/1848 bei — 10° Reaumur dies als dringend nothwendig erscheinen liessen, und im Frühjahr 1848 entsprach die Regierung diesem Wunsch und schaffte durch zweckmässige Anbauten mehr Platz, so dass nun die Beobachtungen bei allen Jahreszeiten ihren ungestörten Fortgang nehmen konnten. Einzelne Instrumente wurden auch reparirt. Seine Zuhörer wie Risold, Lamarche, Ott, Thormann und Henzi halfen ihm oft bei seinen nächtlichen Beobachtungen. Wolf klagt darüber, dass die ihm zu Gebote stehenden optischen Mittel zu schwach seien, ihnen auch die parallaktische Aufstellung fehle, und so sehe er sich leider angewiesen, mehr auf litterarischem Wege für seine Lieblingswissenschaft thätig zu sein*).

Immerhin finden sich zahlreiche Beobachtungen über Sonnenflecken, Sternschnuppen, Zodiakallicht, Nebensonnen, Vertheilung der Fixsterne. Die Länge der Sternwarte bestimmte er auf $0^h\,20^m\,25^s$, $0 \pm 2{,}56$ ö. P. Getreu dem Worte des berühmten Olbers: «Ich halte Beobachtungen erst für gerettet, und gegen Verlust gesichert, wenn sie gedruckt sind», setzte Wolf alle diese Bestimmungen mit erneutem Eifer und grösserer Ausdehnung fort. Für Anschaffung der Instrumente that zwar der Staat nichts, so musste Wolf selbst für die meteorologischen Beobachtungen sich dieselben kaufen.

Am 10. Mai 1852 sagt Wolf: «Die Declinationsvariationen der «Magnetnadel haben genau die gleiche Periode wie die Sonnenflecken; «wenn für die einen ein Maximum oder Minimum eintritt, so hat gerade «auch für die andere ein Maximum oder Minimum statt. Dieses Resultat «dürfte der Schlüssel zu wichtigen Aufschlüssen werden, und ich muss «offen gestehen, dass ich mich glücklich schätze, diese Zusammenstellung «versucht zu haben und dadurch vielleicht Entdecker eines wichtigen «Naturgesetzes geworden zu sein!» bis dann eben in Nr. 255 der Mittheilungen, am 6. Nov. 1852 vorgetragen, der Beweis über die Coincidenz der Perioden und ihre Dauer von $11^1/_9$ Jahren von ihm erbracht worden

*) B. Mitthlg. 1849, No. 167.

ist. Im Jahr 1853 stellte Wolf Schönbeins Ozonometer*) und einen Regenmesser auf, ferner versenkte er in eisernen Röhren Krüge mit Wasser zur Messung von Bodentemperatur. Interessant ist auch seine Beobachtung vom Schattenwerfen der höchsten Berggipfel der Berneralpen im Gewölk, wie es auch von Sidler und mir wiederholt beobachtet worden ist. Im Jahr 1854**) hatte Wolf die Genugthuung, dass die Regierung endlich einen Umbau der Sternwarte ausführen liess und ihm die Mittel gab, ein neues Meridianinstrument zu kaufen, welches von Ertel-München geliefert und montirt wurde. Das Fernrohr hat $3^1/_2$' Fokaldistanz auf 34''' Oeffnung. Dazu kam noch eine Pendeluhr von Leuenberger in Sumiswald, die nach mittlerer Zeit ging. Woher war diese Fürsorge der Regierung gekommen? Ministerialrath von Steinheil, welcher das schweizerische Telegraphennetz einrichtete, hatte die Telegraphenverwaltung veranlasst, mit der Regierung von Bern Unterhandlungen anzuknüpfen, um die Sternwarte zur telegraphischen Zeitabgabe zu veranlassen, und Wolf hatte sofort am rechten Ort das Eisen geschmiedet, so lange es noch warm war. Hipp hatte ausserdem einer zweiten Leuenberger-Uhr die Einrichtung gegeben, dass der Anfang jeder Minute mittlerer Bernzeit auf die Telegraphenwerkstätte übermittelt und von da aus sämmtliche Post- und Telegraphenuhren des Landes regulirt werden konnten. Wie wichtig die Verbindung der Sternwarte mit dem schweizerischen, ja mit dem europäischen Netz für sein kleines Institut war, sah Wolf sofort ein; ein Seitenthurm hat damals auch ein Drehdach erhalten, wo zu den Sonnenbeobachtungen ein 4füssiger Frauenhofer- mit einigen Detailapparaten montirt war. So ging denn Wolf mit erneutem Eifer und Energie an seine Arbeiten. Schüler wie Koch, Graberg, Garraux, Wyttenbach, Frauchiger, Fezer, Schaufelberger, Lüscher, Jeanrenaud etc. helfen ihm und es finden sich denn im Ganzen 60 verschiedene Aufsätze von Wolf, «Nachrichten von der Sternwarte in Bern» betitelt, in unsern Mittheilungen.

Aber auch für die meteorologischen Beobachtungen interessirte sich Wolf sehr. Schon 1844 übernahm er mit seinen Schülern an der Realschule die Reduction der täglichen Barometerbeobachtungen, welche Trechsel nicht besorgen wollte. Sein begeisterter Schüler F. Henzi rechnete die Beobachtungen um und nach dem Tode Trechsels wurden die Beobachtungen energisch fortgesetzt bis zum Moment (25. Mai 1855),

*) Seine Beobachtungen verglichen mit denen von Dr. Tscharner und Apotheker Müller finden sich in B. Mittheilungen 1854 Nr. 312.

**) Vergleiche B. Mittheilungen 319.

wo Wolf Bern verliess. An seine Stelle trat für die meteorologischen Beobachtungen J. R. Koch und Wolfs Beobachtungsjournal, genau und sauber geführt, liegt auf der Bibliothek der schweizer. Naturforschenden Gesellschaft.

Im Weitern ist nicht zu vergessen, dass Wolf in unsern Mittheilungen 38 verschiedene Aufsätze und Beiträge zur Geschichte der Mathematik in der Schweiz publizirt und sich so ein Material gesammelt hat, das er später gar gut verwerthen konnte. Endlich hat Wolf in öffentlichen Vorträgen, welche die Naturforschende Gesellschaft in Bern abhielt, mitgewirkt. Am 4. Nov. 1854 nahm er seine Entlassung als Sekretär der Gesellschaft, behielt aber die Redaction der Mittheilungen noch bei. An seine Stelle trat in jene Beamtung unser Prof. Dr. L. Fischer. Die Gesellschaft ehrte in Wolf das thätige Mitglied dadurch, dass er für 1855 zum Präsidenten gewählt wurde, welche Würde er aber nicht das ganze Jahr bekleiden konnte, da er im Juni 1855 nach Zürich verreiste, wohin er als Lehrer der Mathematik an das Gymnasium und für die Astronomie an das neugegründete Polytechnikum berufen wurde. Die Redaction der Mittheilungen übernahm Dr. L. Fischer. Mit der Uebersiedelung nach Zürich hat Bern in Prof. R. Wolf einen grossen Verlust erlitten; das ermessen wir daraus, wenn wir sehen, was er für Zürich geworden ist und für Bern hätte sein können. Damit gehen wir zur zweiten Phase im Leben Wolfs über.

Der Ruf nach Zürich war nicht von ungefähr gekommen. Im Sommer 1854 hatte eine vom Bundesrath eingesetzte Organisationskommission in Bern getagt, welche die Grundzüge für die Einrichtung des Polytechnikums berathen sollte. Es gelang Wolf, dieselbe zu überzeugen, dass zur allseitigen Ausbildung von Lehrern der mathematischen Wissenschaften und Ingenieuren nothwendig auch astronomische Kurse und Uebungen gehören müssen; man forderte ihn auf, eine Eingabe über die nöthigsten astronomischen Instrumente zu machen, worauf 10,500 Fr. dafür in der Meinung büdgetirt wurden, dass die Instrumente einstweilen in dem schon in Zürich vorhandenen Lokal aufgestellt werden sollten. Hiebei war die Aufmerksamkeit auf Wolf gelenkt, und am 23. April 1855 wurde er als Nachfolger von Raabe an das Gymnasium berufen und übernahm eben nebenbei die Verpflichtung, am Polytechnikum astronomische Kurse abzuhalten.

Hiezu benutzte er jene kleine Sternwarte, welche 1811 auf Betreiben Feer's und Horner's in der Nähe der Kronenpforte errichtet worden war, bis sie schliesslich 1864 zu einem Gartenpavillon des Blinden-

instituts wurde. Dort übernahm er die alten Instrumente und kaufte aus der angewiesenen Summe von 10,500 Fr. eine Repsold'sche Pendeluhr, einen Ertel'schen Theodoliten und Meridiankreis, einen Merz'schen Sechsfüsser. Die Schülerzahl nahm aber rasch zu, und als erst noch die Astronomie für die Ingenieurschüler als obligatorisches Fach erklärt wurde, da genügte der Raum nicht mehr, und auf wiederholte Eingaben erhielt er vom Schulrath den Auftrag, u. a. eine Kostenberechnung für einen Neubau einzureichen. Durch eine Schenkung von 25,000 Fr. der Kunz'schen Erben an den Bau einer Sternwarte kam die Angelegenheit in Fluss, so dass schliesslich der Bund den Bau einer Sternwarte übernahm, während der Kanton Zürich einen zweckdienlichen Bauplatz beschaffen und die Beobachtungssphäre stets freihalten musste. Der Bau, am 21. VII 1861 vom Bundesrath beschlossen und nach den Plänen Semper's ausgeführt, wurde am 23. X 1864 von den bundesräthlichen Experten Hirsch und Architekt Kubli inspizirt und collaudirt und kam auf rund 250,000 Fr. zu stehen. Davon fallen 70% auf die eigentliche Bausumme, 20% auf die Instrumente und 10% auf das offizielle Mobiliar. Wolf war stets bestrebt, die Zahl der Instrumente zu vermehren oder dieselben durch bessere zu ersetzen; er legte sich auch eine sehr interessante Sammlung von historischen Apparaten an, die manch werthvolles Stück aufweist. Von seinem eigentlichen Wirken als Astronom an der neuen Sternwarte ist zu sagen, dass er bis gegen 1875 sich einer intensiven praktischen Thätigkeit hingab und über die wissenschaftlichen Arbeiten mit seinen Assistenten Weilenmann, Leuch und seit 1875 A. Wolfer legen die bis auf die Nr. 82 angewachsenen »Astronomischen Mittheilungen« reichlich Zeugniss ab. Er bestimmte von 1874—1877 aus 1369 gemessenen Zenithdistanzen die Breite seiner Sternwarte auf 47° 22′ 39″,991 ± 0,04 und die Länge vorläufig auf 0 24^m 51^s,67. Längen- und Polhöhebestimmungen, Untersuchungen über persönliche Fehler sind die wesentlichsten Objekte seiner Thätigkeit. In den letzten Jahren waren seine Vorlesungen vorwiegend historischen Inhalts, die eigentlichen Fachvorlesungen wurden seinem Stellvertreter, Prof. A. Wolfer von Maur, Kanton Zürich, übertragen. Noch im letzten Semester hatte er nochmals Mechanik des Himmels angekündigt, eine Vorlesung, die er sich vorbehalten hatte. Seinen Sonnenfleckenbeobachtungen ist er treu geblieben bis in die letzten Tage. Stets trug er sein Handfernrohr mit sich, das ihm fast 50 Jahre lang gedient und in den Besitz Wolfers übergegangen ist. Es ist dies ein Handfeldstecher von

Plössl, wo er sich der Vergrösserung Nr. 3 bediente.*) An den Instrumenten der Sternwarte beobachtete er seit 1883, als er H. Wolfer ausser dem Refractor auch den grossen Meridiankreis übergeben hatte, nicht mehr. In den letzten 20 Jahren trat seine historisch-litterarische Thätigkeit auch auf dem Gebiete der Astronomie mehr in den Vordergrund, so publizirte er 1869—1872 sein «Handbuch der Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie.» I. Bd. 492 S., II. Bd. 459 S. Zürich, F. Schulthess, von 1890—1893 sein «Handbuch der Astronomie, ihre Geschichte und Litteratur». 2 Bde., I. Bd. 712 S., II. Bd. 658 S. Zürich, F. Schulthess. 1877 erschien als Band XVI der Geschichte der Wissenschaften in Deutschland, welche auf Veranlassung und mit Unterstützung S. Majestät des Königs von Bayern, Maximilian II., durch die historische Kommission der königlichen Akademie der Wissenschaften in München herausgegeben wird, «Die Geschichte der Astronomie», 815 S., 8°, München bei R. Oldenburg.

Diese Handbücher zeugen von einer staunenswerthen, geradezu phänomenalen Belesenheit und Beherrschung des Stoffes und zeigen seine systematische Art des Arbeitens auf das Eklatanteste. «Jeden Tag ein Stückchen» und selbst dann noch eins, wenn er bis in den Abend hinein im trauten Freundeskreis gesessen hatte, bis dann durch diese emsige continuirliche Arbeit nach und nach eine jener umfangreichen Leistungen entstanden war, die uns Staunen und Bewunderung abnöthigen.

Auf der eidgenössischen Sternwarte ist seit deren Gründung auch die schweizerische meteorologische Centralanstalt untergebracht. Nachdem 1861 auf der Versammlung der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft in Lausanne**) Mousson im Namen der in Lugano 1860 bestellten Kommission einen einlässlichen Bericht abgestattet hat, der 1. dahin gipfelte, wie die meteorologischen Beobachtungen einzurichten seien; 2. vorschlug den Bund um eine Summe von 14,000 Fr. und die Kantone um entsprechende Subventionen anzugehen, und 3. zur Leitung eine Kommission von 7 Mitgliedern vorschlug, wurde die meteorologische Kommission gewählt, bestehend aus den Herren Mousson-Zürich, Wild-Bern, Kopp-Neuchâtel, Ch. Dufour-Morges, Plantamour-Genf, Wolf-Zürich, Mann-Frauenfeld, Ferri-Mendrisio. Diese Kommission, deren Präsident Wolf nach dem Rücktritt

*) In B. Mittheilungen Nr. 144.

**) Vergl. Compte-rendu de la 45me session de la Société suisse des Sciences naturelles p. 24 ss., p. 87 ss.

von Mousson wurde, nahm die Organisation der Arbeit, sobald von Bund und Kantonen aus das Unternehmen finanziell gesichert war, eifrig an die Hand. In der Sternwarte Zürich und unter der Leitung von Wolf wurde die meteorologische Centralanstalt untergebracht, deren Direktor, Quästor, ja Sekretär er war, bis er sich auch in R. Billwiller, dem jetzigen Direktor, einen tüchtigen Nachfolger auf diesem Zweige der wissenschaftlichen Thätigkeit herangezogen hatte. Die Berichte der schweizerischen meteorologischen Kommission an die schweizerische Naturforschende Gesellschaft sind von 1867 an bis zum Schlussbericht 1880 von Wolf abgefasst. Durch Bundesbeschluss vom 23. Dezember 1880 wurde die meteorologische Centralanstalt zur eidgenössischen Staatsanstalt erhoben und R. Billwiller, der sich mit einer tüchtigen Preisarbeit «Ueber die Klimatologie der Schweiz» einführte, zum Direktor der Anstalt gewählt. An die Spitze der eidgenössischen meteorologischen Kommission, welche den Gang der neuen Anstalt zu überwachen hatte, wurde dann, wie recht und billig, Prof. Wolf berufen.

Ich gehe nun dazu über, Wolfs Thätigkeit als Präsident der geodätischen Kommission zu skizziren. Als im Jahr 1861 General Baeyer den Plan der mitteleuropäischen Gradmessung fasste, um die lokalen Abweichungen der Form der Erde von derjenigen eines abgeplatteten Rotationsellipsoids festzustellen, wandte er sich sowohl an den Bundesrath als an die schweizerische Naturforschende Gesellschaft, um sich die Mitwirkung der Schweiz zu sichern. Die letztere Gesellschaft ernannte am 22. VIII 1861 eine schweizerische geodätische Kommission bestehend aus R. Wolf als Präsident, H. Dufour, E. Ritter, A. Hirsch und H. Denzler, welcher der Bundesrath einen Kredit für ihre Arbeiten eröffnete. Man muss den Bericht mit seinen Beilagen lesen, den Wolf 1862 in Luzern*) der Versammlung der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft unterbreitet hat, um zu sehen, mit welcher Genauigkeit und Umsicht er die Sache angriff, ebenso den für Zürich für 1864.**) Es würde zu weit führen, hier im Text alle die Arbeiten über telegraphische Längenbestimmungen zwischen den einzelnen Observatorien aufzuführen, an denen Wolf betheiligt war. Er unterbreitete im Jahr 1879 der Kommission sein grossartiges Werk: «Geschichte der Vermessungen in der Schweiz als historische Einleitung zu den Arbeiten der schweizerischen geodätischen Kommission», Zürich, 1879. 4°. 320 S., ein Werk, das der schweizerischen Karto-

*) Verhandlungen 1862, S. 52 u. ff.

**) Verhandlungen 1864, S. 124 u. ff.

graphie und ihren Bestrebungen für alle Zeiten ein würdiges Denkmal setzt und von grossartigem Inhalt ist.

In die Zürcher Naturforschende Gesellschaft ist Wolf schon im Jahr 1839 eingetreten und dem Eintritte nach das älteste Mitglied gewesen. Wie er nach Zürich übergesiedelt ist, finden wir ihn im Comité. Die Gesellschaft hatte bei ihrem Wiederaufleben seit dem Jahr 1849 Mittheilungen publizirt in der Art der Berner Gesellschaft. Dieselben sind in Hefte von 13 Nummern eingetheilt und brachten es auf 10 solche mit 131 Nummern. An diese «Mittheilungen» schliesst sich nun die «Vierteljahrschrift», deren Redaktor seit der Gründung im Jahr 1856 bis zu seinem Tode, also fast volle 37 Jahre lang, R. Wolf in der hingebendsten Weise gewesen ist. Am 1. Februar 1892 beschloss die Gesellschaft neben einem kurzen Gesammtregister über die 12 letzten Jahrgänge ein detaillirtes Generalregister sämmtlicher Jahrgänge anzulegen, und Wolf hat diese wichtige und zeitraubende Arbeit nicht nur durchgeführt, sondern derselben noch ein Generalregister der «Mittheilungen» und der «Neujahrsblätter» voraus gehen lassen. Man vergleiche dieses Register und nehme dazu noch, was Dr. K. Fiedler in seinem Aufsatz «Die Naturforschende Gesellschaft in Zürich während der letzten 12 Jahre» über die Publikationen derselben sagt, dann wird man inne, welch eine Unsumme rein äusserer Arbeit des Anordnens und Corrigirens und der Durchsicht Wolf geleistet hat, nicht zu reden von dem, was er selbst publizirt hat. In allererster Linie sind da zu nennen seine «Astronomischen Mittheilungen», welche mit dem 1. Heft des 38. Jahrgangs der «Mittheilungen» auf 82 Nummern gestiegen sind*) und theils die Beobachtungen auf der eidgenössischen Sternwarte, theils die anderer und eine Unmasse Besprechungen interessanter Art über Astronomen, astronomische Instrumente und Schriften etc. enthalten. Seine bibliographischen Notizen über ältere Werke, in der Zahl von 40, sind ebenso werthvoll, und eine Fundgrube kulturhistorischen Materials werden seine Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte, die bis auf 466 Nummern gediehen sind, sein und bleiben. Was die Brauchbarkeit besonders erhöht, ist das, dass Wolf gelegentlich Register zum bequemen Auffinden des gegebenen Materials einflocht, wofür ihm Jeder, der auf diesem Gebiet arbeitet, nur dankbar sein wird. Seine Fürsorge erstreckte sich auch auf die Bibliothek der Gesellschaft. Manch' werthvolles

*) No. 83, noch vollständig von Wolf redigirt, ist gegenwärtig im Druck.

Buch ist schon von Bern aus durch ihn an die Gesellschaft geschenkt worden, und in Zürich angelangt, zählt Wolf bis zu seinem Tode zu den in aller erster Linie zu nennenden Gönnern dieses werthvollen Instituts der Gesellschaft. Der Bibliothek des Polytechnikums stand er bis zu seinem Tode als Bibliothekar vor. Ich kann Wolf's Persönlichkeit nicht besser charakterisiren, als wie es Prof. Dr. A. Heim in seinem Nachruf gethan hat, wo er sagt:

»Bei Gelegenheit der Feier seines 70. Geburtstages im Kreise der Zürcher Naturforschenden Gesellschaft äusserte sich Wolf in seiner natürlichen Bescheidenheit selbst wie folgt: »Ich habe mich immer damit getröstet, dass auch derjenige, der wie ich, kein Genie besitzt, doch viel Nützliches leisten kann, wenn er seine Arbeit richtig und seinen Fähigkeiten angemessen wählt.« Wolf hat das gethan. Er hat seinen feinen historischen Sinn, sein ungewöhnliches Gedächtniss, seine Genauigkeit, Zähigkeit und Ausdauer, seinen Ordnungssinn und Sammelfleiss und die ganze Konstanz und Sicherheit seines Wesens mit grosser Pflichttreue und Gewissenhaftigkeit ausgenützt. Er hat aber auch noch eine Fähigkeit bei all seinen Arbeiten zum glänzenden Durchbruch gebracht, die in solchem Masse, wie er sie besass, wohl gerade so selten ist, wie enormes Gedächtniss und ungeheure Ausdauer, sogar noch seltener als das Genie, das durch Gedankenblitze neue Wege öffnet: es ist eine geradezu verblüffende *Klarheit* und *Kürze*, eine *geniale* Klarheit, — wir können es nicht anders sagen! Was ein Anderer in fünfzig guten Worten klar darlegte, das sagte Wolf in bloss zehn Worten doppelt so klar, und dieser Zug geht durch alle seine Arbeiten hindurch. In seiner Hand wurden komplizirte mathematische Ableitungen von ungeahnter Einfachheit und Natürlichkeit. Im Lehrvortrag, der in schlichter Art ganz nur auf die Sache gerichtet war, trat diese Kürze und Klarheit ganz wie im geschriebenen Worte hervor. Sein Taschenbuch und seine Handbücher sind in der Art der Darstellung vollständig originell und bieten eine solche Fülle von Dingen auf kleinem Raume, wie wohl kein anderes Buch der Welt. Wenn Wolf auch langsam sprach, kam er doch weiter als mancher gewandte Redner. Recht oft hat er, seiner humoristischen Gemüthsart entsprechend, einen originellen Spass eingeflochten; derselbe war immer kurz und trocken hergesagt und diente nur der Sache, charakterisirte aber dieselbe in drei Worten besser als eine lange Rede. Wo immer es galt, zu erfassen, für sich oder Andere darzustellen, Erscheinungen der Natur oder Geschichte des menschlichen Forschens: Wolf hat immer aus

den grössten Wirrwarr der Beobachtungen und Thatsachen schnell den durchgehendsten Leidfaden gefunden, an welchem das Ganze am klarsten und kürzesten zu durchschauen ist. Diese geniale Durchsichtigkeit erfüllt all sein Denken und Schaffen, so dass vor seinem Auge ein grosser Komplex von Dingen heller lag, als jemals vorher vor menschlichem Fassungsvermögen.

Im persönlichen Verkehr mit dem ehrwürdigen Verstorbenen kam noch eine andere höchst seltene, wahrhaft klassische Eigenthümlichkeit zum Vorschein. Wolf war in allem seinem Thun zwar ohne Rast, doch *ohne Hast*. Es hat ihn wohl niemals jemand in Hast gesehen. Seine zahlreichen Werke lernen wir um so mehr bewundern, wenn wir wissen, mit welcher Ruhe, ohne Hast sie geschaffen worden sind. Es ist also möglich, ohne Hast und Nervosität so Gewaltiges zu leisten. Wolf hat es durch die That bewiesen. Ein vortreffliches, überlegtes Haushalten mit seiner Arbeitskraft und mit der Zeit, und ein einfaches, stilles Leben in Konzentration auf die nächsten selbstgewählten Pflichten, bildeten die Grundlage dieses ruhigen Schaffens. So ist es möglich geworden, dass Wolf sich nicht erschöpft und sich nicht überlebt hat. Seine Triebräder gingen so ruhig und gleichmässig ohne seitliche Schwankungen, dass sie sich bis ins hohe Alter nicht abnutzten. Was Wolf in seinen letzten Jahren geleistet hat, zeigt ihn uns noch so, wie wir ihn schon aus seinen 40 bis 50 Jahre älteren Schriften kennen.

Vor Allem aber kam diese Ruhe wohlthätig zur Geltung im persönlichen Verkehr mit dem liebenswürdigen Manne. Frei von jeder *Hast* versagte ihm sein heiteres, freundliches, liebevolles und humorvolles Gemüth niemals. In allen Situationen behielt er stets eine gleichmässige, wahrhaft klassische Ruhe und Sicherheit, und wenn er auch mit grösster Bestimmtheit auftrat, war er doch ruhig und milde. Kein Neid hat jemals seinen bescheidenen Sinn getrübt. Ein Streit mit Vater Wolf war völlig undenkbar. Wenn er Kritik übte, war sie treffend, aber so rein und wohlwollend, dass sie nur belehrte und mahnte, nie verletzte. Er liess niemals seine eigene Ueberlegenheit andere fühlen und ureinfach, schlicht, ohne Ceremonien, treu und offen war sein ganzes Wesen, ungekünstelt seine Herzlichkeit. Er war in seinem Wesen ein Eidgenosse vom alten Schrot und Korn, durch und durch.

In der Gesellschaft gehörte er namentlich in späteren Jahren zu denen, von denen es heisst: stille Wasser sind tief, aber nicht zu

jenen stillen Wassern, vor denen uns ein geheimes Grauen erfüllt, sondern zu jenen, wo Treue und Wohlwollen und wahre Herzensgüte aus dem Spiegel ihrer Seele leuchtet.

Wie in seinem wissenschaftlichen Schaffen, so ist Wolf auch in seinem Wesen als Mensch stets Derselbe, Unveränderliche geblieben: ein ehrwürdiger, ungetheilt verehrter Kollege, ein väterlicher Freund. Er scheidet von uns als der letzte noch im Amte Gestandene, der seit Gründung des eidgenössischen Polytechnikums, seit vollen 38 Jahren an beiden Hochschulen gelehrt hat.»*)

«Bis ins hohe Alter einer guten, nur einmal vorübergehend ernstlich bedrohten Gesundheit sich erfreuend, erhielt der Heimgegangene bei seinem diesjährigen Herbstaufenthalt auf dem Rigi eine ernste Mahnung, dass seine Tage gezählt sein möchten. Eine vor kurzer Zeit eingetretene Erkältung hatte eine Brustfellentzündung zur Folge und brachte eine rasch zunehmende Entkräftung mit sich. Bis kurz vor seinem Tode blieb er im Besitze seiner Geisteskräfte und unterhielt sich mit seinem, ihm durch achtungsvolle Freundschaft verbundenen Assistenten. Noch einmal öffnete sich das schon brechende Auge, um dem herbeigeeilten treuesten Freunde einen Blick der Liebe zu spenden und das Licht des Gestirns zu grüssen, dessen Erforschung er einen grossen Teil der Arbeit seines Lebens und Geistes gewidmet hatte. Er entschlief den 6. Dezember, Mittags 12 Uhr, sanft und ohne sichtbaren Todeskampf.»**)

So wurde er denn in imposantem Zug, der Zeugniss von der hohen Achtung, in der der Verstorbene stand, gab, zur letzten Ruhe geleitet. Von Genf, Neuenburg, Bern, Basel waren sie herbeigeeilt, die den treuen Lehrer und Freund, den Mann der Wissenschaft verehrten. Im Trauergottesdienst in der «Predigerkirche» gab zuerst Herr Pfarrer W. Bion einen allgemeinen Ueberblick über die Lebensumstände und den Charakter des Verstorbenen, Prof. Dr. A. Heim feierte ihn als Gelehrten und Lehrer am Polytechnikum und der Hochschule, Prof. Dr. Lang übermittelte die Beileidsbezeugungen des Central-Comités der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft und resümirte seine Verdienste und Arbeiten für die Gesellschaft, und Cand. math. E. Amberg zeigte in einfachen und schlichten Worten, was er der studirenden Jugend beider Hochschulen gewesen ist.

Wolf war auch im Ausland hochgeachtet; so wurde er 1864 Mitglied der Royal Astronomical Society in London, 1885 correspon-

*) Rede des Hrn. Prof. Dr. Alb. Heim S. 8 ff.

**) Rede des Hrn. Pfr. W. Bion-Zürich. S. 5.

direndes Mitglied der Pariser Akademie an Stelle von E. Plantamour, 1889 der Società degli spectroscopisti italiani, 1893 Ehrenmitglied der östreichischen Gesellschaft für Meteorologie und so correspondirendes Mitglied oder Ehrenmitglied zahlreicher schweizerischer oder ausländischer gelehrter Gesellschaften.

«Professor Wolf blieb unverehlicht. Hiezu mag nebst seinem rastlosem Studium gewidmeten Leben, wohl auch wesentlich der Umstand mitgewirkt haben, dass er, so lange Mutter und Schwester noch mit ihm zusammenlebten, ein schönes häusliches Glück genoss. Er brachte denselben den reichen Schatz seines treuen und liebevollen Herzens dar, und als sie ihm entrissen worden, so übertrug er ihn auf einen ihn noch überlebenden, an Charakter und wissenschaftlicher Tüchtigkeit seiner würdigen Freund, der wenn auch verhindert, leiblich in unserer Mitte zu sein, gewiss mit uns, in Geist und Liebe vereint, diese Gedächtnissstunde schmerzlich ergriffen mitfeiern wird: Professor Wild, gewesener Lehrer der Topographie und Geodäsie am Polytechnikum. Doch die Fülle des wohlwollenden Herzens unseres Entschlafenen erschöpfte sich nicht an seinen nächsten Familienangehörigen und Freunden, sondern war reich genug, um auch Fernerstehende zu erfreuen und zu beglücken. Er that im Stillen viel Gutes und hatte allezeit ein offenes Herz und eine offene Hand für jede Noth, welche ihm der Hülfe würdig erschien.»*)

Seine Liebe zum Institut, das er so recht eigentlich geschaffen, bekundete er in seinem letzen Willen, datirt vom 21. November 1893. Wir lesen darüber im Schweiz. Bundesblatt 1894 Nr. 4:

Der schweizerische Bundesrath

nach Einsicht

1. einer authentischen Abschrift der letzten Willensverordnung, vom 21. November 1893, des am 6. Dezember gleichen Jahres verstorbenen Dr. Rudolf Wolf, von Zürich, gewesenen Professors am eidgenössischen Polytechnikum daselbst, welche Willensverordnung u. a. folgende Verfügung enthält:

«Die nach Ausrichtung obiger, zusammen Fr. 40,000 und einen Theil meiner Fahrhabe beschlagenden Legate noch übrigbleibende Summe von cirka Fr. 60,000, sowie meine Bücher, Instrumente und überhaupt die sämmtliche übrige Fahrhabe, vermache ich der «Sternwarte des eidgenössischen Polytechnikums», dabei folgende nähere Bestimmungen treffend:

*) Rede des Hrn. Pfr. W. Bion-Zürich. S. 4.

«1. Das Kapitalvermögen soll unter eigene Verwaltung gestellt und als unantastbar erklärt werden, so dass nur die Zinsen zur Verwendung kommen können.

«2. Diese Zinsen sollen in erster Linie zur Fortführung und Versendung meiner «Astronomischen Mittheilungen» dienen. Von diesen soll alljährlich unter dem Titel «Astronomische Mittheilungen, gegründet von Dr. Rudolf Wolf, Nr....., herausgegeben von.....», wenigstens eine Nummer erscheinen, welche in bisheriger Weise den Fleckenstand der Sonne im abgelaufenen Jahre gibt, damit meine mit 1749 beginnende Reihe der monatlichen Relativzahlen in homogener Weise fortgeführt werden kann, und die ferner Fortsetzungen der Sonnenfleckenlitteratur und des Sammlungsverzeichnisses enthält. Der weitere Inhalt dieser und allfälliger anderer Nummern bleibt dem freien Ermessen des Herausgebers überlassen.

«3. In zweiter Linie können mit Hülfe dieser Zinsen, welche von den Mittheilungen (wenigstens solange diese nur als Separatabdrücke aus der Vierteljahrsschrift abgezogen werden) nur schwach beansprucht sind, grössere Publikationen der Sternwarte ermöglicht werden, unter welche allenfalls auch einzelne der von mir «als druckbereit» hinterlassenen Manuskripte eingereiht werden können.

«4. Ist in solcher Weise für die Veröffentlichungen der Sternwarte und damit auch für ihren Tauschverkehr hinlänglich gesorgt, so können allfällige Zinsrestanzen auch zur Bereicherung der Sammlungen und für andere nicht etatsmässige Bedürfnisse der Sternwarte Verwendung finden.

«5. Aus der Bibliothek, welche infolge früherer vielfacher Verschenkungen nicht gross ist, aber manche Rarissima enthält, sind diejenigen Werke auszuscheiden, deren Verbleib auf der Sternwarte wünschbar erscheint, die übrigen sind der allgemeinen Schulbibliothek einzuverleiben. In allfällige Dubletten mögen sich die Bibliotheken der zürcherischen und schweizerischen Naturforschergesellschaft und die Privatbibliothek von Herrn Professor Wolfer theilen.

«6. Die Sammlung, zu welcher auch viele der eingerahmten Bilder, sowie die Galilei, Kepler und Bürgi gehören, ist nach und nach, soweit es nicht von mir bereits geschehen ist, der Sammlung der Sternwarte einzuverleiben und dabei jedes Stück in dem Verzeichnisse kurz zu beschreiben.

«7. Von der übrigen Fahrhabe soll alles, was für die Sternwarte brauchbar ist, auf derselben bleiben und auf ihr Inventar gesetzt werden. Ein allfälliger Rest soll nicht vertrödelt, sondern, sei es an einzelne Personen als Andenken, sei es an wohlthätige Anstalten, verschenkt werden.

«8. Dem Donator soll auf der Sternwarte eine einfache Gedenktafel gewidmet und sein Grab mit einem Kreuz nach Art derjenigen, welche er Mutter und Schwester setzen liess, geschmückt werden. Für Instandhaltung aller drei Gräber darf ich wohl die Schulbehörde zu sorgen bitten.»

2. eines Berichtes des schweizerischen Schulrathes;

gestützt auf Art. 105, litt. *f*, des Reglementes für die eidgenössische polytechnische Schule,

beschliesst:

1. Der schweizerische Bundesrath erklärt die Annahme des genannten testamentarischen Vermächtnisses.

2. Dasselbe erhält die Benennung «Wolf-Stiftung für die Sternwarte des eidgenössischen Polytechnikums» und wird als Spezialfonds vom eidgenössischen Finanzdepartement verwaltet.

3. Der schweizerische Schulrath verwendet die Zinse der Stiftung gemäss den testamentarischen Bestimmungen und erstattet darüber jährlich Rechnung und Bericht an den Bundesrath.

4. Der schweizerische Schulrath sorgt in Verbindung mit dem Testamentsvollstrecker für die gehörige Ausführung der Bestimmungen des Donators in Betreff der Gedenktafel und des Grabes.

Bern, den 19. Januar 1894.

* * *

Sein Name wird in unserm Vaterlande als der eines treuen Sohnes und begeisterten Freundes der Wissenschaft stetsfort einen guten Klang behalten, sein uneigennütziges und hingebendes Wirken mag uns zum Vorbilde dienen, sein Andenken bleibe im Segen.

Grössere Nekrologe erschienen:

1. Reden gehalten bei der Trauerfeierlichkeit für Hrn. Dr. J. Rudolf Wolf, Professor der Astronomie und Direktor der eidgenössischen Sternwarte in der Predigerkirche zu Zürich am 9. Dezember 1893. 15 S. Mit Portrait.
2. Prof. Rudolf Wolf †. Allgemeine Schweizer-Zeitung, 1893 Nr. 291 und Separatabdruck, 6 S., von Prof. A. Riggenbach-Burckhardt-Basel.

3. Zürcher Post 1893, XII, 8, von Direktor R. Billwiller-Zürich.
4. Zum Gedächtniss von Dr. J. Rud. Wolf, Professor der Astronomie und Direktor der Sternwarte in Zürich, von Pfr. W. Bion-Zürich. Schweizerisches Protestantenblatt 1893 Nr. 50.
5. Le professeur Rodophe Wolf. Gazette de Lausanne 23. Déc. 1893. Ch. Dufour.
6. Rodolphe Wolf. Journal de Genève, 14 Déc. 1893. R. Gautier.
7. Schweizer. Bauzeitung Nr. 24, 16. Dez. 1893, von Dr. Maurer. Mit Bild.
8. Illustrirte Zeitung, 6. Jan. 1894. Nr. 2636 von Dr. B. Messerschmidt. Mit Bild.
9. Erinnerungen an Prof. Rudolf Wolf †. Neue Zürcher-Zeitung, 26. Februar 1894.

Wolf's Werke sind:

A. Astronomie.

Sonnenfinsterniss 1847. B. M.*) 1847, 65.

Nachrichten von der Sternwarte in Bern. B. M. 1848: 41, 45, 145, 169, 209, 233, 237. — 1849: 16, 129. 134, 177. — 1850: 1, 6, 97, 98, 99, 113, 121, 129, 131, 134. — 1851: 89, 156, 172, 176, 180, 182. 1852: 41, 48, 49, 149, 169, 175, 179, 305. — 1853: 28, 33, 120, 138, 224, 229, 233, 267, 284. — 1854: 9, 17, 65, 73, 77, 105, 108, 113, 123, 145.

Sehen der Sterne bei Tage aus tiefen Schachten. B. M. 1851, 159.

Vertheilung der Fixsterne. B. M. 1851, 121.

Neue Untersuchungen über die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung. (Mittheilungen der bernischen Naturforschenden Gesellschaft. Bern, 1852 Haller'sche Druckerei. Genaue Bestimmung der $11^1/_9$ Jahre. S. 5. 24 S. 8°.)

Die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung. B. M. 1852, 249.

Jährlicher Gang der magnet. Declinations-Variation. B. M. 1853, 217.

Nachrichten von der Sternwarte in Bern. B. M. 1855: 7, 89, 121, 127, 129, 189.

Beobachtungen der Sonnenflecken in der ersten Hälfte des Jahres 1855 und Nachträge zur Untersuchung über Periodicität. B. M. 1855, 201.

Ergänzungen zu Mairan's «Liste des apparitions de l'Aurore boréale» Z. V.**) 1856, 196.

Mittheilungen über Sternschnuppen und Feuerkugeln. Z. V. 1856: S. 301.

Dasselbe auch separat. Aus der Vierteljahrsschr. der Naturf.-Gesellschaft in Zürich besonders abgedruckt. Zürich, Druck von Zürcher & Furrer. 1856, 32 S.

Ueber Kometen und Kometen-Aberglauben. Ein populärer Vortrag, den 22. Januar 1857 zu Zürich gehalten von Dr. R. Wolf, Prof. der Mathematik. Aus der Monatsschr. d. wissensch. Vereins bes. abgedruckt. Zürich, Verlag v. Meyer & Zeller 1857, 24 S.

---

*) B. M. = Mittheilungen der Berner Naturforschenden Gesellschaft.

**) Z. V. = Vierteljahrsschrift der Zürcher » »

Ergänzungen zum neuen Katalog der Nordlichter von Dr. Boué. Z. V 1857: 81, 400.

Sternschnuppen-Beobachtungen 1857/58. Z. V. 1858: 88, 302. 1858/59 1859: 197.

Aeltere Beobachtungen über die Abweichung der Magnetnadel in Zürich Z. V. 1858, 91.

Ueber die Deklination in Basel nach einem Manuscript von Daniel Huber Z. V. 1858, 175.

Eglinger über den Kometen von 1664. Z. V. 1858, 289.

Ueber die bisherigen Bestimmungen der geogr. Lage von Zürich. Z. V 1858, 403.

Ueber den mittleren jährlichen Verlauf des Sternschnuppenphänomens in den Jahren 1851—1859. Z. V. 1859, 379.

Basler's Beschreibung des Nordlichts vom 2/12. Sept. 1621. Z. V. 1859, 389

Louis Pictet's Nordlichtbeobachtungen in Russland. Z. V. 1860, 218.

Die Nordlichterscheinungen von Placidus Heinrich und zwei von Basler erwähnte Nordlichterscheinungen. Z. V. 1860, 327.

Die Feuerkugel von 1861, XI 12. Z. V. 1861, 452.

Flaugergues und Huber's Beobachtungen über das Zodiakallicht und über die veränderlichen Sterne. Z. V. 1862, 416.

Einige in der Winterthurer Chronik verzeichnete Nordlichterscheinungen Z. V. 1864, 302.

Abweichung der Magnetnadel in Zürich. Z. V. 1867, 399.

Wilhelm Herrschel. Ein Vortrag, geh. den 28. Febr. 1867 auf dem Rathhause in Zürich. Zürich, F. Schulthess 1867. 19 S. 8°.

Ueber bisherige astronomische Geschichtschreibung. Z. V. 1869, 114.

Sur quelques Publications récentes par le Prof. Rod. Wolf. Tiré des Archives des Sciences de la Bibliothèque universelle. Juillet 1870 A. G.

Die Erfindung des Fernrohrs und ihre Folgen für Astronomie. Vortrag gehalten den 6. Jan. 1870 auf dem Rathhaus in Zürich. Zürich Verlag Fr. Schulthess 1870. 27 S. 1 Tafel.

Beiträge zur Geschichte der Astronomie. Ohne Ort und Datum. (Viertel jahrsschrift der astronom. Gesellschaft XVII, 2. Heft. 11 S. 8°.)

Nachrichten über den Sternschnuppenregen 1872 XI 27. Z. V. 1872, 294

Ueber das Sehen der Sterne aus tiefen Brunnen. Z. V. 1875, 179.

Aus einem Schreiben von C. v. Littrow. Z. V. 1876, 228.

Untersuchung über die persönliche Gleichung. Z. V. 1876, 310.

Zeitgenössischer Beitrag zur Geschichte der Erfindung des Fernrohrs 1876, 290.

Aus einem Schreiben von H. Gyldèn. Z. V. 1877, 199.

Geschichte der Astronomie als Bd. XVI der Gesch. der Wissenschaften in Deutschland. Auf Veranlassung und mit Unterstützung S. Maj. des Königs v. Bayern Maximilian II. herausgegeben durch die histor Kommission bei der Königl. Akademie der Wissenschaften. München 1877. R. Oldenburg. 815 S. 8°.

Die Zürcher Beobachtungen der ringförm. Sonnenfinsterniss am 7. IX. 1820 Z. V. 1881, 186.

Ueber die Abspiegelung der Sonnenfleckenperiode in den zu Rom beobachteten magnet. Variationen. Note von R. Wolf, Prof. am eidgen. Polytechnikum. Estratto dal volume pubblicato in commemorazione di Domenico Chelini. Neapel, Mailand, Pisa. Verlag v. Ulrich Hoepli. 1881, 8 S

Emil Plantamour., ein Nekrolog mit Portrait. Leipzig 1883. 8°, 20 S

Einige Notizen über Name und Familie des Astronomen Lalande. Z. V. 1883, 65.

Ueber zwei zeitweise Verdunklungen der Sonne. Z. V. 1884, 69.

Ueber das Nordlicht vom 19. Oktober 1726. Z. V. 1884, 269.

Zwei Nachträge zu den Mittheilungen über Lalande und Zach. Z. V. 1888, 179.

Notiz über das in der Schweiz in der Nacht v. 27/28. Dez. 1560 gesehene grosse Nordlicht. Z. V. 1890, 87.

Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur. (1890—93) I Bd. 712 S. II Bd. 685 S. Zürich, F. Schulthess.

Aus einer alten Chronik (Kometen). Z. V. 1893, 115.

Quelques Résultats déduits de la statistique solaire par Rod. Wolf. 15 S. Estratto dalle Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani.

On the Period of Sun-spot frequency. 15 S. französ. 4°. 1 Taf. (Royal Astronomical Soc. Vol. XLIII).

Astronomische Mittheilungen I—II (Sonnenfleckenbeobachtungen in Bern und Zürich 1849—1855, eine dem Erdjahr entsprechende Periode in den Sonnenflecken). Z. V. 1856: 151, 262.

— — III—V (Sonnenflecken 1856: Staudacher's Beobachtungen 1749—99; Minimumsepoche 1755,5; grosse Sonnenfleckenperiode; Venusperiode; Buys-Ballot's Periode von 27,628 Tagen; zur Entdeckung des Zusammenhangs zwischen Erdmagnetismus und Sonnenflecken; Tafel der magnetischen Variationen; Nordlichtskatalog; Sonnenfleckenlitteratur Nr. 1—61.) Z. V. 1857: 109, 272, 349.

— — VI—VII (Sonnenflecken 1857; Serie Harriot 1611—13; Serie Stark 1813—36; Bestimmung einiger Minimumsepochen; über die Relativzahlen; Rückwirkung der Planeten auf die Sonne; Arbeiten von Schmidt und Carrington; Sonnenfleckenlitteratur 61—100). Z. V. 1858: 124, 373.

— — VIII—IX (Sonnenflecken 1858; Epochen-Tafel; Einfluss der Sonnenflecken auf die Temperatur; Aufstellung einer Formel für die Sonnenfleckenkurve; über die Möglichkeit, aus den Relativzahlen die Declinationsvariationen zu berechnen; Auszug aus einem Schreiben von Hansteen; über neue Publikationen von Carrington, John Herschel, Thiele etc. Sonnenfleckenlitteratur 111—132). Z. V. 1859: 66, 213.

— — X—XI (Sonnenflecken 1859; Serie Schwabe 1826—1848; Bestimmung einiger älterer Epochen; Untersuchung der die monatlichen Relativzahlen darstellenden Kurve; ältere Variationsbeobachtungen, Vergleichung der Erscheinungen von Nordlicht und Sonnenflecken; neue Publikationen von Carl, Carrington, Leverrier etc.; Sonnenfleckenlitteratur 133—153). Z. V. 1860: 1, 233.

— — XII—XIII (Sonnenflecken 1860; Relativzahlen 1749—1860; Formel zur Berechnung der Minima; Höhenperiode; einige ältere Variationsbeobachtungen; Berechnung der Variationen aus Relativzahlen; Vortrag über die Sonne und ihre Flecken; Sonnenfleckenlitteratur 154—168). Z. V. 1861: 157, 416.

— — XIV (Sonnenflecken 1861; Sonnenfleckenlitteratur 169—178). Z. V. 1862: 225.

— — XV (Sonnenflecken 1862; neue Variationsformeln; Parallelismus der Häufigkeit von Sonnenflecken und Nordlicht nebst betreffenden

Bestimmung der Polhöhe von Zürich; Längenbestimmung Pfände Zürich-Gäbris; Ermittlung der Elemente des Doppelsternsystems Ursae majoris; die hessischen Sternverzeichnisse; Sonnenflecke litteratur 352—362; Sammlungsverzeichniss 190—210). Z. V. 187 1, 225, 353.

Astronomische Mittheilungen XLVI—XLVIII (Sonnenflecken 1877; A leitung der mittleren Länge der Variatonsperiode zur Widerlegun der von den Herren Broun und Faye publizirten Bestimmungen u Schlüsse; über den Einfluss einer nicht ganz richtigen Einführun der Temperatur auf die Polhöhe-Bestimmungen; Sonnenfleckenli teratur 363—374; Sammlungsverzeichniss 211—241). Z. V. 187 38, 166, 305.

— — XLIX (Sonnenflecken 1878; Sonnenfleckenlitteratur 375—398 Z. V. 1879: 1.

— — L—LI (Sonnenflecken 1879; Tafel der von 1749—1876 beobac teten Relativzahlen; über Gould's Temperaturformel für Buenos-Ayre neue Variationszeichen und Formeln von Greenwich, Helder u Rom; Bestimmung und Vergleichung der Minimumsepochen f Sonnenflecken und Variationen; neue Bestätigung des parallel Ganges von Nordlicht- und Sonnenflecken-Häufigkeit; Sonnenflecke litteratur 398—426; Sammlungsverzeichniss 242—251). Z. 1880: 44, 321.

— — LII—LV (Sonnenflecken 1880 bis 81; Besprechung der Spöre schen Bestimmnng der Länge der Fleckenperiode und verschiede einschlägige Untersuchungen; Vergleichung der Fleckenstände d Sonne auf der nördlichen und südlichen Halbkugel derselben na Weber's Beobachtungen; neue Studien über Personaldifferenzen Höheneinstellungen; zwei Mittheilungen über eine neue Serie v Würfelversuchen; Sonnenfleckenlitteratur 427—466; Sammlung verzeichniss 252—259). Z. V. 1881: 50, 121, 201, 345.

— — LVI—LVIII (Studien über die Sonnenfleckenperiode mit Berücl sichtigung der betreffenden Arbeiten von Duponchel, Wichard, v der Gröben und Balfour Stewart, sowie der Ergebnisse einiger Ve suchsreihen; dritte Mittheilung über die neue Reihe von Würfe versuchen; Sandauslauf und Fehlerkurve; Sonnenfleckenlitteratu 467—469; Sammlungsverzeichniss 260—276). Z. V. 1882: 5 189, 241.

— — LIX—LX (Sonnenflecken 1882; Fortsetzung der neuen Studie über die Sonnenfleckenperiode; weitere Ergebnisse der neuen Reih von Würfelversuchen; Sonnenfleckenlitteratur 470—485; Samn lungsverzeichniss 277). Z. V. 1883: 1, 97.

— — LXI—LXIII (Sonnenflecken 1883; neuer Beweis für die Berecl tigung der Relativzahlen; Mittheilung der durch Ausgleichung e haltenen Variationsreihen für Christiania und Batavia: einheitlich Variationstafel für 1781—1880; Studien über die von Dr. Hi fiker berechnete Neuenburger-Reihe von Sonnenradien; neue Be träge zur Geschichte des Gothaer-Kongresses vom Jahre 179 Sonnenfleckenlitteratur 486—500; Sammlungsverzeichniss 278—298 Z. V. 1884: 1, 113, 243.

— — LXIV—LXVI (Sonnenflecken 1884; Studien über die in den Fo meln zur Berechnung der Relativzahlen vorkommenden Erfahrung faktoren und über die Constanten der Variationsformeln; Besprechun

einer Note von Prof. Korteweg und Mittheilung eines Ergebnisses der einheitlichen Variationsreihe; Sonnenfleckenlitteratur 501—521; Sammlungsverzeichniss 299—317). Z. V. 1885: 1, 230, 321.

Astronomische Mittheilungen LXVII—LXVIII (Sonnenflecken 1885; Versuch einer Ehrenrettung von Nicolaus Reymers; Sonnenfleckenlitteratur 522—538; Sammlungsverzeichniss 318—323). Z. V. 1886: 113, 313.

— — LXIX—LXX (Sonnenflecken 1886; über die zu Klausthal von 1844—1886 beobachteten Declinationsvariationen; neuer Beitrag zur Geschichte der ersten Pendeluhren; Sonnenfleckenlitteratur 539—562; Sammlungsverzeichniss 324—330). Z. V. 1887: 1, 149.

— — LXXI—LXXII (Sonnenflecken 1887; Note von Professor Spörer in Potsdam und einige darauf bezügliche Bemerkungen; zu Bessel's Untersuchungen über den Einfluss einer Ellipticität der Zapfen; zu E. Quetelet's Studien über die seculären Bewegungen der Magnetnadel; über die Rechtschreibung des Namens von Joost Bürgi und über die Beziehungen von Willibrord Snellius zu Cassel; Sonnenfleckenlitteratur 563—583; Sammlungsverzeichniss 331—334). Z. V. 1888: 1, 222.

— — LXXIII—LXXV (Sonnenflecken 1888; Versuch einer Bestimmung der grossen Sonnenfleckenperiode; Besprechung des von W. Sellmeier unternommenen Versuchs, die elfjährige Periode in der Sonnenthätigkeit zu erklären, und die neuesten Untersuchungen von Prof. Spörer über die Wanderung der Fleckenzonen; Studien über das sogenannte Petersburger-Problem; Sonnenfleckenlitteratur 584—602; Sammlungsverzeichniss 335—343). Z. V. 1889: 47, 257, 338.

— — LXXVI—LXXVII (Sonnenflecken 1889; Revision der Variationsformeln für Greenwich und Wien und Fortsetzung der Variationsreihen; Mittheilungen betreffend die von Gauss im Sommer 1815 gehaltenen Vorlesungen über die «Elemente der Astronomie»; Sonnenfleckenlitteratur 603—623; Sammlungsverzeichniss 344—346). Z. V. 1890: 113, 225.

— — LXXVIII (Sonnenflecken 1890; bibliographische Studie über den «Thurecensis phisiti Tractatus de Cometis»; Sonnenfleckenlitteratur 624—641; Sammlungsverzeichniss 347—349). Z. V. 1891: 1.

— — LXXIX—LXXX (Bestimmung einer Variationsformel für Tiflis und Festsetzung der Epoche des letzten Sonnenfleckenminimums; Auszüge aus Briefen von Emile Gautier und Urbain Leverrier; Sammlungsverzeichniss 350—355. Sonnenflecken 1891; sowie Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres und Mittheilung einiger betreffender Vergleichungen; Beiträge zur Geschichte des Planimeters; Sonnenfleckenlitteratur 642—660; Sammlungsverzeichniss 350—359). Z. V. 1892: 1, 105.

— — LXXXI—LXXXII*) (Einige neue Beiträge zur Biographie von Joost Bürgi [Bildniss] und zur Geschichte des Planimeters; neue Serie von Würfelversuchen; Fortsetzung des Sammlungsverzeichnisses; Beobachtungen 1893, 1. Der Sonnenflecken 1892, sowie Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres und Mittheilung einiger betreffender Vergleichungen; Variationsreihen und Formeln für Genua und Bombay; Sonnenfleckenlitteratur 661—678; Sammlungsverzeichniss 360—365). Z. V. 1893: 1, 133.

*) No. LXXXIII, noch ganz von Wolf redigirt, erscheint demnächst.

B. Meteorologie.

Mondregenbogen und Nebensonnen. B. M. 1849, 64.
Meteorologische Beobachtungen. Manuscr. Mai 1851 — Mai 1855. — (Bibl. der Schweiz. Naturf. Ges. Bern.)
Brief von F. Lang. B. M. 1854, 139.
Verschiedene Notizen (Gletscher etc.). B. M. 1855, 51.
Ueber den jährlichen Gang der Temperatur in Bern und seiner Umgebung. B. M. 1855, 97.
Ueber den Ozongehalt der Luft und seinen Zusammenhang mit der Mortalität. B. M. 1855, 57, 113.
Mittheilungen aus einem Briefe an Herrn Oberst Göldlin in Luzern. B. M. 1855. 132.
Meteorologische Beobachtungen in Bern im Frühling 1855. B. M. 1855, 187.
Ueber meteorologische Beobachtungen in Guttannen. B. M. 1855, 209.
Neue Beobachtungen und Bemerkungen über den Ozongehalt der Luft. B. M. 1856. 57.
Auszug aus Guggenbühl's „Wyn-Rechnung der statt Zürich". Z. V. 1856, S. 406. 1857, S. 93, 205.
Aus Guggenbühl's Chronik. Z. V. 1857, 314. 1858, 169.
Auszug aus dem Chronicon Bernensi Abrahami Musculi ab anno 1581 ad annum 1587. B. M. 1857, 107.
Schaffhauser Weinrechnung 1466—1793 und Fruchtrechnung von 1594 bis 1793. Z. V. 1858, 177.
Ueber die Witterung in Zürich. 1856—1859. Z. V. 1860, 88.
Auszüge aus dem Tagebuch des Junker Rathsherr Schmid. Z. V. 1583 bis 1585. 1861, 199.
Das Erdbeben 1861 XI, 14. Z. V. 1861, 456.
Ueber die Witterung in den Jahren 1856—1861. Z. V. 1862, 95.
» » » » » » 1856—1862. Z. V. 1863, 199.
» » » » » » 1856—1863. Z. V. 1864, 139.
Auszüge aus verschiedenen handschriftlichen Chroniken der Stadtbibliothek in Winterthur. Z. V. 1865, 84, 174.
Aus einem Schreiben des Herrn Telegrapheninspector Kaiser in St. Gallen vom 25. Februar 1866. Z. V. 1866, 107.
Aus einem Schreiben des Herrn Pfarrer Moritz Tscheinen in Grächen vom 28. April 1866. Z. V. 1866, 194.
dito vom 3. April 1868. Z. V. 1868, 281. 1877, 401.
Aus einem Brief von W. Bandelier in Highland von 1870. VIII, 4. Z. V. 1870, 380. 1881, 264.
Auszug aus einem Brief des Herrn Jos. Caviezel in Sils-Maria. Z. V. 1871, 263.
Die kalten Winter von 1572/73 und 1586/87. Z. V. 1873, 166.
Zur Witterungsgeschichte der Jahre 1589 und 1590. Z. V. 1873, 276.
Aus einem Schreiben von Herrn Pfarrer J. Meyer in Vitznau von 1874. II, 4. Z. V. 1873, 414.
Das Erdbeben vom 20. Februar 1874; aus einem Briefe von A. Gautier. Z. V. 1874, 79.
Aus einem Schreiben von Pfarrer Tscheinen, Pfarrer Anton Hagen und Dr. Killias. Z. V. 1874, 196, 298, 301.
Mittheilungen von C. von Deschwanden über die Ankunft der Schwalben in Stanz von 1829—1864. Z. V. 1874, 417.

Gewitter in Zürich, von 1499—1778. Z. V. 1877, 402.
Notizen von Herrn Freihauptmann Kündig über Blüthe und Reife der Trauben bei Zürich. Z. V. 1878. 387.
Ueber die am 20. Juli 1884 auf dem Zürichsee entstandenen Wasserhosen. 1884, 267.

C. Mathematik.

Ueber Curven II. Grades. (Annalen der Wiener Sternwarte).
Die Lehre von den geradlinigen Gebilden in der Ebene. Ein Versuch einer systematischen elementaren Entwickelung der sogenannten Planimetrie, Goniometrie und Trigonometrie, der Anfangsgründe der analytischen Geometrie etc., von R. Wolf, Lehrer der Mathematik an der Realschule in Bern. Bern und St. Gallen, Verlag von Huber & Comp., 1841. (Littrow gewidmet.) I, 121 S. und 2 Bl.
— — Dasselbe, II. Auflage, VI, 155 S. Bern und St. Gallen, 1847.
Graphische Darstellung der Primzahlen. B. M. Bern, 1843. S. 8, 28.
Wolf, R., Das Dreieck. Das Vieleck. 1844. 4. S.
— — Die Kreislinie. 1844. 4 S.
— — Regeln für die trigonometrischen Rechnungen. 4. S. Wolf, 1844.
— — Sätze aus der Curvenlehre. 4 S. 1844.
Grundregel für geometrische Schattenconstructionen. B. M. 1846, 166.
Zur Geschichte der Quadratur des Kreises. B. M. 1846, 31.
Zur Ballistik. B. M. 1846, 177.
Das centrische Vielflach, B. M. 1847, 93.
Transformation der Coordinaten, B. M. 1848, 25.
Zur Methode der kleinsten Quadrate. B. M. 1849, 140.
Versuche zur Vergleichung der Erfahrungswahrscheinlichkeit mit der mathematischen Wahrscheinlichkeit. B. M. 1849, 97, 183. 1850, 85, 209. 1851, 17. 1853, 25.
Wolf, R., Versuche mit Würfeln. (100,000 Versuche.) Manuscr. (Bibl. der Schweiz. Naturf. Ges. Bern.) 1851.
Taschenbuch für Mathematik und Physik. Zum eigenen Gebrauche entworfen von R. Wolf. Bern, Haller'sche Buchdruckerei. 1852, 128 S. und Tafeln.
Zur Lehre der Wahrscheinlichkeit. B. M. 1852, 133.
Taschenbuch für Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie, von Dr. R. Wolf, Professor in Zürich. Zweite, ganz umgearbeitete und sehr erweiterte, mit zahlreichen Tabellen und 5 Figurentafeln ausgestattete Auflage. Bern, 1856. 200 S. und Tafeln.
— — Dasselbe, dritte, umgearbeitete Auflage. Bern, 1860, 269 S.
— — Dasselbe, fünfte, neu durchgearbeitete Auflage. Zürich, 1877, 434 S.*)
Handbuch der Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie. Von Dr. R. Wolf, Professor in Zürich. 2 Bände. Zürich, Druck und Verlag von F. Schulthess, I. Bd., 492 S.; II. Bd. 1872, 459 S.
Aus einem Schreiben des sel. Prof. Dr. Gräffe vom 13. April 1872. Z. V. 1875, 352.
Wolf R., Drei Mittheilungen über neue Würfelversuche. Zürich, 1881 bis 1883. 59 S. 8. Z. V. XXVI, XXVII.
Eine Studie über π. Z. V. 1882, 308.
Ein eigenthümlicher Vorfall. Z. V. 1892, 88.

*) Die 7. Auflage, noch von Wolf vorbereitet, erscheint in nächster Zeit.

D. Vermessungen.

Zur Geschichte der Vermessungen in der Schweiz. B. M. 1844, 111,
Zur Geschichte der Gradmessungen. B. M. 1848, 93.
Der grosse Schweizeratlas und die damit in Verbindung stehenden K einzelner Kantone. Z. V. 1856, 274.
Ueber die Bedeutung der mitteleuropäischen Gradmessung für die Kenn der Erde im Allgemeinen und für die Schweiz im Besondern. 1862, 337.
Plantamour, E.. Wolf R. et A. Hirsch. Détermination télégraphiqu la différence de longitude du Righi-Kulm et les observatoire Zurich et de Neuchâtel. Genève-Bâle, 1871.
Plantamour, E., A. Hirsch et R. Wolf. Détermination télégraphiqu la différence de longitude entre les stations suisses, Righi - l et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel 1871, Weissen et Neuchâtel et Berne et Neuchâtel 1869, Simplon et Mila Neuchâtel, 1875. 4°.
Wolf, R., Zur Erinnerung an Hans Heinrich Denzler, Separatabdruck den Verhandlungen der 59. Jahresversammlung der Schweizeris Naturforschenden Gesellschaft in Basel, 1876. 24 S.
Plantamour et Wolf, Détermination télégraphique de la différenc longitude entre l'observatoire de Zurich et les stations astronomi du Pfänder et du Gäbris. Exéc. 1872. Geneve, Bâle, Lyon, 1
Wolf, R., Geschichte der Vermessungen in der Schweiz als histor Einleitung zu den Arbeiten der schweizerischen geodätis Commission. Mit einem Titelbilde in Lichtdruck und mehrern l schnitten. Zürich, Commission von S. Höhr, 1879. III. Bd., 3 mit Register.
Ueber seine Geschichte der Vermessungen in der Schweiz. Z. V. 1879,
Denzler's Studien über die Loth-Ablenkung. Z. V. 1885, 93.

Dazu kommen Wolf's Berichte als Präsident der schweizeris geodätischen Commission vom Jahr 1862 an (siehe die «Verhandlun der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft).

E. Kulturgeschichte. Varia. (Gelehrtengeschichte und Geschichte der Wissenschaften).

Wolf, R., 12 Bände Autographen. (Bibl. der Schweiz. Naturf. Ges. B
Autographensammlung für die schweizerische Naturforschende Gesellsc B. M. 1848, 271. 1854, 14.
Bohrens Sturz in den Grindelwaldgletscher. B. M. 1843, 32.
Auszüge aus Samuel König's Briefen an Albrecht von Haller mit l rarisch-historischen Notizen. B. M. 1845, 33, 57.
Zur Geschichte der Mathematik und Physik in der Schweiz. B. M. 1 121, 131, 137. — 1846: 161, 162, 209. — 1847: 68, 101, 16 1848: 46, 217, 269. — 1849: 102. — 1850: 61, 136. — 1 37, 49, 96, 118, 127, 132, 145, 151, 186, 208. — 1852: 105, 314. — 1853: 125, 140, 345. — 1854: 69, 157, 162.
Auszüge aus Briefen von Albrecht von Haller mit litterarisch-historis Notizen. B. M. 1845: 33, 57. — 1846: 17, 39, 63, 70, 82, 105, 131, 167, 203, 218, 234. — 1847: 9, 17, 52, 78, 109, 140, 165. — 1848: 7, 33, 52, 109, 155, 187, 210, 239, 265.
Nachkommen Albrecht von Haller's. B. M. 1846, 82.

Gyger, Conrad, Ein Beitrag zur Zürcherischen Kulturgeschichte. Der physiologischen Gesellschaft in Zürich zu ihrer Sekularfeier gewidmet von R. Wolf. Bern, 1846. Haller'sche Buchdruckerei. 12 S.

Gessner, Johannes, der Freund und Zeitgenosse von Haller und Linné, nach seinem Leben und Wirken dargestellt von R. Wolf. Mit Gessner's Bild. Zürich, Verlag von Meyer & Zeller. 1846. 27 S. Neujahrsblatt der Zürcher Naturforschenden Gesellschaft auf das Jahr 1846.

Briefwechsel der Bernoulli. B. M. 1848: 1. — 1853: 127.

Uebersicht der Briefe an Haller. B. M. 1848, 267.

Bestimmung mittlerer Längen, Gewichte und Kräfte der Schüler der Realschule Bern in verschiedenem Alter. 1848: 239. — 1849: 183. — 1850: 10, 213.

Auszüge aus Briefen. B. M. 1849: 64, 96, 142. — 1850: 118, 139, 214. — 1851: 120, 162. — 1852: 68, 95, 102, 150, 220, 245, 322. — 1853: 20, 47, 166, 243, 270. — 1854: 126, 141. 1855: 51.

von Haller, Albrecht. B. M. 1850: 216. — 1851: 189, 191.

Johann Baptist Cysat von Luzern. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik und Physik in der Schweiz. (Mittheilungen der Bern. Naturforschenden Gesellschaft). Bern, 1853. Haller'sche Druckerei. 15 S. 8°.

— — Notizen zur Geschichte der Mathematik und Physik in der Schweiz. Bern. Mittheilungen. 1855: 1, 28, 114, 198. — 1856: 153, 226.

Historische Notizen (Ludw. Lavater, Jak. Wiesendanger. Saverien's Würdigung der Bernoulli). Z. V. 1856: 294.

— — (Dan. Bernoulli; Fatio; Seb. Münster). 1857: 91, 208.

Auszüge aus Briefen (A. Argand, Gagnebin, Jallabert). Z. V. 1856: 91, 290.

» » » (A. Argand, Höschel, Planta, Tralles). Z. V. 1857: 80, 209, 315.

» » » (Engel, Höschel). Z. V. 1858, 303.

» » » (Fort. de Felice, Jeanneret, Mallet, Sulzer). Z. V. 1859, 202.

» » » (Fort. de Felice, Hegner, Jeanneret, Linder, M. A. Pictet, Sulzer, Tralles). Z. V. 1860, 219, 328, 425.

» » » (Bonnet, Jetzler, Trechsel, Zwinger). Z. V. 1861, 199.

Fischer, J. E., von Erlach. Z. V. 1856, 199.

Zur Geschichte der Optik. Z. V. 1856. 87.

Wild, Franz Samuel, von Bern. Ein Beitrag zur Kulturgeschichte der Schweiz, von Dr. R. Wolf, Professor der Mathematik in Zürich. Bern, Haller'sche Buchdruckerei. 1857. 45 S.

Die Erfindung der Röhren-Libelle. Z. V. 1857, 306.

Auszüge aus Fries' «Vaterländische Geschichten». Z. V. 1858. 173.

Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. I. Cyclus. Mit dem Bilde von Conrad Gessner. Zürich, Orell Füssli & Cie. 1858. (Der Zürcher Hochschule zur Feier ihres 25jährigen Bestehens am 29. April 1858 gewidmet von einem ihrer ersten Zöglinge.) II, 462 S. mit Register. (H. Glarean, K. Gessner, K. Wolf, Joost Bürgi, M. Hirzgarter, R. von Graffenried, J. B. Cysat, J. Rosius, Jak. Bernoulli, J. Fäsi, J. J. Scheuchzer, B. Micheli du Crest, Th. Spleiss, J. Gessner, N. Blauner, Barb. Reinhart, S. Wyttenbach, S. Lhuilier, J. Feer, D. Huber).

— — II. Cyclus. Mit dem Bildniss von Albrecht von Haller. Zürich, Orell Füssli & Cie. 1859. II, 464 S. mit Register. Der Berner

Hochschule zur Feier ihres 25jährigen Bestehens am 15. November 1859 in dankbarer Anerkennung der 1852 erhaltenen Ehrenpromotion und in Erinnerung an 12jährige Wirksamkeit an derselben. (S. Münster, B. Leemann, Chr. Wursteisen, K. Gyger, P. de Crousaz, Joh. Bernoulli, A. v. Haller, S. König, J. J. Ott, Mart. Planta, Chr. Jetzler, J. R. Meyer, J. A. Mallet, F. S. Wild, P. L. Guinand, H. A. Gosse, F. R. Hassler, J. K. Horner, F. Trechsel, J. Eschmann).

Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. III. Cyclus. Mit dem Bildniss von Daniel Bernoulli. Zürich, Orell Füssli & Cie. 1860. II, 444 S. mit Register. Der Basler Hochschule zur Feier ihres 400jährigen Bestehens am 6. und 7. Sept. 1860 in dankbarer Erinnerung an ihr stetes Bestreben, dem Vaterland grosse Männer der Wissenschaft zu bilden, zu erhalten und zu gewinnen. (Th. Paracelsus, K. Dasypodius, K. Bauhin, M. Zingg, J. J. Wagner, M. S. Merian, Th. Zwinger, M. A. Cappeler, D. Bernoulli, G. Cramer, A. Gagnebin, Ph. Loys de Cheseaux, Ch. Bonnet, J. G. Sulzer, J. H. Lambert, A. Lanz, M. A. Pictet, Lucius Pool, S. Studer, J. F. Osterwald).

— — IV. Cyclus. Mit dem Bildniss von H. B. de Saussure. Zürich, Orell Füssli & Cie. 1862. II. S. 435 S. mit Generalregister zu allen vier Bänden. (Der Genfer Academie zur Nachfeier ihres dritten Secular-Jubiläums am 5. Juni 1859). F. Plater, J. Ardüser, J. J. Wepfer, J. H. Rahn, N. Fatio, L. Euler, J. R. Perronet, J. Jallabert, G. S. Gruner, G. L. Lesage, J. A. Deluc, F. Berthoud, J. R. Schellenberg, H. B. de Saussure, G. Piazzi, K. U. von Salis-Marschlins, Chr. Girtanner, J. K. Escher, A. P. de Candolle, Ch. F. Sturm).

Notizen für alle Tage des Jahres, für die Neue Zürcher-Zeitung zusammengestellt. 1859. (Druck von Orell Füssli & Cie., Zürich.) 80 S.

— — Erinnerungstafel auf alle Tage des Jahres. Für die Neue Zürcher-Zeitung entworfen. 1860. Druck von Orell Füssli & Cie. 102 S.

— — dito für 1861. 118 S.

Dekan Lucius Pool von Malix, Graubündens Escher von der Linth. Lebensskizze aus der Revolutionszeit nach den von Dr. Brügger von Churwalden gesammelten Materialien entworfen von R. Wolf, Professor in Zürich. Aus dessen «Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz». III. Cyclus besonders abgedruckt. Zürich, Druck bei Orell Füssli & Comp. 1860.

Matériaux divers pour l'histoire des Mathématiques, recueillis par R. W. Extrait du Bulletino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche. Tom. II. Juillet, 1869. Rome, 1869. 32 S. 4°. 1 Tafel.

Keppler, Joh., und Bürgi, Joost. Vortrag, gehalten den 4. Januar 1872 auf dem Rathhaus in Zürich. von Dr. Rud. Wolf, Professor in Zürich. Zürich, Druck und Verlag von Friedr. Schulthess. 1872. 30 S.

Aus Manuscripten von J. C. Horner. (Mittlere und extreme Thermometer- und Barometerstände in Zürich, 1807—1820; über chinesische Waagen und Gewichte). Z. V. 1872: 177, 404.

Johannes Feer, ein Beitrag zur Geschichte der Schweizer-Karten. Neujahrsblatt der Zürcher Naturforschenden Gesellschaft auf das Jahr 1873.

Verschiedene Notizen von J. C. Horner (Barometervergleichungen, Wasserstände des Zürichsee's, etc.). Z. V. 1873, 60.

Wolf, Joh., und Wolf, Salomon, Zwei Zürcher Theologen sammt ihren Familien geschildert von R. Wolf. Zürich, Druck von J. J. Ulrich. 1874. 3 Bilder. (Neujahrsblatt des Waisenhauses Zürich.)

Die Correspondenz von Joh. Bernoulli. Z. V. 1876. 384.

Instruction für J. C. Horner. Z. V. 1877. 400.

Aus einem fliegenden Blatte von Horner's Hand. Z. V. 1878, 182.

Einige Aufzeichnungen von Horner. Z. V. 1879, 97.

Auszüge aus einigen Briefen von Leverrier. Z. V. 1881, 376.

Messungen von Horner auf dem Zürichsee im Februar 1830. Z. V. 1882, 103.

Werth, Wilhelm. 1882, 225.

Aus einem Briefe von Julius Schmidt. Z. V. 1884, 173.

Zur Biographie von Jos. Morstadt. Z. V. 1886, 358.

Aus einem Notizbuche von Joh. Feer. Z. V. 1888, 68.

Zwei kleine Notizen zur Geschichte der Mathematik im Anfang des XVII. Jahrhunderts. 1889. 8°. (Bibliotheca Mathematica. III, No. 2.)

Ein Schreiben von Willebrord Snellius an Landgraf Moritz von Hessen. Z. V. 1889, 103.

Zwei Notizen aus den nachgelassenen Papieren von Hofrath Horner. Z. V. 1890, 367.

Aus den Manuscripten von Hofrath Horner. Z. V. 1891, 393.

Aus einem Briefe von Pater Carl Braun. Z. V. 1892, 213.

Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte, No. 1—12 (Fäsch, Labalye, Mossbrugger, Nonhebel; aus Briefen von Jak. II Bernoulli, Spleiss. Sulzer). Z. V. 1861: 325, 459.

— — No. 13—67 (Ardüser, Constant, Cysat, P. Decandolle, Dentand, Franscini, Garcin, Gruner, Guyer, Harsu, Hegetschweiler, S. Kaufmann, Kitt, Landwing, Leu, Locher, Löw, E. Mallet, Maunoir, J. A. Müller, J. Muralt, Piazzi, M. Planta, Rechsteiner, Respinger, Roques, Salis, Schäfer, Schalch, Scherer, Schmutz, Scholl, Schumacher, Steck, Steiger, Stucki, Thomas, E. Thourneyser, L. Thourneyser, Tollot, Turretini, Vadian, Wurstemberger, Wyder, Zellweger; aus Briefen von Charpentier, G. Cramer, Hegner, Jeanneret, Saussure, Trechsel). Z. V. 1862: 98, 217, 333, 420.

— — No. 68—89 (Amstein, Baup, Dan. und Jak. Bernoulli, E. Bertrand, Brunfels, J. Brunner, Colladon, Diodati, Euler, H. Favre, Hettlinger, Hirzel, J. J. Huber, H. Keller, Lamon, Landwing, Seb. Merian, Necker, E. Ritter, J. und J. J. Scheuchzer, Schöpf, B. Studer, von Wattenwyl, Werdmüller, Würz, Wursteisen, Wyder, Zollikofer; aus Briefen von J. E. Müller, Zellweger). Z. V. 1863: 82, 215, 446.

— — No. 90—124 (Amiet, d'Angreville, Ch. Bernoulli, Biett, Blösch, Boyve, Candrian, Chaillet, J. P. Droz, Ducomun, Euler, Gélieu, C. Gyger, Hettlinger, Houriet, Jaquet-Droz, Lambert, Lutz, Moosmann, Paracelsus, Perrelet, Perret, B. von Salis, R. Schinz, R. Steiger, J. Steiner, Tralles, Truitte; aus Briefen von J. C. Escher, Feer, Horner, Lachenal, Scherer, Trechsel, Wyttenbach, J. H. Ziegler; die schweizerischen Mitglieder der Berliner-Akademie; Auszüge aus Brügger's Naturchronik und der Biographie neuchâteloise von F. A. Jeanneret et J. H. Bonhôte). Z. V. 1864: 39, 145, 226, 303.

Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte No. 125—136 (Berchtold, Jak. Gessner, Gressli, Fr. Huber, Laharpe, Lauterburg, Lindauer, Meisner, Jak. Meyer, Mossbrugger, Odier, Schalch, F. S. Wild, Wurstemberger). Z. V. 1865: 190, 299.

— — No. 137—151 (R. Cysat, W. von Deschwanden, J. K. Escher, Gressly, Guinand, J. Hermann, J. K. Hirzel, S. König, H. Locher, D. Meyer, Montagne, P. L. Morin, Murith, Perrot, A. Schläfli, F. J. Soret, Spescha, Trog, F. L. Wartmann, Wiser). Z. V. 1866: 105. 195, 296, 391.

— — No. 152—158 (Esser, Gaudin, Geilfuss, Hommel, H. Keller, E. und J. Kern, Kumpfler, D. Meyer, Rosius, J. J. Siegfried, Troxler, Vadian). Z. V. 1867: 106, 218, 401.

— — No. 159—178 (Abauzit, J. Abys, Basler, Bourget, Bousquet, Breguet, C. E. Brunner, G. Cramer, J. Dietrich, R. Egli, J. C. Escher, Fatio, Gringallet, J. C. Horner, J. A. Kaiser, G. L. Lesage, Lhuilier, Maunoir, J. Maurer, G. F. und J. Meyer, Micheli du Crest, Moula, P. Prevost, J. C. Rosius, Rytz, Schaub, Chr. Schenk, Schweinfurter, Spescha, J. Steiner, Strauch, Streulin, Varro, Th. Zschokke; Auszüge aus dem Bündner Monatsblatt). Z. V. 1868: 110. 220, 290, 377.

— — No. 179. Auszüge aus der Korrespondenz von J. C. Horner und J. G. Repsold. Z. V. 1869: 122, 231, 327, 433.

— — No. 179—205. (Zur Geschichte des Planimeters; Bestand und Schicksal der Bernoullischen Correspondenz; Auszüge aus Briefen von Horner, Repsold und Zach; d'Annone, Dan. Bernoulli, Bürgi, Catani, Crousaz, Diodati, J. A. Sautier, S. v. Hegner, J. H. Hurter, Jecklin, S. König, R. Meyer, Micheli du Crest, Morlot, Schönbein, Socin, Zingg, Zubler). Z. V. 1870: 93, 206, 299, 402.

— — No. 205—231. (Auszüge aus Briefen von Zach; d'Angeville, Ardüser, Jak. Bernoulli, Bolley, Bousquet, Bruni, Js. Bruckner, Bürgi, Campiche, Claparède, R. Egli, J. C. Escher, Chr. Girtanner, Hör, J. C. Horner, J. J. Huber, Jäcklin, Jeanneret, Kessler, M. Socin, Theobald, Willomet). Z. V. 1871: 62, 149, 273, 417.

— — No. 231. Auszüge aus Briefen von Zach. Z. V. 1872: 78, 201, 307, 423.

— — No. 231—247. (Schreiben der naturforschenden Gesellschaft an den Stadtrath vom 12. August 1848 wegen Organisation des Zeitdienstes; Beitrag zur Geschichte des Planimeters, Auszüge aus Briefen von W. Christen, Clara Eimmart, J. Hess, S. Hirzel, J. H. Keller, A. Ruchat, J. H. Scheuchzer, F. L. Sprüngli, J. P. Tschudi, J. C. Werndly und F. v. Zach; Blauner, Bolley, Claparède, A. Fischer, A. v. Haller, E. und J. H. Hurter, R. Merian, F. J. Pictet, Reuter, L. Spengler, Tralles, H. Weiss, Willomet). Z. V. 1873: 68, 178, 285, 520.

— — No. 247—260. (Aus dem Nachlasse J. H. Waser's; über die Missweisung der öffentlichen Uhren in Basel bis gegen Ende des vorigen Jahrhunderts; über die ehemalige Kunstkammer auf der Stadtbibliothek in Zürich; über J. C. Horner's Reise nach Genua im Sommer 1822; Auszüge aus Briefen von J. R. Gruner, Loys de Rochat, Ruchat und Seigneux; Agassiz, Forell, Garcin, Joh. Gessner, Gressly, J. J. und S. Simmler, J. Steiner). Z. V. 1874: 99, 210, 313, 429.

Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte, No. 260—264. (Aus dem Nachlasse J. H. Wasers; Auszüge aus Briefen von Langsdorf, Meissner, Lindenau, Littrow; J. C. Brunner, A. Wirz, C. Wolf.) Z. V. 1875: 208, 379, 491.

— — No. 264—269. (Auszüge aus Briefen von Bader, Benzenberg, Blumenbach, Brandes, D. Breitinger, Cramer, Ebel, P. Erman, Ertel, Eschmann, Feer, Finsler, J. C. Horner, Kotzebue, Krusenstern, Lindenau, J. J. Littrow, Olbers, Schiferli, Schwickert; L. Agassiz, Campell, H. Dufour, Goldschmied, Hommel, Krieger, K. F. Meissner, Shuttleworth, Th. Simmler). Z. V. 1876: 113, 240, 314, 388.

— — No. 269. (Auszüge aus Briefen von Benzenberg, Bohnenberger, Brandes, Buzengeiger, Develey, N. Fuss, Gauss, J. C. Horner, D. Huber, Krusenstern, Chr. von Mechel, M. Schenk, Schlichtegroll, Schumacher, W. Struve, Trechsel). Z. V. 1877: 116, 209, 345, 421.

— — No. 269. (Auszüge aus Briefen von Barth, Bohnenberger, Brandes, Buzengeiger, D. Hess, J. C. Horner, Houriet, Krusenstern, Parrot, Rytz, Scherer, Schumacher, W. Struve, J. J. Sulzer, Trechsel). Z. V. 1878: 114, 188, 283, 407.

— — No. 269. (Auszüge aus Briefen von A. Bouvard, Brandes, Carlini, J. C. Horner, D. Huber, F. M. König, Krusenstern, P. Merian. Nell de Bréauté, Parrot, Plana, A. Rengger, Rytz, Scherer, B. Studer, Trechsel). Z. V. 1879: 132. 319, 420.

— — No. 269—292. (Schreiben der physikalischen Gesellschaft vom Jahre 1787 an die Regierung wegen der Sternwarte auf dem Karlsthurm; über den von Casp. Wolf auf 1594 gestellten Kalender; über die „Descriptio" von Türst; Auszüge aus Briefen von Berchtold, Blatter, X. Bronner, Buchwalder, Heer, J. C. Horner, Kämtz, Krusenstern, G. Maurice, Muncke, Osterwald, Poggendorff, Roger, Scherer, Trechsel, L. F. Wartmann, A. H. Wirz, Wydler; Arzet, N. Bernoulli, Dürsteler, S. Fabritius, Gianella, J. C. Horner, Micheli du Crest, J. Murer, Plantamour, Plepp, Ramelli, Rosenschild, Rosius, Schäppi, H. Siegfried, Stampf, J. Steiner, Türst, Werdmüller, Wocher, Casp. Wolf, Wurster). Z. V. 1880: 116, 201, 313, 435.

— — No. 293—317. (Erinnerungsfeier an Daniel Bernoulli; K. Privilegium für Joost Bürgi; Beschluss der Zürcher Regierung für eine Kantonskarte; Schlüssel zu den für die Geschichte der Vermessungen vorgenommenen Genauigkeitsbestimmungen der Schweizerkarten; Auszüge aus Briefen von Bayer, A. Beck, F. Burckhardt, Feer, P. P. Merian, E. Ritter, B. Studer; Boll, Desor, L. Euler, N. Fatio, A. Gautier, Geilfuss, Greppin, Gundelfinger, M. Henry, Ineichen, L. Merz, H. B. de Saussure, J. J. Siegfried, C. Stocker, G. Studer, Türst, Völkel, D. Wiser). Z. V. 1881: 110, 195, 283, 391.

— — No. 317—336. (Ueber den Martinsbrunnen in Chur; Auszüge aus Briefen von Gelpke und J. C. Horner; F. Berthoud, Boll, Breguet, Culmann, Desor, Guinand, S. König, P. Merian, Plantamour. Quiquerez, Schüppach, H. Siegfried, Souvey, Thourneyser, Watt). Z. V. 1882: 121, 236, 332.

— — No. 336—352. (Auszüge aus Briefen von J. C. Horner; J. Bachmann, Buchwalder, Delabar, E. L. Gruner, Hassler, Heer, R. Hottinger, Léschot, M. Planta, Quiquerez, Schönholzer, Türst, Wydler, J. M. Ziegler). Z. V. 1883: 88, 292, 423.

Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte, No. 352—368. Erinnerungsfeier an L. Euler; Ueber einen Rosiuskalender auf 1681; über das Schriftchen „J. H. Graf, die kartographischen Bestrebungen Joh. Rud. Meyer's und über den Antheil von Müller, Tralles und Weiss an denselben"; Auszüge aus Briefen v. Delcros, J. C. Horner, Scherrer; A. u. R. Argand, C. Gessner, L. Hartmann, Hassler, Henzi, H. J. Horner, Mägis, S. Münster, S. Ohm, Ribi, Thormann, J. M. Ziegler). Z. V. 1884: 81, 189, 277, 372.

— — No. 369—376. (Bibliographische Curiosität; Auszüge aus Briefen von Bouvard, Brousseau, Carlini, Delcros, Feer, Gambart, J. Herschel, Nicollet, Plana, Quetelet, Scherer, Trechsel, Zach; Dan. Bernoulli, J. J. Horner, J. Orelli, Barb. Reinhart). Z. V. 1885: 108, 281, 416.

— — No. 376—381. (Auszüge aus Briefen von A. Bouvard, Delcros, Filhon, Gambart, Kupffer, Nicolet, Plana, Quetelet, Scherer, Trechsel, Valz, Zach, F. Horner, J. Orelli, A. de Saussure, Widmer). Z. V. 1886: 87, 226, 369.

— — No. 381—387. (Auszüge aus Briefen von Berchtold, E. Bouvard, Carlini, Colla, Delcros, Gambart, A. und J. Horner, Kämtz, Plana, Quetelet, Schwabe, Trechsel, Valz; H. Beck, E. Diodati, H. Escher, Hofmeister, O. Möllinger, S. Münster, Perger, E. Schinz, B. Studer). Z. V. 1887, 90, 244, 399.

— — No. 387—405. (Ueber die Familien Argand und Horner; einige Briefe von Samuel König an Bodmer; über drei Publikationen von J. H. Graf; Auszüge aus Briefen von Carlini, Colla, Isab. Herrschel, J. Horner, Oeri, Plana, Quetelet, Schwabe, Secchi, Valz; A. und R. Argand, Bétemps, Claiss, Hemmig, J. Horner, Kappeler, G. A. Meyer, J. Müller, R. Pigott, Rohr, Schnebli, Schönberger, Wetli, Barb. Wolf, Zasi). Z. V. 1888, 76, 190, 393.

— — No. 406—417. (Ueber Nötzli's Karte vom Thurgau; über die Familien der Calandrini und Diodati. Allamand, Mar. Beck, Brupbacher, El. Diodati, Gressly, F. Keller, F. Marcet, C. Planta, G. Stocker; Nachtrag zu Notiz 377). Z. V. 1889: 113, 256, 415.

— — No. 418—437. (Asper, J. C. Brunner, Calandrini, Ch. Cellérier, G. Cramer, [illegible], Alfr. und J. C. Escher, A. Favre, Favre-Bulle, [illegible], [illegible], [illegible], F. R. Hassler, J. [illegible], J. C. Horner, [illegible], G. L. Lesage, [illegible], [illegible], [illegible], Mousson, [illegible], Ch. [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], Schneebeli, [illegible], [illegible], J. Steiner, [illegible]). Z. V. 1890: 97, 220, 336.

— — No. [illegible] ([illegible], [illegible], [illegible], [illegible], E. Gautier, Jo. [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], L. v. [illegible], Nägeli, [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], Hans Wolf). Z. V. 1891: [illegible].

— — No. [illegible] ([illegible], [illegible], [illegible], F. [illegible], Usteri's Karte des Kantons Zürich, [illegible], [illegible], Joh. Jak. [illegible], [illegible], [illegible], [illegible] (Oberkan), [illegible]). Z. V. 1892: [illegible].

— — No. [illegible] ([illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible] Meyer, [illegible]). Z. V. [illegible].

F. Geschichte von Instituten und Gesellschaften.

Geschichte der Berner Naturforschenden Gesellschaft. Bern. Mittheilungen 1843, S. 1.

Zur Geschichte der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft. B. M. 1847: 57, 86, 129.

Auszüge aus dem Tagebuch der physikalischen Gesellschaft. Z. V. 1860, 424.

Das schweizerische Polytechnikum. Historische Skizze zur Feier des 25-jährigen Jubiläums im Juli 1890. Zürich, Orell Füssli & Cie. 48 S.

G. Bibliographie.

Bibliographische Curiosität. B. M. 1850, 117.

Litterarische Notizen über Bücher, Zeitschriften und Karten, insoweit sie die Natur- und Landeskunde der Schweiz betreffen. Z. V. 1859: 200, 385, 1860: 208, 1861: 100.

Bibliographische Notizen Nr. 1—12 (Ausgaben 1 und 3 von Lalande's Astronomie; H. Wolf's Chronologia von 1585 u. A.) Z. V. 1887, 79.

— — Nr. 13—24 (Lacroix über d'Alembert u. A.) Z. V. 1889: 245, 397.

— — Nr. 25—30 (Joh. Gesser's Exemplar von Muschenbroeks «Elementa physicae» u. A.) Z. V. 1890, 211.

— — No. 31—37 (Ausgabe der Newton'schen Principien von 1723; Galiläi's Schrift vom Proportionalzirkel, ein Briefchen von Tycho Brahe u. A.) Z. V. 1891: 114, 209.

— — Nr. 38—40 (A. R. Clarke, Comparisons of the standards of length etc.) (J. W. Zollmann, Geodäsie, Joh. Heinr. Rahn, Teut'sche Algebra). Z. V. 1893: 227.

J. H. Graf.

Notizen zur Geschichte

der

Mathematik und der Naturwissenschaften

in der Schweiz.

Nr. 33. Am 15. Januar 1894 feierte Prof. Dr. Ludwig Schläfli seinen 80. Geburtstag. Eine Deputation der philosophischen Fakultät der Hochschule, bestehend aus dem Dekan Prof. Dr. A. Rossel und den Schülern Schläfli's, Prof. Dr. Graf und Prof. Dr. G. Huber, überreichte dem Jubilar eine von Staatskalligraph Eckert verfertigte und von Hrn. Erziehungsdirektor Dr. Gobat gespendete, geschmackvolle Gratulationsurkunde, deren Wortlaut folgender ist:

Die philosophische Fakultät der Hochschule Bern, an welcher Sie während 45 Jahren mit grosser Auszeichnung als akademischer Lehrer gewirkt haben, beehrt sich hiemit, Ihnen, hochgeehrter Herr Kollege, zu Ihrem 80. Geburtstage die herzlichsten Glückwünsche darzubringen. Die Fakultät hat nicht vergessen, in welch' hervorragender Weise Sie das Fach der mathematischen Wissenschaften an der Hochschule vertreten haben, und fühlt sich hochgeehrt, Sie noch zu den ihrigen zählen zu dürfen. Möge es Ihnen vergönnt sein, nach des Lebens harter Arbeit die wohlverdiente Ruhe zu geniessen, und genehmigen Sie etc.

Der Dekan: **Rossel.** Der Schriftführer: **Freymond.**

Der greise Gelehrte war leider durch seine Schmerzen gezwungen, die Deputation im Bett zu empfangen; geistig schien er jedoch noch sehr munter.

Telegramme liefen ein: *Von der Akademie in Berlin:* die Akademie Berlin gratuliert herzlich. Präs. Dubois-Reymond. Auwers. Frobenius, Fuchs, Helmholz, Schwarz, Schwendener;

von Hrn. Cremona in Rom: »Auguri saluti cordiali all' illustre scienziato ottimo amico Luigi Cremona»;

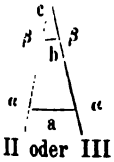
von Göttingen: »dem berufenen Altmeister der Mathematik sendet zu seinem 80. Geburtstage die herzlichsten Glückwünsche die mathem. Gesellschaft in Göttingen» (F. Klein u. A.);

Accademia Lincei appréciant votre éminent valeur de géomètre vous envoie dans ce jour ses souhaits les plus cordiaux. Prés. Brioschi.

Herr Prof. Beltrami-Rom hat Prof. Graf telegraphisch beauftragt, dem Jubilar seine Glückwünsche zu übermitteln. Es gratulirten weiter: Prof. Schiff-Florenz, Prof. Sidler-Berlin, die Prof. A. Meyer und A. Lang-Zürich, Direktor Dr. Gysel, Schaffhausen, E. Gubler-Zürich, Dr. Schärtlin, Dr. Ch. Moser, Dr. Jonquière, Prof. Jonquière, Bern.

Nr. 34. Hr. Apotheker W. Volz ist im Besitz eines Galileischen Proporzionalzirkels, wie ein solcher im vorigen Jahrhundert in keinem grössern mathematischen Besteck fehlen durfte. Er zeigt zunächst die 6 gewohnten Scalen:

I des parties égales	$b = a \cdot \beta : \alpha$
II des plans	$b = a \sqrt[3]{\beta : \alpha}$
III des solides	$b = a \sqrt{\beta : \alpha}$
IV des cordes	$a = r.\ \alpha = 60^0,\ b = 2r \sin {}^1/_2\ \beta$
V des polygones	$a = r.\ \alpha = 6,\ b =$ Seite vom β-Eck
VI des méteaux	$a : b = \sqrt[3]{p_2} : \sqrt[3]{p_1}$



wo a die mit einem Handzirkel gefasste Grösse ist: Man setzt den einen Fuss bei einem Scalentheil α ein und öffnet den Proporzionalzirkel, bis der andere Fuss ebenfalls nach α kommt, dann stehen die beiden β um b von einander ab.

Man kann also nach Scala I Linien theilen, nach Scala II oder III die Seiten oder Kanten zweier ähnlicher Gebilde finden, die ein gegebenes Inhaltsverhältniss haben — nach IV die Sehnen für den Radius r bestimmen — nach V die Seiten der regelmässigen in einen Kreis vom Radius r einbeschriebenen 3 bis 12 Ecken erhalten — und endlich nach VI das Verhältniss der Durchmesser a und b zweier gleichschwerer Kugeln der spezifischen Gewichte p_1 und p_2 finden, — lezteres allerdings nur für die 6 Metalle ☉ Gold, ♄ Blei, ☾ Silber, ♀ Kupfer, ♂ Eisen und ♃ Zinn.

Ausser diesen sechs Hauptscalen kommen dann noch meistens (je nach dem Spezialzweck, oder auch nach Laune des Verfertigers) einige untergeordnete Scalen oder auch Massstäbe vor, so bei dem Exemplar des Herrn Volz, einige Linien für das Geschützwesen, die manchmal schwer zu deuten sind, da Ueberschriften oder sonstige nöthige Anhaltspunkte fehlen. —

Nr. 35. Anlässlich einer Doctorarbeit über das Bernoulli'sche Theorem von Dr. J. Eggenberger mussten die eigenthümlichen Operationszeichen, die Jakob Bernoulli in seiner ars conjectandi braucht, festgestellt werden. Er setzt fortwährend

∞ als Gleichheitszeichen $=$

$>\ <$ grösser und kleiner, wie wir es gewohnt sind,

$\curlyvee$ für $\pm$ und $\curlywedge$ für $\mp$, Zeichen, die ihm eigenthümlich sind.

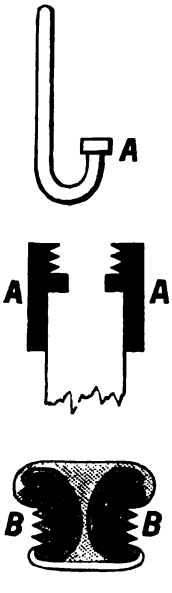
Nr. 36. **J. G. Tralles an D. Huber in Basel.**

Neuenburg, den 23. Juni 1803.

Hochzuverehrender Herr!

Vielmals danke ich Ihnen für das übersandte Barometer, welches ganz glücklich angekommen ist. Es scheint indessen, als ob auf der Reise durch den Spalt im Glase ein paar Tropfen Quecksilber durchgesickert

haben, denn es hängen noch diesen Augenblick ein paar Perlen an dieser Stelle. Nun bemerke ich, dass gleichfalls Quecksilber durch das Reservoir dringt (unten), wenn man das Barometer schraubt. Allein, wenn es offen im Gebrauch ist, quillt nichts durch. Ich werde daher das Barometer nicht auf Höhen nehmen, wo die Trockenheit der Luft dem Holzwesen schadet. Das Zusammengesetzte bei allen tragbaren Barometern wird Ihnen ohne Zweifel aufgefallen sein. Vielleicht ist Ihnen daher nicht unangenehm, wenn ich Ihnen mit ein paar Worten meine Einrichtung eines Heberbarometers anzeige. Der kurze Schenkel ist sehr kurz und wird auf folgende Weise geschlossen. Das Ende desselben ist von einer Hülse A A umgeben, deren oberer über die Glasröhre hervorragender Theil inwendig ein paar Schraubengänge hat. Materie Eisen — Holz kann's auch thun. In diese Schraubengänge passt der Stöpsel B B von eben der Materie, unten und oben ausgehöhlt. Über die obere Höhle ist ein Stück Blase, über die untere ein dünnes Leder gebunden; letzteres geschieht nachdem jene schon überbunden und der leere Raum beider konischer Höhlungen mit ☿ angefüllt ist. Der so zubereitete Stöpsel wird in A A eingeschroben, nachdem man das ☿ im Barometer durch dessen Steigerung bis zum Ende der langen Röhre hat steigen lassen; nur muss der kleine Schenkel dann auch noch bis an die innern Schraubengänge angefüllt sein. Der Stöpsel schliesst Luft und Quecksilber dicht zu — vorzüglich wenn man einen Lederring an die vorspringende Fläche des Stöpsels gerade über die Schraubengänge legt — und demohngeachtet hat das ☿ im Barometer Spielraum für die Veränderung seines Volumens durch Aenderung der Temperatur. Im Falle der Erwärmung tritt ☿ aus dem Barometer durch's Leder im Stöpsel und stemmt die Blase, im Falle der Erkältung treibt der Druck der äussern Luft, der auf die Blase wirkt, ☿ durch's Leder in's Barometer. Der eigentliche kurze Schenkel des Barometers ist abgesondert. Er hat eine Hülse mit einer Schraube, welche in die A A passt, und nachdem man bei geneigter Lage des Barometers den Stöpsel B B hereingeschroben, schraubt man diese Röhre dafür hinein und richtet das Barometer zur Beobachtung auf. Diese Einrichtung ist viel sicherer und einfacher als der Hahn des Deluc'schen mit allen möglichen Verbesserungen, und die Beobachtung leidet keinen Verzug durch ein paar Schraubenwendungen, da man ohnehin das Barometer die Temperatur nehmen lassen muss, die ihm zur Beobachtung gebührt, und überdem ist es vortheilhafter, ein sicheres als ein geschwind parates Barometer zu haben, das am Orte, wo man beobachten will, sich in Unordnung findet.



Paul*) hat leider keine Nachahmer noch Nachfolger, und ich wüsste Ihnen keinen Menschen in der Schweiz, der das Saussur'sche Hygrometer verfertigte. In Paris kann man es bei einem gewissen Richez haben, des Künstlers Wohnung weiss ich aber nicht mehr. Ich hatte seit einiger Zeit ein Hygrometer sehr nöthig und habe mich des Deluc'schen Fischbein-Hygro-

*) Jacques Paul von Genf, geschickter Mechaniker. 1733 in Genf geboren.

meters in Ermangelung eines Saussur'schen bedient, seitdem ich aber letzteres wieder habe, sehe ich jenes nicht mehr viel an. Es ist gar zu träge und zeigt nur Gefühl, wenn's ersäuft wird. Deluc hat seit seinem ersten Versuch im physischen Fache — seine Modifications de l'atmosphère — keine gesunde Idee fast mehr gehabt, und ohne Lichtenberg's sonderbare freundschaftliche Anhänglichkeit würde man sich um seine Grillen in Deutschland so wenig als anderswo bekümmert haben.

Genehmigen Sie die Versicherung meiner besondern Achtung.

Tralles.

J. G. Tralles an D. Huber in Basel.

Neuchâtel, den 15. Oktober 1803.

Hochzuverehrender Herr Professor!

Sie werden ohne Zweifel verwundert sein, keine Nachricht von Ihrem Barometer und von mir zu vernehmen. Allein seitdem ich Ihnen zum letzten mahle im verflossenen Sommer schrieb, war ich beinahe stets auf Exkursionen. Ihr Barometer hat dabei Dienste geleistet, er diente mir hier in der Stadt oder am Ufer des Sees zu correspondirenden Beobachtungen mit denjenigen, die ich auf Höhen anstellte und ist ohne Missgeschick im Zustande verblieben, in welchem ich denselben von Ihnen erhalten. Die Zahl der barometrischon Beobachtungen ist freilich nicht beträchtlich, auch leideten die Hauptbeobachtungen, mit welchen ich beschäftigt war, nicht, auf jene eine ausgezeichnete Aufmerksamkeit zu verwenden. Die Barometer, deren ich mich aus Noth bedienen musste, waren eben nicht die vortrefflichsten. Einer von schwachem Kaliber wurde auf dem Moleson gebraucht. Ein anderer, zwar sehr guter in Materie und Grösse und Verfertigung, hatte hingegen Mangel an bequemer mechanischer Vorrichtung. Indessen darf ich es meiner Uebung wohl zutrauen, nicht Fehler von $\frac{1}{10}$ Linie in jedesmaliger Bestimmung der Barometerhöhe begangen zu haben. Dieser hat nachher gedient. Es ist wohl etwas Schade, dass ich auf dem Moleson nicht mit einem bessern Barometer versehen war, indem ich 5 Tage lang auf diesem Berge blieb. Er liegt über Greyerts (Gruyere), ist beiläufig 4700 Fuss hoch über Neuenburg erhaben. Sollte Ihnen indessen an den Beobachtungen etwas gelegen sein, so werde ich sie Ihnen gerne mittheilen. Hier haben Sie diejenigen, die ich auf dem Chasseron angestellt habe, eine Kuppe des Juragebirges über Yverdon gelegen. Diese sind mit dem guten Barometer angestellt, in welchem noch (obwohl er 3 Linien beinahe zu einem Durchmesser hat) nach einigen beträchtlichen Exkursionen das ☿ hängen blieb, wenn man das Barometer langsam aufrichtet.

Diese letzteren Beobachtungen setze ich Ihnen hieher:

1803, 24. August, 3½ Fuss über der Fläche des Neuenburger-See's.

Zeit des Tages	Barometer	Temp. d. Barom.	Temp. d. Luft
6h Morgens	26″ 11‴ 5/16	½	9,5 Reaumur
7½	—. —. 5,5	½	10,5
9¾	—. —. 5	2½	12,5
11¾	—. —. 5,5	5	14
1½ Nachmittags	—. —. 6	10½	15,5
2½	—. —. 5	12	17,3

Zeit des Tages	Barometer	Temp. d. Barom.	Temp. d. Luft
3½ Nachmittags	—. —. 6	10	19,25
4	—. —. 5	10	
5¼	26. 11. —	10,3	16,7
6	26. 11. —	9,5	16,2

1803, 24. August, Chasseron Barometer 3 Fuss tiefer als der höchste Felsen.

Zeit des Tages	Barometer	Temp. d. Barom.	Temp. d. Luft
8¼ U. d. morg.	23″, 530	12°,1 Réaumur	9°, 6
10 „	23″, 530	16, 5	11, 3
11 „	23, 535	15, 8	11, 9
0 U. ¼ N. M.	23, 535	16, 9	11, 9
2¼	23, 510	14, 9	11, 9
5	23, 492	11, 4	11, 7
6	43, 487	10, 5	10, 5
Sonnenuntergang			9, 6

Ich bemerke Ihnen hiebei, dass die Höhe des Chasseron trigonometrisch bestimmt ist, 3625,3 par. Fuss überm See, die Vertikaldistanz des Barometer war also 6,5 Fuss geringer. Haben Sie Gelegenheit, Ihren Barometer zurücknehmen zu lassen, so wird er sich jederzeit zum Mitnehmen nach Basel bereit finden. Ich werde nicht ermangeln, die Gelegenheit zu ergreifen, die mir hier bekannt werden sollte, um Ihnen denselben zuzusenden.

Empfangen Sie die Versicherung meiner besondern Hochachtung

Tralles.

Berichtigung.

Seite 111 lies vor dem $\int$-Zeichen an beiden Orten

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad \text{statt} \quad \frac{2}{\pi}$$

Einige Ergänzungen zur Biographie R. Wolf's folgen das nächste Jahr. Seine Anhänglichkeit an die bernische Naturforschende Gesellschaft hat Prof. Wolf dadurch gezeigt, dass er ihr testamentarisch 1000 Fr. vermacht hat.

Inhalts-Verzeichniss.

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Benteli, A., Rector und Privatdocent		
Jahresbericht pro 1892/93	III	
Mitgliederverzeichniss	XIV	
Auszug aus der Jahres-Rechnung pro 1892 . .	XIX	
Berichtigung		236
Bannwarth, E., Dr. med., Prosektor		
Verwendung einiger Metalle zur Herstellung anatomischer Präparate	IX	
Beer, Dr. med.,		
Ueber das Sehen der Vögel mit Berücksichtigung der Accommodation	IX	
Bécheraz Achille, Dr. phil. und Apotheker,		
Ueber die Sekretbildung in den schizogenen Gängen. (Mit einer Tafel)		74
Brückner E., Prof. Dr.,		
Ueber die Schwerkraft im Gebirge . . .	IX	
v. Büren E., Banquier,		
Ueber die Familie der Parnassier	IX	
Drechsel E., Prof. Dr.,		
Beziehungen des Eiweisses zum Harnstoff . .	XI	
Eggenberger J., Dr. phil.,		
Beiträge zur Darstellung des Bernoulli'schen Theorems, der Gammafunktion und des Laplace'schen Integrals		110
Epstein S. S., Dr. phil.,		
Mathematische Irrthümer		183
v. Fellenberg E., Bergingenieur,		
Vorweisung von zwei Meteoriten	VI	
Vorweisung von Mineralien und der Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. 21. Lieferung	IX	
Fischer E., Prof. Dr.,		
Ueber eine Cingularia	IX	
Ueber die Sklerotienkrankheit der Alpenrosen (Sclerotinia Rhododendri Ed. Fischer) . . .	XII	
Pilzgärten einiger südamerikanischer Ameisen .	XII	
Podaxon aus dem südwestl. Afrika . . .	XIII	
Doppelpyramiden von Quarz aus Adelboden . .	XIII	
Einige Bemerkungen über die Calamarieen-Gattung Cingularia. (Mit einer Tafel in Lichtdruck und einem Holzschnitt im Text.)		1

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Fischer L., Prof. Dr., Vorweisung von getrockneten Oedogonien und Diatomeen	VI	
Norwegische Meeresalgen	XIII	
Frey H., Dr. phil., Gymnasiallehrer und Docent, Ueber das Gypslager in Osasco	XII	
Flückiger Fr. A., Prof. Dr., Bemerkungen über Manna	VII	
Reaktion auf Jod in den Laminarien . . .	XIII	
Guillebeau A., Prof. Dr., Ueber das Vorkommen von Coccidium oviforme bei der rothen Ruhr des Rindes. (Mit einer Abbildung im Text.)		8
Graf J. H., Prof. Dr., Vorweisung einer kleinen Sonnenuhr . . .	IX	
Prof. Dr. Rudolf Wolf (1816—1893). Der bernischen Naturforschenden Gesellschaft zum Andenken beim 50-jährigen Jubiläum ihrer „Mittheilungen" gewidmet. (Mit einem Portrait)		193
Notizen zur Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaften in der Schweiz (Abbildungen im Text)		232
Gruner P., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Ueber Licht- und Wärmestrahlung fester Körper	VI	
Huber R., Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Abhängigkeit der Regenmenge von der Orographie des Landes	XIII	
Jenner, Custos, Ueber abnorm entwickelte Rosenblüthen . .	XII	
Jordi E., Dr. med., Warum erstickt man in geschlossenen Räumen? .	IX	
Kaufmann A., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Marine Kruster in Schweizerseen	X	
Kissling E., Dr. phil., Sekundarlehrer und Docent, Nachweis der obern Süsswassermolasse im Seeland	XII	15
Kronecker H., Prof. Dr. Untersuchungen Meltzer's betreffend den Einfluss der Erschütterung auf Mikroorganismen . .	XIII	
Rossel A., Prof. Dr., Neuere Versuche zur Feststellung der Rolle, welche Stickstoff, Kali und Phosphorsäure in der Pflanzenernährung spielen	XIII	
Rubeli O., Prof. Dr., Ueber das Gehgelenk einiger Hausthiere . .	XIII	
Sidler G., Prof. Dr., Vorweisung von Trapa natans	IX	
Steck Th., Dr. phil. und Conservator, Ueber die Familie der Blattwespen . . .	IX	

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Steck Th., Dr. phil. und Conservator, Beiträge zur Biologie des grossen Moosseedorfsees (Mit zwei Abbildungen im Text und 1 Kärtchen)		20
Ueber die Familien der Goldwespen . . .	VI	
Studer B. jun., Apotheker, Das Genus Amanita	XI	
Studer Th., Prof. Dr., Vorweisung von Modellen fossiler Thiere . .	VI	
Zugstrassen der Vögel in der Schweiz . . .	XII	
Thiessing, Dr. phil., Redaktor, Vorweisung von eigenthümlichen Artefakten aus den Pfahlbauten	IX	
Fossiles Holz im Glaciallehm der Umgebung von Thun	XI	
Tschirch A., Prof. Dr., Ueber Guttapercha und Kautschukgewinnung in Indien	VI	
Vorweisung einiger Tafeln des pflanzenphysiolog. Atlasses von Frank und Tschirch . . .	IX	
Ueber die Harzbildung in den Scheidewänden der Frucht von Capsicum annuum L. und das Capsaicin	XI	
Blutlaus auf Cornus	XII	
Stickstoffernährung der Pflanzen und ihre Bedeutung für die Landwirthschaft	XII	
Vorweisung von Photographien, die den Einfluss chem. Stoffe auf die Entwicklung der Pflanzen in ausgezeichneter Weise erläutern . . .	XIII	
Vorweisung einer Anzahl von Tafeln des pflanzenphysiologischen Atlasses von Frank und Tschirch	XIII	
Projektionen von Pflanzentypen aus den Tropen mittelst des Scioptikons	XIII	
Demonstration der Sammlungen und Einrichtungen des neuen pharmaceutischen Instituts . .	XIII	

Tafel I.

Kleiner
Moosseedorfsee.

Tafel I.

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

af, J. H., **Prof. Dr.** Das Leben und Wirken des Physikers und Geodäten Jacques Barthélemy Micheli du Crest aus Genf, Staatsgefangener des alten Bern 1746—1766. Mit dem Portrait Micheli's, einer Ansicht seines Gefängnisses in Aarburg und dem Facsimile seines Panorama der Alpen . . . . . Fr. 3. —

— Das Leben und Wirken des Physikers und Astronomen Johann Jakob Huber aus Basel 1733—1798. Mit dem Bildnisse Huber's und einer Tafel, seine freie Uhrbestimmung darstellend . . Fr. 1. —

Berichte der Schweizerischen Botanischen Gesellschaft. (Redaktion: Dr. Ed. Fischer, Bern).

Heft I (1891). 176 Seiten 8°, broch. mit 3 lithogr. Tafeln Fr. 4. —

Heft II (1892). 154 Seiten 8°, broch. . . . . » 3. —

Heft III (1893). broch. . . . . » 3. —

Daraus einzeln:

Christ, Dr. **H.**, Kleine Beiträge zur Schweizerflora . . . Fr. —. 60

Cramer, **Prof. Dr. C.**, Ueber das Verhältniss von Chlorodictyon foliosum und Ramalina reticulata . . . . . Fr. 2. —

Früh, Dr. J., Der gegenwärtige Standpunkt der Torfforschung Fr. —. 60

Schinz, Dr. **Hans**, Potamogeton Javanicus Hassk und dessen Synonyme Fr. —. 60

Christ, Dr. **H.**, Les différentes formes de Polystichum aculeatum (L. sub Polypodio), leur groupement et leur dispersion, y compris les variétés exotiques . . . . . Fr. —. 60

Amann, J., Contributions à la flore bryologique de la Suisse Fr. —. 60

Jäggi, J., **Prof.**, Der Ranunculus bellidiflorus des Joh. Gessner Fr. 1. —

v. Tavel, Dr. **F.**, Bemerkungen über den Wirthwechsel der Rostpilze Fr. —. 6

Leist, K., Ueber den Einfluss des alpinen Standortes auf die Ausbi dung der Laubblätter. Mit 2 lithographischen Tafeln Fr. 1. —

Studer, B. jun., Beiträge zur Kenntniss der schweizerischen Pilze. Wallis. Mit einem Nachtrag von Dr. Ed. Fischer und 2 lith graphischen Tafeln . . . . . Fr. 1.

Kissling, Dr. **E.**, Die versteinerten Thier- und Pflanzenreste der gebung von Bern. Excursionsbüchlein für Studirende. Fr. 4

Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern 1888— per Jahr . . . . . Fr.

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Geschichte
der
Mathematik und der Naturwissenschaften
in
bernischen Landen
vom Wiederaufblühen der Wissenschaften
bis in die neuere Zeit.

Ein Beitrag
zur
Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Schweiz
von
Dr. phil. J. H. Graf,
Professor der Mathematik an der Universität Bern.

Erstes Heft:
Das XVI. Jahrhundert.
82 Seiten mit dem Portrait des Aretius.
Preis Fr. 1.20.

Zweites Heft:
Das XVII. Jahrhundert.
101 Seiten mit den Portraits von Jakob Rosius und Daniel Rissner.
Preis Fr. 1.50.

Drittes Heft (1. Abtheilung):
Die erste Hälfte des XVIII. Jahrhunderts.
108 Seiten Text mit den Portraits der beiden bern. Gelehrten Johann Samuel König, der Aeltere und der Jüngere.
Preis Fr. 1.50.

Drittes Heft (2. Abtheilung):
Die erste Hälfte des XVIII. Jahrhunderts.
280 Seiten Text mit den Portraits von de Crousas und Micheli du Crest, Ansicht des Gefängnisses Micheli's in Aarburg und einem Fassmale dessen Panorama der Berner Alpen.
Preis Fr. 3.—.

Zu beziehen durch alle Buchhandlungen.

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1894.

Nr. 1335—1372.

Redaktion: J. H. Graf.

BERN.
Druck und Verlag von K. J. Wyss.
1895.

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Bibliographie der Schweizerischen Landesku

Unter Mitwirkung
der
hohen Bundesbehörden, eidgen. und kant. Amtss
und zahlreicher Gelehrter
herausgegeben von der
Centralkommission für schweizerische Landeskunde.

In deutscher und französischer Ausgabe

Bis jetzt erschienen:

Fascikel I a: *Bibliographische Vorarbeiten der landeskundlichen Li und Katalog der Bibliotheken der Schweiz.* Zusammengeste Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1894. 65 Seiten 8°. Preis F

Fascikel II a: *Landesvermessung und Karten der Schweiz, Gren striche und Kantone.* Herausgegeben vom eidgen. topograp Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 189 Seiten 8°. Preis Fr

Fascikel II b: *Karten kleineres Gebiete der Schweiz.* Herausg vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Bern 1892. 164 Seiten 8°. Preis Fr

Fascikel II c: *Stadt- und Ortschaftspläne, Reliefs und Panoram Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redig Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1893. 173 Seiten 8°. Preis F

Fascikel IV b: *Die Fauna der italienischen Schweiz.* Redigirt vo Dr. A. Lentiechia. Como 1894. 19 Seiten 8°. Preis 50

Fascikel V 8 a—c: *Architektur, Plastik, Malerei.* Zusammengeste Dr. B. Haendcke. Bern 1892. 100 Seiten 8°. Preis Fr.

Fascikel V 9 a b: *Landwirthschaft.* Zusammengestellt v. Prof. F. egg u. Dr. E. Anderegg. Bern 1893. Heft 1—3. 258 S. 8°. F

id. „ 4 „

id. „ 5 „

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* II. Forstwese sammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 160 Seiten 8°. Preis Fr

Fascikel V 9 d: *Schutzbauten.* Zusammengestellt durch das Oberforstinspektorat. Bern 1895. 136 Seiten 8°. Preis Fr

Fascikel V 9 g β: *Maß und Gewicht.* Bearbeitet von F. Gis, D der eidgen. Eichstätte. Bern 1894. 36 Seiten 8°. Preis Fr

Fascikel V 9 g γ: *Bankwesen, Handelsstatistik, Versicherung* Zusammengestellt von W. Speiser, Basel, Dr. Geering u J. J. Kummer. Bern 1893. 207 Seiten 8°. Preis Fr

Fascikel V 10 a γ: *Die christkatholische Litteratur der Schwei* sammengestellt v. Dr. F. Lauchert. Bern 1893. 32 Seiten 8°.

Fascikel V 10 a: *Die katholisch-theologische und kirchliche Lit des Bisthums Basel* vom Jahre 1750 bis zum Jahre 1896. Zus gestellt von Pfr. Ludwig R. Schmidlin, Biberist. Heft 1. F

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Mitteilungen

der

urforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1894.

Nr. 1335—1372.

Redaktion: J. H. Graf.

BERN.
Druck und Verlag von K. J. Wyss.
1895.

506
N283

Jahres-Bericht

über die

Thätigkeit der Bernischen Naturforschenden Gesellschaft

in der Zeit vom 1. Mai 1893 bis 1. Mai 1894.

Hochgeehrte Herren!

Der Mitglieder-Bestand hat sich in dem Berichtsjahre nur wenig, die Zahl gar nicht verändert. Es traten 6 Mitglieder aus, 4 verloren wir durch den Tod und 10 wurden neu aufgenommen.

Der Tod nahm uns die Herren *von Werdt*, Grossrat von Toffen, *Fankhauser*, Privatdozent und Gymnasiallehrer von Bern, *Werder*, Sekretär der Telegraphendirektion von Bern, und *Wolf*, Professor in Zürich. Dem seit 20 Jahren der Gesellschaft als thätiges Mitglied angehörenden trefflichen *Fankhauser* widmete der Unterzeichnete einen warmen Nachruf, in dem derselbe der mannichfachen Verdienste und der eigenartigen Persönlichkeit des Verblichenen gerecht zu werden sich bemühte. Der Lebensgang und das Lebenswerk des Begründers unserer „Mitteilungen", des hochverdienten Prof. *R. Wolf*, der seit 1839 unserer Gesellschaft als Mitglied angehörte, fand durch Herrn Graf eine eingehende Schilderung, die entsprechend den grossen Verdiensten, die sich Wolf auch um die bernische Naturforschende Gesellschaft erworben, in den Mitteilungen Aufnahme gefunden hat.

Aber auch den Verlust eines correspondierenden Mitgliedes beklagt die Gesellschaft in *Dr. Custer*. Bei der Langenthaler Versammlung noch gesund unter uns, wurde Custer bald nachher durch den unerbittlichen Tod unserer Gesellschaft entrissen, der er 43 Jahre angehört hatte.

Prof. *Rudolf Wolf* hat seiner alten Anhänglichkeit an die Gesellschaft dadurch Ausdruck gegeben, dass er ihr testamentarisch Fr. 1000 vermachte, welche hochherzige Gabe dem Reservefond überwiesen wurde.

Die Namen der Stifter von Legaten und Geschenken werden von nun an auf unserer *Donatorentafel* verewigt und das Andenken an die Stiftungen somit lebendiger erhalten werden.

Die Beteiligung an der wissenschaftlichen Arbeit der Gesellschaft war eine rege, die Zahl der Vorträge, dank der unermüdlichen Initiative des Sekretärs, Herrn Kissling, ungewöhnlich hoch. Eine Vermehrung der Zahl der regelmässigen Teilnehmer an den Sitzungen war nicht bemerkbar, ist auch, trotz früherhin mehrfach ausgesprochener Wünsche, kaum zu erwarten, da Bern ausser den zahlreichen schon bestehenden gelehrten Gesellschaften neuerdings auch noch eine chemische und eine photographische Gesellschaft erhalten hat, und die naturforschende Gesellschaft mit Recht darauf verzichtet eine zu weit gehende Popularisierung der Vorträge anzustreben, sondern die Mitteilung der Ergebnisse positiver und produktiver wissenschaftlicher Arbeit in möglichst gemein-

verständlicher Form in die erste Linie stellt. Diesem Grundsatze g wurden denn auch in den Sitzungen vornehmlich die Ergebnisse Forscherarbeit der einzelnen Mitglieder mitgeteilt und nur selten gela Referate über die Arbeiten von anderen Gelehrten oder zusammenfas Uebersichten über kleinere Wissensgebiete bez. besonders interessante gen zum Vortrag. Die aus der Mitte der Gesellschaft gemacht regung, ausserdem auch der Popularisierung der Naturwissenschafte Aufmerksamkeit zuzuwenden, etwa in Form von öffentlichen Sitzu fand denn auch im Comité zunächst keinen Anklang. Die Besc fassung über diesen Punkt wurde jedoch vertagt. Erfreulich ers es, dass die Chemie wieder durch mehrere Vorträge vertreten ist.

Die Zahl der Sitzungen betrug 14, die Zahl der Vorträge 2 der Demonstrationen 16, in Summa 44.

Folgende Herren haben sich an der wissenschaftlichen Arbei Gesellschaft durch Vorträge oder Demonstrationen beteiligt:

Herr	Baumberger	durch	1	Vortrag
„	A. Benteli	„	1	„
„	Bochicchio	„	1	„
„	Brückner	„	1	„
„	Drechsel	„	1	„
„	E. von Fellenberg	„	2	Demonstrationen
„	E. Fischer	„	3	Vorträge und 2 Demonstratione
„	L. Fischer	„	1	Vortrag
„	F. A. Flückiger	„	1	„ und 1 Demonstration
„	von Freudenreich	„	1	„
„	H. Frey	„	1	„
„	Graf	„	1	„
„	Glur	„	1	„
„	G. Huber	„	2	Vorträge
„	R. Huber	„	1	Vortrag
„	von Jenner	„	2	Demonstrationen
„	Kissling	„	1	Vortrag
„	Kronecker	„	1	„
„	A. Rossel	„	2	Vorträge
„	Rubeli	„	1	Vortrag
„	Steck	„	1	„ und 1 Demonstration
„	Th. Studer	„	2	Vorträge und 2 Demonstratione
„	Tschirch	„	3	„ und 6 „

Den Vortragenden sei auch an dieser Stelle der Dank der G schaft ausgesprochen.

An die Vorträge schloss sich regelmässig eine rege Diskussio nicht selten fast die gleiche Zeit in Anspruch nahm wie der Vo selbst, immer aber neue und interessante Seiten dem Gegenstand gewann.

Die Sitzungen fanden fast ausschliesslich im Storchen statt, n legentlich der Besichtigung des neuen pharmazeut. Institutes un neuen chemischen Labaratoriums wurden die Sitzungen in den Hö der betreffenden Institute abgehalten.

Im Laufe des Sommers fand eine geologisch-botanische Exc nach dem *Belpberg* statt, und am 2. Juli wurde eine Sitzung in *La thal* abgehalten, deren Vorbereitung Herr Sahli in Langenthal überno

hatte. Dieselbe verlief unter reger Teilnahme der Langenthaler und auch einiger Solothurner und Aarauer Naturforscher programmgemäss. Besonders erfreute uns die Teilnahme von Prof. Lang aus Solothurn und Dr. Custer aus Aarau. Der Beschluss, öfter solche Versammlungen ausserhalb Berns zu halten, entsprach der allgemeinen Stimmung. Nach dem gemeinsamen Mittagsmahle fand ein Besuch der erratischen Blöcke auf dem Steinhof statt, bei denen Solothurn einen Willkommengruss kredenzte.

Am 16. Dezember wurde alsdann im Storchen das Jahresfest durch ein fröhliches Mahl gefeiert.

Da die Kosten für die Herstellung der Tafeln und Karten, die den Mittellungen beigegeben werden, die Mittel der Gesellschaft nicht nur erschöpfen, sondern nicht selten überschreiten, ist Staatshilfe in Aussicht genommen und bereits zugesagt.

Durch den Umzug des historischen Museums in den Neubau auf dem Kirchenfeld wurden die Räume, in denen sich dasselbe bisher befand, frei. Da die Gesellschaftsbibliothek z. Z. ausserordentlich ungünstig und unzureichend untergebracht ist, so wurde ein Gesuch um Ueberlassung einiger Räume des alten historischen Museums bei der Commission der Stadtbibliothek eingereicht. Die Verhältnisse der Bibliothek der Schweiz. naturforschenden Gesellschaft sind bei dieser Gelegenheit durch eine vom Centralpräsidenten berufene Commission gleichfalls erörtert und geregelt worden.

Am 17. Februar wurde Herrn *B. Studer* sen., der nunmehr 50 Jahre der Gesellschaft angehört, eine geschmackvoll ausgestattete Adresse überreicht, in der den Verdiensten des Gefeierten geziemend gedacht und den Glückwünschen der Gesellschaft Ausdruck verliehen wird. Auch gelegentlich des Jubiläums von Prof. *Wild* in Petersburg, unseres correspondirenden Mitgliedes, wurde ein Glückwunschtelegramm abgesandt. Ebenso gedachte die Gesellschaft des Jubiläums der Alizarinsynthese und sandte an Prof *Gräbe* in Genf ein Telegramm. Die gleiche Form wurde anlässlich der Jubiläen des Naturhistorischen Vereins der preussischen Rheinlande und der Niederrhein. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde in Bonn gewählt.

Ueber den Lesezirkel berichtet Herr Th. Steck:

«Der im Frühjahr 1890 eingeführte Lesezirkel wurde im abgelaufenen Jahre von 36 Teilnehmern benützt. Die Zahl der demselben beigelegten Zeitschriften hat sich gegenüber dem Vorjahre nicht verändert und auch ihr Bezugsmodus ist der gleiche geblieben, indem noch immer die Gesellschaft für 5 Zeitschriften aufkommen muss und 7 der Bibliothek der naturforschenden Gesellschaft tauschweise zukommen. Es ist zu hoffen, dass der neuerdings von Seite der Bibliothekleitung genommene Anlauf zur Erweiterung des Tauschverkehrs mit weiteren Gesellschaften auch den Teilnehmern des Lesezirkels zu Gute kommen werde. Die Einrichtung des Lesezirkels hat sich bei vielen Teilnehmern so eingelebt, dass trotz der bedeutenden Opfer, die die Gesellschaft für denselben bringt, an ein Eingehenlassen desselben nicht mehr gedacht werden darf. Im Verlaufe des verflossenen Jahres hat sich nun herausgestellt, dass die bei Einrichtung des Lesezirkels obwaltenden Sparsamkeitsrücksichten bezüglich Herstellung der Mappen aus Leinwand statt aus Leder übel angebracht waren, indem nun fast alle Mappen der Reihe nach der Reparatur

unterworfen werden müssen, was natürlich eine unliebsame Erhöhung der Kosten für den Lesezirkel nach sich zieht.

Trotz der nun schon seit einiger Zeit eingetretenen Thätigkeit der Kontroleure will es nicht gelingen, eine Anzahl Teilnehmer zu regelmässiger Spedition der Mappen zu bringen und gar oft wird in Fällen der Aufhäufung von Mappen bei einem einzelnen Teilnehmer in der Versendung derselben nicht einmal mehr die richtige Reihenfolge eingehalten, was den Zusammenhang der sich durch verschiedene Nummern von Zeitschriften hinziehenden Artikel empfindlich stört. Möchten sich daher alle Teilnehmer befleissigen, die bei ihrem Namen angebrachten Daten zur Versendung der Mappen strenge innezuhalten.»

Zum Präsidenten für die folgende Amtsperiode wurde Herr *E. Fischer*, zum Vicepräsidenten Herr *G. Huber* gewählt.

Der Unterzeichnete schliesst den Bericht mit dem Wunsche, dass die naturforschende Gesellschaft mehr und mehr der Brennpunkt des naturwissenschaftlichen Lebens der Bundesstadt werden und alle Kräfte, die zur Erweiterung naturwissenschaftlicher Erkenntnis thätig sind, in sich vereinigen möge, damit sich ihr Wirkungskreis nicht nur erweitere, sondern auch vertiefe und naturwissenschaftliches Interesse durch naturwissenschaftliche, methodische Arbeit geadelt werde. Gewiss lassen sich die Ergebnisse der Forscherarbeit meist gemeinverständlich und beziehungsreich darstellen und in dieser besten Form populärer Darstellung mag auch der Popularisierung ein Platz eingeräumt sein, aber die wissenschaftliche Arbeit, die Beobachtung und das Experiment müssen doch immer im Vordergrund stehen und die Hauptsache bleiben. Nur so wird sich die naturforschende Gesellschaft neben den kleinen, Sonderzwecke verfolgenden Gesellschaften siegreich behaupten und sich die erste Stelle unter den gelehrten Gesellschaften Berns erhalten.

Der abtretende Präsident:

Tschirch.

Sitzungsbericht.

869. Sitzung vom 13. Januar 1894.

Abends 7½ Uhr im pharmazeut. Institut.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 17 Mitglieder und 1 Gast.

1) Herr Graf: Nekrolog von Prof. Rud. Wolf.

2) Herr Baumberger: Ueber die Kreide am Bielersee. (Siehe die Abhandlungen.)

870. Sitzung vom 20. Januar 1894.

Abends 7½ Uhr im Hörsaal des chemischen Laboratoriums.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend: 25 Mitglieder und 6 Gäste.

1) Herr A. Rossel: Ueber Papier und Papierprüfung.

2) Herr E. v. Freudenreich: **Ueber die Bitterkeit der Käse und Bakterien, welche dieselbe hervorrufen.**

Als Schweizer oder wenigstens als Gäste der Schweiz sehen wohl die meisten unter Ihnen mit Vergnügen ein Stück Emmenthalerkäse auf dem Speisetisch ankommen. Ich darf daher vielleicht Ihre Geduld auf einige Augenblicke in Anspruch nehmen, um Ihnen ganz kurz eine Krankheit dieses Käses und die diese Krankheit hervorbringende Bakterie zu schildern.

Es geschieht nämlich zuweilen, dass die Käse während der Reifungsperiode einen bittern Geschmack annehmen, der natürlich der Qualität des Käses Abbruch thut. Schon einmal hatte ich Gelegenheit, einen solchen Käse zu untersuchen, aber meine Bemühungen, eine Bakterie als Ursache dieser Krankheit zu finden, blieben damals erfolglos. Möglicherweise war der Käse zu alt und die betr. Bakterie in demselben bereits abgestorben. Letzten Sommer erhielt nun Dr. Schaffer, Kantonschemiker hier, aus Reutigen, am Fusse der Stockhornkette, ein Stück Käse zur Begutachtung, welches ganz widerwärtig bitter schmeckte. Mittelst des Plattenverfahrens konnte ich nun aus demselben zahlreiche Kolonien eines Mikrokokkus züchten, welcher in Milch verimpft, derselben einen ausgesprochenen Geschmack verlieh. Eine solche Milch sehen Sie hier, und Sie können sich leicht überzeugen, dass diese Bitterkeit eine deutliche ist.

Pathogen ist dieser Mikroorganismus nicht, so dass Sie dabei keinerlei Gefahr laufen. Schon unzählige Male habe ich von solcher Milch gekostet, ohne die geringste schlechte Nachwirkung zu verspüren. Um nun festzustellen, dass auch die Bitterkeit des untersuchten Käses von dieser Bakterie herrührte, machte ich noch zwei Versuchskäse, einen aus pasteuri-

sierter Milch, um die Mitwirkung anderer Mikroorganismen auszuschliessen, den anderen aus gewöhnlicher Milch, indem ich der Milch vor dem Laben eine Bouillonkultur dieser Bakterie zusetzte. Beide Käse, die ich Ihnen hier vorzeige, sind, wie Sie sich auch selbst überzeugen können, deutlich bitter geworden. Diese Bitterkeit ist allmählig entstanden und rührt nicht etwa von dem Zusatz der Bouillonkultur her, denn in Bouillon erzeugen diese Bakterien keine Bitterkeit. Man darf daher wohl annehmen, dass diese Bakterien auch wirklich die Ursache der Bitterkeit des untersuchten Käses waren.

Ich werde nun die kulturellen Merkmale dieser Bakterie kurz schildern. Wie bereits gesagt, handelt es sich um einen Mikrokokkus etwas ovaler Form. Gelatine wird von ihm verflüssigt. Auf Agar bildet er in Stichkulturen einen dünnen grau-weisslichen Belag. In Stichkulturen wächst er üppig im Stich, besonders wenn dem Nähragar Milchzucker zugesetzt ist. Auf der Kartoffel wächst er spärlich unter Bildung eines weisslichen, mit gelblichen Rändern versehenen Rasens, der sich nie stark ausbreitet. Er wächst gut bei Luftabschluss. In Milch verimpft, bringt er sie zum Gerinnen binnen 24 Stunden bei 35°, weil er zur Klasse der Milchsäurefermente gehört. Und zwar ist er ein ziemlich energischer Milchsäurebildner, denn schon nach 24 Stunden bei 25° braucht man ca. 7 cc. der ¼ Normal-Natronlaugelösung zum Neutralisieren der in 50 cc. einer mit 5 % Milchzucker versetzten Bouillon gebildeten Säure. Nach 24 Stunden ist in der Milch die Bitterkeit schon deutlich, nach 48 Stunden ist sie noch ausgesprochener.

Die geronnene Milch löst sich in der Folge teilweise wieder auf, was auf eine Peptonisierung zurückzuführen ist, die sich bereits in der Verflüssigung der Gelatine kund gibt.

Dieser Mikroorganismus ist nicht sehr widerstandsfähig. Eine 5 Minuten lang andauernde Einwirkung einer Temperatur von 70° tötet ihn. Eintrocknung verträgt er während ca. 9 Tagen.

Pathogene Wirkung äussert er, bei Kaninchen wenigstens, nicht.

Es frägt sich nun noch, ob dieser Mikroorganismus identisch ist mit einem der bereits bekannten Erreger der bitteren Milch?

Die Eigenschaft, die Milch bitter zu machen, besitzen nämlich eine ganze Klasse von Bakterien, die sog. Kartoffel- und Heubacillen. Es sind dieses sehr widerstandsfähige Bacillenarten, welche die Erdoberfläche bewohnen und daher häufig in Heuinfusen, oder auf der Oberfläche der Kartoffeln gefunden werden, woher ihr Name. Dieselben nun können auch die Milch bitter machen, aber gewöhnlich nur unter ganz bestimmten Bedingungen. Wenn man Milch aufkocht und einige Tage sich selbst überlässt, so wird sie meist bitter; die gewöhnlichen Milchsäure-Bakterien der Milch werden nämlich durch das Aufkochen zerstört, nicht aber die resistenten Heu- und Kartoffelbacillen, welche sich dann nachträglich in der Milch entwickeln und dieselbe bitter machen. In frischer ungekochter Milch dagegen ist dieses nicht der Fall, weil die Konkurrenz der Milchsäurebakterien sie in ihrer Entwicklung verhindert. Diese sind nun Bacillen, sind also mit unserem Mikrokokkus nicht identisch. Ferner hat *Wegmann* einen anderen Bacillus beschrieben, der auch die Milch bitter macht; dagegen entwickelt er sich im Käse nicht. Der einzige Mikroorganismus, der mit dem unsrigen Aehnlichkeit hat, ist ein von *Cann* aus bitterem Rahm gezüchteter Mikrokokkus. Er unterscheidet sich

jedoch dadurch, dass er die Gelatine und die Bacillen stark fadenziehend macht. Man darf daher unsern Mikrokokkus als eine *nova species* bezeichnen und ich würde für ihn den Namen *M. casei amari* vorschlagen.

Worauf beruht nun die Entstehung der Bitterkeit in der Milch? Nach *Hoppe* soll meist die Bildung von Pepton die Ursache derselben sein. Es ist nun auch richtig, dass schwache Peptonlösungen bitter schmecken und dass in der That die meisten Bakterien, welche die Milch bitter machen, Pepton producieren. Auch der *M. casei amari* bildet Pepton und zwar enthielt nach einer von Dr. Bondzynski ausgeführten Analyse eine Cultur desselben in Milch ca. 0,8 % Pepton. Indessen glaube ich, dass in unserem Falle noch besondere Bitterkörper gebildet werden, deren chemische Reindarstellung jedoch eine sehr schwierige Aufgabe sein wird, wie überhaupt das Studium der Bakterienprodukte keine einfache Aufgabe ist. Indirekt glaube ich auf folgende Weise nachgewiesen zu haben, dass ausser Pepton noch andere bitter schmeckende Substanzen von unserm Mikrokokkus in der Milch gebildet werden. Man filtriert eine Milchcultur und fügt dem Filtrate Alkohol zu, um die Peptone auszufällen; dann filtriert man wieder und fügt wiederum Alkohol zu, bis eine Trübung erscheint, um wieder zu filtrieren und so weiter fort, bis nach Alkoholzusatz und Erwärmen gar keine Ausfällung mehr stattfindet. Darauf lässt man verdampfen. Man bekommt dann einen braunen Rest, den Sie hier sehen, der also kein Pepton enthält, jedoch noch deutlich bitter schmeckt. In demselben ist natürlich noch allerlei enthalten und der Bitterkörper steht nicht etwa isoliert da. Ich glaube aber, dass man darauf fussend annehmen darf, dass dieser Mikroorganismus ausser Pepton noch andere bitterschmeckende Substanzen erzeugt.

871. Sitzung vom 3. Februar 1894.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend: 21 Mitglieder und 3 Gäste.

1) Herr G. Huber: **Ueber Sternschnuppen und Meteorite.**

Der Vortragende gab zunächst eine Erklärung der Meteore und ihrer Einteilung.

Die Völker des Altertums und Mittelalters schenkten den Meteorerscheinungen nur wenig Aufmerksamkeit, erst in diesem Jahrhundert, seit Chladni, bildete sich die Meteorastronomie aus, besonders durch die Arbeiten Schiaparelli's, vom Jahre 1866. Es wurden die Höhen, in denen die Meteore erscheinen, ihre Geschwindigkeit, ihre Wärmeentwicklung und ihre Bahnen um die Sonne besprochen. Es folgte die Beschreibung der Erscheinung einer Feuerkugel und speciell einiger von Prof. Niessl untersuchten Feuermeteore. Ferner wurden die wichtigsten der auf die Erde gefallenen Meteorite, die Steinregen und der kosmische Staub erwähnt, die chemische Analyse, die Widmannstätt'schen Figuren und als besonders merkwürdig das Auffinden von organischer Substanz und von Diamanten in den Meteoriten hervorgehoben.

Ferner wurde die jährliche und tägliche Variation in der Häufigkeit der Meteore behandelt und die Erklärung gegeben, warum die meisten

Sternschnuppen erstens immer gegen Morgens 6 Uhr, zweitens aus Osten und drittens im Herbst erscheinen.

Schliesslich folgte noch die Erklärung der Bahnen von Sternschnuppenschwärmen, der Ausstrahlung oder Radiation der Meteore eines Schwarmes und eine eingehendere Schilderung des Augustschwarmes der Perseiden und des Novemberschwarmes der Leoniden.

2) Herr E. v. Fellenberg: Demonstration von Meteoriten aus dem naturhistorischen Museum.

3) Herr G. Glur: Schaf und Ziege in den Pfahlbauten (siehe die Abhandlungen).

872. Sitzung vom 17. Februar 1894.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend: 23 Mitglieder.

1) Herr G. Huber: **Ueber Meteorströme und die Bedeutung der Meteore im Weltraume.**

Es wurde ein Verzeichnis derjenigen Radianten aufgestellt, welche die meisten Sternschnuppen liefern, und die Thatsache und Erklärung der langdauernden Radianten erwähnt. Nicht nur die Sternschnuppen besitzen feste Radianten, sondern auch die Feuerkugeln, Meteorite und Boliden. Es folgte dann der Zusammenhang zwischen Sternschnuppenschwärmen und Kometen, ausführlicher speciell die Auflösung des Biela'schen Kometen in einen Meteorschwarm, die Erklärung über den Ursprung und die Entstehung der Meteorströme, als Auflösungsprodukte der Kometen, die aus den Fixsternräumen in unser Sonnensystem eindringen. Im weiteren wurde der Zusammenhang der Feuerkugeln und Aerolithen mit den Sternschnuppen erläutert und die Ueberzeugung gewonnen, dass alle diese Körper derselben Klasse angehören und sich nicht wesentlich von einander unterscheiden. Ueber den Ursprung der Meteoriten existieren drei Hypothesen: die eine befürwortet ihren planetarischen, die andere ihren ausserplanetarischen Ursprung, während die dritte dieselben durch Zertrümmerung eines Körpers unseres Planetensystems entstehen lässt.

Die spektralanalytischen Resultate sind noch dürftig.

Es folgte dann die Bedeutung der Meteore im Weltraum. Sie spielen in unserm Sonnensystem nach Prof. Seeliger die Rolle eines „widerstehenden Mittels", aber nicht in Enke's Sinne. Die Meteorschwärme und kosmischen Wolken dienen zur Erklärung der neuen und veränderlichen Sterne und der Nebelflecke. Der englische Astronom Lockyer schreibt denselben eine universelle Bedeutung zu, indem er alle kosmischen Himmelskörper auf meteorischen Ursprung zurückführt.

2) Herr Th. Studer: Ueber die Tiefseefauna im pacifischen Ocean.

873. Sitzung vom 3. März 1894.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender Herr Tschirch. Anwesend 24 Mitglieder und 1 Gast.

1) Herr Bochicchio: **Ueber eine neue, Blähung der Käse erzeugende Hefeart.**

Im Laufe meiner mikrobiologischen Untersuchungen über Italienerkäse im bakteriologischen Institut der Universität Bern habe ich in einem Stücke frischen *lombardischen Grana-Käse* eine noch nicht beschriebene Hefeart gefunden.

Dieser Mikroorganismus zersetzt bei günstigen Lebensbedingungen sehr schnell verschiedene Zuckerarten, hauptsächlich Milchzucker, wobei besonders gasförmige Produkte entstehen, und kann damit die so unangenehmen Käseblähungen hervorbringen. Er entwickelt sich mit grösster Leichtigkeit auf jeglichem Nährboden, selbst wenn dieser bereits von andern Mikroben zersetzt ist, und lebt sogar in destilliertem und sterilisiertem Wasser und auf Gypsblöcken. Bei oberflächlichen Kulturen bildet er schöne, runde, mit glatten Bändern versehene, die Gelatine nicht verflüssigende, sehr fein granulierte und weissliche Kolonien, welche oft einen Durchmesser von einigen Millimetern erreichen. Meistens erscheint er als mehr oder weniger längliche, elliptische oder eirunde, selten kugelrunde oder stäbchenartige Hefenzellen, mit deutlich bemerkbarer Membran und bisweilen mit Kernkörpern oder Vorknoten. Diese Zellen haben im Mittel eine Länge von 5 μ und eine Breite von 3 μ, sind leicht zu färben und entfärben sich nicht nach der Gram'schen Methode.

Auf zuckerhaltigen Nährböden, speciell milchzuckerhaltigen, erreicht er bei Luftzutritt und bei ziemlich hoher Temperatur (zwischen 20 und 30, ja 40°) die höchste Entwicklung, unter lebhafter Schaumbildung, wobei ein Geruch nach gährendem Most bemerkbar wird. Er koaguliert die sterilisierte Milch schon nach einigen Tagen und bringt auch eine partielle Verflüssigung des Koagulums hervor ohne deutliche Säurebildung.

Die Zellen besitzen eine merkbare Molekularbewegung und sie vermehren sich durch einseitige Sprossung. Bis jetzt habe ich weder Sporen- noch Kapselbildung beobachten können.

Bei einer Temperatur unter 20° C. ist seine Entwicklung sehr langsam und beinahe unmerklich, bei 40° sehr rasch, aber bei 45° nimmt sie sofort ab, und bei 50—60° stirbt der Pilz unfehlbar nach 15 Minuten ab. Sublimatlösungen von ½ — 1 ‰ und Phenollösungen von 2,5—5 % töten ihn binnen wenigen Augenblicken oder spätestens in einigen Minuten. Er widersteht jedoch der Einwirkung von gesättigter Salzlösung während 30—40 Minuten, von dreiprocentiger Natronlösung während 10—15 Minuten. In Bouillon mit bis höchstens 1—2 % Milchsäure kann er noch vegetieren. In diesen Fällen jedoch, sowie unter allen andern ungünstigen Bedingungen, zeigt die Kultur einen gewissen Rückgang und viele Degenerationsformen. Die Gasentwicklung und mit ihr auch die Vitalität des Pilzes erfahren dadurch eine merkbare Schwächung. Die Eintrocknung bei 35° C. vernichtet ihn in wenigen Tagen (höchstens in einer Woche).

Impft man ihn in frische Milch und macht man aus derselben einen Hartkäse, so bringt er, auch bei einer Temperatur unter 20° C., eine merkbare Blähung mit grossen Löchern, besonders in den oberflächlichen Teilen des Käses, hervor. Er verwandelt die Molke in ein schäumendes und nicht unangenehm schmeckendes Getränke. Die infizierte Molke hat weder bei Hunden, noch bei mir selbst irgendwelche Magenstörungen hervorgebracht. Die Tierversuche haben bis jetzt keine pathologischen Erscheinungen erzeigt.

Alles in allem unterscheidet sich dieser Hefepilz merklich von den bis jetzt von Adametz [1], Freudenreich [2], Kayser [3] und anderen, in Fällen von Käseblähungen beschriebenen und studierten Mikroorganismen. Ich erlaube deshalb mir, ihn *Leuconostoc casei-pravi* zu nennen, im Hinblick auf seine Herkunft; auch habe ich die Absicht, in nächster Zeit eingehendere chemisch-physiologische Untersuchungen dieses Hefepilzes auszuführen.

Aus dem bisher Gesagten folgt, dass dieser Pilz schädlich und nützlich zugleich ist, indem er einerseits die Käseblähung verursacht, andrerseits aus der Milke ein angenehmes, erfrischendes und billiges Getränk machen kann.

Gestützt auf diese Angaben, sei es mir gestattet, folgende Schlüsse zu ziehen:

1. Dieser Pilz ist eine saprophyte, nicht pathogene, unbewegliche, facultativ aerobe, elliptische, durch einseitige Sporenbildung sich auszeichnende, die Milch zum Gerinnen bringende, hauptsächlich aber Milchzucker vergärende, Kohlensäure und Alkohol bildende Hefeart.

2. Er kann die Blähung der harten Käse verursachen, hauptsächlich im Sommer, in warmen Lokalen, bei gewärmter und längere Zeit stehen gebliebener Milch.

3. Man ist leicht im stande, ihn zu vernichten durch Anwendung einer nicht allzuhohen Temperatur, indem z. B. der Bruch während 10—15 Minuten auf 55—60° erwärmt wird, u. s. w.

4. Dieser Pilz kann zur Vergährung von Molke gebraucht werden, die er in ein angenehm schmeckendes, alkoholisches Getränk verwandelt. Zu diesem Zwecke könnte man ihn mit einer Weinhefe vermischen und der Molke einen kleinen Zucker- und Weinsäure-Zusatz beifügen.

2) Herr Brückner: Ueber das japanische Erdbeben vom 28. Oktober 1891.

3) Herr Th. Steck: Zur Biologie des Moosseedorfsees (siehe die Abhandlungen).

874. Sitzung vom 17. März 1894.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend: 19 Mitglieder.

1) Herr Tschirch: Ueber den Ort der Harzbildung bei der Pflanze.

2) Herr Th. Steck: Demonstration südamerikanischer Schmetterlinge.

875. Sitzung vom 28. April 1894.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend: 20 Mitglieder und 1 Gast.

1) Wahlen: Zum Präsidenten für das Vereinsjahr 1894/95 wird gewählt Herr Prof. Dr. E. Fischer, zum Vicepräsidenten Herr Prof. Dr. G. Huber.

---

[1]) L. Adametz. — Ueber die Ursachen und Erreger der abnormalen Reifungsvorgänge beim Käse. Erweiterter Separat-Abdruck aus der „Milchzeitung". Bremen 1893, p. 54—55.

[2]) Ed. von Freudenreich. — Die Bakteriologie in der Milchwirtschaft. Basel 1893, p. 36—43.

[3]) E. Kayser. — Contribution à l'étude physiologique des levures alcooliques du lactose. Annales de l'Institut Pasteur, 5e année, Déc. 1891, n. 12, vol. V.

2) Herr Ed. Fischer legt die **Resultate einiger neuerer Untersuchungen über die Entwicklungsgeschichte der Rostpilze** vor, unter Beiziehung einer Anzahl eigener Versuche.

Das Aecidium auf *Rhamnus Frangula* und auf *Rh. cathartica* gehört, wie bereits Plowright[1]) vermutet und sodann Klebahn[2]) nachgewiesen hat, zu zwei verschiedenen, einander sehr nahe stehenden, aber bisher unter dem Namen *P. coronata* als einheitliche Art betrachteten Puccinien. Vortragender konnte durch eigene Versuche bestätigen, dass die *P. coronata* des *Lolium* nur auf *Rhamnus cathartica* Spermogonien und Aecidien bildete, nicht aber auf *Rh. Frangula,* während *P. coronata* einer andern, nicht näher bestimmten Graminee nur *Rh. Frangula* infizierte.[3])

Eine in ihren Teleutosporen der *P. coronata* sehr ähnliche *Puccinia* ist die *Festuca*-Arten bewohnende *P. Festucae* Plowr. Das zugehörige Aecidium ist, wie Plowright[4]) gezeigt hat, *Aec. Periclymeni.* In Übereinstimmung damit erzielte Vortragender Aecidien auf *Lonicera nigra* durch Infektion mit Teleutosporen, welche auf *Festuca rubra* L. var. *fallax* gewachsen waren.

Bei Isenfluh im Berner-Oberland fand Vortragender auf *Centaurea Scabiosa* häufig ein Aecidium vor, unweit davon steht *Carex montana,* welche im Herbst reichlich Teleutosporenlager einer *Puccinia* trug. Infektionsversuche, die im Frühjahr mit letzteren vorgenommen wurden, hatten auf *C. Scabiosa* fast regelmässig ausgezeichneten Erfolg. Auch *Centaurea Jacea* und *nigra* konnten mit derselben (wenn auch nicht jedes mal) erfolgreich infiziert werden. Es ist daher wahrscheinlich, dass der Pilz identisch ist mit *Puccinia tenuistipes* Rostr. und *P. arenariicola* Plowr., natürlich unter dem Vorbehalt, dass mit den auf *Centaurea Scabiosa* entwickelten Aecidiosporen auch *Carex muricata* und *arenaria* infiziert werden könne. Auf *Centaurea montana* konnte dagegen unter zahlreichen Versuchen nur bei zweien ein Erfolg konstatiert werden, obgleich bei Isenfluh ein Aecidium auf dieser Pflanze sehr häufig auftritt.

Vortragender besprach sodann die Kiefern-Blasenroste *(Peridermium),* welche in neuerer Zeit Gegenstand schöner und sorgfältiger Untersuchungen von Klebahn[5]) gewesen sind. Aus diesen geht hervor, dass sowohl bei den zur Gattung *Cronartium* gehörenden rindenbewohnenden als auch bei den zu *Coleosporium* gehörenden nadelbewohnenden Formen mehrere Arten zu unterscheiden sind, welche in morphologischer Hinsicht unter einander sehr ähnlich sind, aber ihre Teleutosporen auf verschiedenen Nährpflanzen bilden. — Vortragender ist in der Lage, die Zahl dieser Arten noch zu vermehren: Bei Bern kommt auf den Nadeln von *Pinus silvestris* ein *Peridermium* vor, in dessen Nähe *Inula Vaillantii* Vill.

---

[1]) British Uredineae and Ustilagineae 1889 p. 164.

[2]) Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten Bd. II, Heft 6 u. Bd. III, Heft 4, p. 199.

[3]) In einem dritten Versuche wurden teleutosporentragende Grasblätter auf 4 Rh. Frangula und 4 Rh. cathartica aufgelegt, und es blieb nur eine Rh. Frangula spermogonienfrei. Es müssen also in diesem Falle die verwendeten Grasblätter Teleutosporenlager beider Arten getragen haben.

[4]) Gardeners Chronicle VIII p. 46.

[5]) S. besonders: Berichte der deutschen botan. Gesellschaft 1890 Bd. VIII, p. (59). — Hedwigia 1890 p. 27. — Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten Bd. II, Heft 5 u. 6, Bd. IV p. 7 ff.

häufig ein *Coleosporium* trägt, welches bereits von Otth aus unserer Gegend auf dieser Nährpflanze angegeben wurde[1]). Im Herbst 1892 wurden vom Vortragenden Sporidien dieses *Coleosporium* auf kleine *Pinus*-pflanzen ausgesät. Die Keimschläuche konnten bis zum Vorhof der Spaltöffnungen verfolgt werden, und im nächsten Frühjahr erschienen an den Nadeln Spermogonien und Aecidien. Es wurden sodann umgekehrt Aecidiosporen des Pilzes auf *Inula Vaillantii, Inula Helenium, Sonchus oleraceus, Tussilago Farfara, Senecio cordatus* und *Senecio vulgaris* ausgesät, aber bloss auf den beiden erstgenannten Pflanzen entwickelte sich der Uredo. Das *Coleosporium* auf *Inula Vaillantii* und *I. Helenium* ist somit eine besondere, von *Coleosp. Sonchi, Senecionis* u. *Tussilaginis* verschiedene Art[2]).

Im Herbst 1893 säte ferner Vortragender die Sporidien folgender Coleosporien auf kleine *Pinus*pflanzen aus: *C. Petasitis* de By. (von *Petasites officinalis*), *C. Cacaliae* (DC.) (von *Adenostyles*), *C. Sonchi arvensis* (Pers.) (von *Sonchus asper*), *C. Tussilaginis* (Pers.) (von *Tussilago Farfara*), *C. Campanulae* (Pers.) (von *Campanula Trachelium*), *C. Senecionis* (Pers.) (von *Senecio silvaticus*). Diesen Frühling sind nun entweder an sämtlichen oder doch an einigen der durch jede dieser Formen infizierten *Pinus*-pflanzen mehr oder weniger reichlich Spermogonien, z. T. auch schon Aecidien aufgetreten. Alle vorhin genannten Coleosporien sind somit heteroecisch und Vortragender ist auch der Ansicht, dass sie als differente Arten aufzufassen seien; es geht dies übrigens z. T. aus einer Angabe von Klebahn hervor, nach welcher *Petasites officinalis* mit *Peridermium Plowrightii* Kleb. nicht infiziert werden konnte, z. T. auch aus einer Beobachtung des Vortragenden, welcher ganz gesunde *Tussilago Farfara* neben stark befallenen *Adenostyles* stehen sah.

Bezüglich der compositenbewohnenden *Puccinien* vom Typus der *P. Hieracii* machte Vortragender bisher folgende Erfahrungen, welche die Magnus'schen[3]) Ausführungen über diese Formen teils bestätigen, teils erweitern: Mit der Form[4]) auf *Carlina acaulis* wurde auf *Cirsium oleraceum*[5]) und *eriophorum* keine Infektion erzielt, mit *Pucc. Centaureæ* auf *Centaurea Scabiosa* konnte bloss wieder *C. Scabiosa*, nicht aber *Cirsium oleraceum*[5]) infiziert werden. Mit *Puccinia Cirsii* auf *Cirsium oleraceum* konnte bloss wieder *C. oleraceum*[5]), nicht aber *C. eriophorum* und *Centaurea Scabiosa* infiziert werden. — *Pucc. Cirsii* auf *Cirs. spinosissimum* befiel *Cirsium eriophorum*, nicht aber *Centaurea Scabiosa, Carduus defloratus* und *Cirsium oleraceum*. — *Puccinia* auf *Carduus defloratus* ging bloss wieder auf *Carduus defloratus*, während *Cirsium eriophorum, Centaurea Scabiosa* und *Cirsium oleraceum* gesund blieben.

Alle diese Resultate bestätigen die Erscheinung, dass es bei den Uredineen (wie übrigens auch in andern Gruppen) Arten gibt, die, morphologisch kaum von einander verschieden, sich doch durch ihr biologisches Verhalten als distinkte Arten bekunden.

---

[1]) Diese Mitteilungen Jahrg. 1865 p. 179.

[2]) Wir behalten für diese einfach den alten Namen Coleosp. Inulae (Kze.) bei. Da es bräuchlich geworden ist, dem zugehörigen *Peridermium* ebenfalls einen Namen zu geben, so nenne ich dasselbe *P. Klebahni.*

[3]) Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft, Jahrgang 1893, Bd. XI p. 453 ff.

[4]) Zur Infektion dienten in diesen Versuchen stets überwinterte Teleuto-sporenlager resp. die daraus entstandenen Sporidien.

[5]) Vielleicht handelt es sich hier eher um C. oleraceum × palustre.

876. Sitzung vom 19. Mai 1894.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Ed. Fischer. Anwesend: 12 Mitglieder.

1) Herr F. W. Schmidt: **Die Entwickelungsgeschichte des periodischen Systems.**

Da das «Periodische System der Elemente», welches zu gleicher Zeit und unabhängig von einander im Jahre 1869 von *D. Mendelejeff* und *Loth. Meyer* entwickelt wurde, sich gründet auf die Grösse des Atom-Gewichtes der Elemente, so ist es notwendig, auf die Entstehung der «atomistischen Hypothese» überhaupt zurückzukommen. Schon griechische Philosophen haben den Gedanken ausgesprochen, dass die Materie bestehe aus nicht weiter zerlegbaren kleinsten Teilchen, den sog. «Atomen», aus welchen sich alle materiellen Gebilde aufbauten. Aber erst durch *Dalton's* Entdeckung des Gesetzes der «constanten und multiplen Proportionen» hat diese Hypothese, die im Verlauf der Zeiten häufig zur Erklärung der Vorgänge in der Natur in Anwendung kam, eine reelle Basis erhalten. In den beiden *Dalton'schen* Gesetzen liegt ferner der Keim der heute von der Wissenschaft angenommenen «Atomistischen Molekulartheorie und Valenzlehre», welche noch das Gesetz von *Avogadro* zu ihrer Entwickelung herbeizieht. Ausserdem dienen beide Gesetze als Grundlage bei der Bestimmung der «Aequivalent-Gewichte» der Elemente. Es wurde dann der Zusammenhang zwischen «Aequivalent-Gewicht, Atom-Gewicht und Valenz» ausführlich erklärt und gezeigt, auf welchem Wege man zur Bestimmung dieser Werte gelangt. Darauf wurden die Gesetzmässigkeiten des periodischen Systems, wie sich dieselben aus der Zusammenstellung der Elemente nach der Grösse ihrer «Atom-Gewichte», sowie ihrer «Valenz» ableiten lassen, auseinandergesetzt und die Tabelle des periodischen Systems gradatim entwickelt. Schliesslich kommen noch die für die «allgemeine Chemie» so unendlich wichtigen Consequenzen, welche sich aus dem «periodischen Systeme» ergeben, zur detaillierten Besprechung.

877. Sitzung vom Sonntag, den 17. Juni 1894

in Solothurn.

Gemeinsam mit der dortigen naturforschenden Gesellschaft.

1) Herr Th. Studer: Die Renntierstation des Schweizersbild bei Schaffhausen.

2) Herr Meisterhans: Die Entwickelung Solothurns in historischer Zeit.

3) Herr A. Rossel: Neue Methode zur Darstellung des Phosphors aus den Phosphaten der Alkalien und alkalischen Erden mittelst Aluminium als Reduktionsmittel.

878. Sitzung vom 27. Oktober 1894.

Abends 7½ Uhr im pharmaceut. Institut.

Vorsitzender: Herr Ed. Fischer. Anwesend: 20 Mitglieder.

1) Herr A. Rossel: Neue pflanzliche Parasiten der Weinrebe und ihre Bekämpfung (siehe die Abhandlungen im Jahrgang 1895).

2) Herr Apotheker B. Studer: Walliser-Hymenomyceten (siehe die Abhandlungen im Jahrgang 1895).

879. Sitzung vom 10. November 1894.

Abends 7½ Uhr im pharmaceut. Institut.

Vorsitzender: Herr Ed. Fischer. Anwesend: 30 Mitglieder und 7 Gäste.

1) Herr A. Baltzer: Ueber die Wüste und den Atlas bei Biskra (siehe die Abhandlungen im Jahrgang 1895).

2) Herr Th. Studer: Anpassungserscheinungen der Wüstentiere.

3) Herr A. Tschirch: Schutzmittel der Wüstenpflanzen gegen zu starke Insolation und Transpiration.

880. Sitzung vom 24. November 1894.

Abends 7½ Uhr im pharmaceut. Institut.

Vorsitzender: Herr Ed. Fischer. Anwesend: 25 Mitglieder und 3 Gäste.

1) Anschliessend an seine Vorweisung der *Anastatica hierochuntica* in der letzten Sitzung demonstriert Prof. *L. Fischer* das hygroskopische Öffnen und Schliessen der Köpfchen der Composite *Asteriscus pygmaeus (Odontospermum pygmaeum)*, welche einen ähnlichen Verbreitungsbezirk hat, wie Anastatica und namentlich in der Gegend von Jericho häufig vorkommt. Nach neueren Nachforschungen (s. De Saulcy, Voyage en Orient 1851) soll es diese Pflanze sein, welche ursprünglich von den Pilgern des Mittelalters unter dem Namen Jericho-Rose nach Europa gebracht wurde, und es wäre diese Bezeichnung erst später auf die jetzt allgemein unter diesem Namen bekannte Anastatica übertragen worden.

2) Herr Thiessing: **Einiges über Kohlenlager im Kanton Bern.**

Seit einiger Zeit beschäftigt man sich wieder lebhaft mit der Frage, ob nicht die bernische Staatsbehörde etwas thun sollte für die Förderung des Bergbaues im Gebiet des Kantons, und infolge von Anfragen und Wünschen, die aus verschiedenen Gegenden an sie gerichtet wurden, sah sich die Staatswirtschaftskommission veranlasst, in ihrem Bericht über die Staatsverwaltung des Jahres 1893 diese Angelegenheit in der Weise zu berühren, dass Bohrungen nach Salz und Kohlen angeregt würden. Was die „Kohlenfrage" betrifft, so hatte sich Herr Dr. Thiessing schon seit längerem mit ihr beschäftigt und seine Aufmerksamkeit besonders den früher sowohl vom Staat als von Gemeinden und Privaten ausgebeuteten Steinkohlenlagern von Beatenberg und Boltigen, ohne Zweifel den ausgedehntesten des Kantons, zugewendet und glaubte nun der Naturforschenden Gesellschaft Mitteilung über das von ihm teils aus Akten, teils bei eigener Beobachtung gewonnene Material machen zu sollen. Nachdem der Vortragende die Geschichte der bernischen Kohlenausbeutung vom Ende des vorigen Jahrhunderts an bis in die fünfziger Jahre, wo dieselbe gänzlich aufgehört hat, in kurzen Zügen skizziert, gelangte er zur Untersuchung der Lager am Niederhorn und des Simmenthals. Erstere gehören der Nummulitenformation an, letztere dem obern Jura. Da stellt sich nun heraus, dass wegen der geringen Mächtigkeit und der häufigen Zusammenschnürungen der Schichten auf Beatenberg eine Wiederaufnahme der Exploitation aussichtslos wäre, und dass im Simmenthal, wo immerhin das Flöz noch grössere Quantitäten böte, der früher betriebene regellose Abbau, die häufige Abwechslung von Kohle und unbrauchbaren Zwischen-

lagern und die ungünstige Lage eine künftige Ausbeutung ebenfalls so sehr erschweren würde, dass ein Erfolg nicht zu erhoffen ist. Nur im äussersten Fall, wenn etwa durch äussere Umstände die Zufuhr ausländischer Kohlen fehlen sollte, müssten die Boltigen-Lager einen kleinen Ersatz bieten, sogar einen sehr kleinen in Anbetracht des heutigen grossen Bedarfes.

3) Herr Graf: Demonstration einiger alter astronomischer Instrumente, namentlich Sonnenuhren.

4) Herr E. Kissling macht einige Angaben über **das Kohlenlager von Frienisberg**, das im vorigen Jahrhundert ausgebeutet wurde, jetzt aber längst verschüttet ist. Nach B. Studer war dort von Süsswassermuscheln keine Spur vorhanden, auch wurde in keiner Schrift derselben erwähnt.

Im Abraumschutt, in dunkelgrauen Mergeln gelang es nun aufzufinden

Planorbis laevis Klein und

Pupa quadridentata Klein,

beides obermiocäne Formen aus der Zone der Helix sylvana. Nach den Lagerungsverhältnissen besitzt jedoch die Kohle höheres Alter. Sie liegt in der unteren Abteilung des Helvétien.

881. Sitzung vom 8. Dezember 1894.

Abends 7½ Uhr im pharmaceut. Institut.

Vorsitzender: Herr Ed. Fischer. Anwesend: 25 Mitglieder und 2 Gäste.

Demonstrationsabend.

1) Herr H. Frey: **Ueber künstliche Seide (Holzseide).**

Die Darstellungsweise der Holzseide ist eine ähnliche wie die des neuen rauchlosen Pulvers. Es wird gut gereinigte Baumwolle oder gemahlenes Holz von der Weisstanne, Rottanne, Esche oder einem andern Weichholz dem Nitrierungsprozess unterworfen. Zu diesem Zwecke erwärmt man diese Materialien in einem Gemenge von gleichen Quantitäten Schwefelsäure und Salpetersäure, wobei sich nachstehender Prozess vollzieht:

$$C_6 H_{10} O_5 + 3\,H\,NO_3 = C_6 H_7 (NO_3)_3 O_2 + 3\,H_2 O$$

Dieses $C_6 H_7 (NO_3)_3 O_2$ ist eine Trinitrocellulose und löst sich leicht in Essigäther, so dass man eine homogene Masse erhalten kann. Dieselbe wird nun mittelst eines Druckes von 10—12 Atmosphären durch sehr kleine Öffnungen hindurchgepresst, so dass man einen feinen Faden erhält, der sehr ähnliche Eigenschaften wie das Sekret des Seidenwurmes besitzt. Mehrere dieser Fädchen, gewöhnlich 6, werden zusammengedreht und liefern dann einen zum Weben geeigneten Faden. Derselbe wird noch durch Eintauchen in Ammoniaklösung denitriert, so dass er weniger feuergefährlich wird.

Die neue Seide unterscheidet sich von der ächten durch ihre leichte Verbrennlichkeit unter Entwicklung eines Geruches nach verbranntem Holz und ihre Unauflöslichkeit in Kalilauge, während die echte Seide nur schwer brennt, dabei nach verbrannten Haaren riecht und in Kalilauge sich gänzlich auflöst.

Die künstliche Seide, welche nur etwa halb soviel kostet wie die natürliche, rivalisiert in mancher Beziehung wie Glanz, Färbbarkeit, Griff,

mit Erfolg mit dieser, zeigt aber eine geringere Festigkeit und eine grössere Brüchigkeit und wird deshalb dieselbe nicht ersetzen können, aber in vielen Fällen als billiges Surrogat Verwendung finden.

Vorgewiesen wurde: künstliche Seide in Strängen und verwoben, sowie die Fabrikationszwischenprodukte des neuen rauchlosen Pulvers.

2) Herr Th. Steck: Schmetterlinge des indo-australischen Faunenbezirks.
3) Herr E. v. Fellenberg: Pflanzenabdrücke aus dem Carbon von Rondchamp.
4) Herr E. Brückner: Einfluss der Schneedecke auf das Klima von Davos.
5) Herr Th. Studer: Hyotherium Meisneri von der Rappenfluh bei Aarberg, von Aarwangen und Brüttelen.
6) Herr J. H. Graf: Neue Sonnenuhr.
7) Herr Dutoit: Höhle von Reclère.
8) Herr Sidler: Verkieselter Baumstamm aus Arizona.

882. Sitzung vom 22. Dezember 1894.

Abends 7½ Uhr im pharmaceut. Institut.

Vorsitzender: Herr Ed. Fischer. Anwesend: 22 Mitglieder und 1 Gast.

1) Herr A. Tschirch: Gedächtnisrede auf Prof. Flückiger.
2) Herr H. Kronecker: Einiges über die Bergkrankheit.

Verzeichnis der Mitglieder

der

Bernischen Naturforschenden Gesellschaft.

(Am 31. Dezember 1894.)

Die mit * bezeichneten Mitglieder wurden im Jahre 1894 neu aufgenommen.

Vorstand.

Prof. Dr. *Ed. Fischer,* Präsident vom 1. Mai 1894 bis 30. April 1895.
Prof. Dr. *G. Huber,* Vicepräsident.
B. Studer, jun., Apotheker, Kassier seit 1875.
Dr. *E. Kissling,* Sekretär seit 1892.
Prof. Dr. *J. H. Graf,* Redaktor der Mitteilungen seit 1883 und Oberbibliothekar seit 1889.
Dr. *E. Kissling,* Unterbibliothekar seit 1888.
Dr. *Th. Steck,* Geschäftsführer des Lesezirkels.

Mitglieder.

1.	*Anderegg,* Ernst, Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern	1891
2.	*Andreæ,* Philipp, Apotheker, Bern	1883
3.	*Badertscher,* Dr. A., Sekundarlehrer, Bern	1888
4.	*Balmer,* Dr. Hans, Privatdocent, Bern	1886
5.	*Baltzer,* Dr. A., Professor der Mineralogie und Geologie, Bern	1884
6.	*Baumberger,* Ernst, Sekundarlehrer in Twann	1890
7.	*Beck,* Dr. Gottl., Vice-Direktor des Freien Gymnasiums, Bern	1876
8.	*v. Benoit,* Dr. jur. G., Bern	1872
9.	*Benteli,* A., Rektor und Docent, Bern	1869
10.	*Benteli,* A., V. D. M., Bern	1891
11.	*Berdez,* H., Professor an der Tierarzneischule, Bern	1879
12.	*Berlinerblau,* Dr. J., Fabrikdirekt. in Sosnowice (Russ.-Polen)	1887
13.	* *Bochicchio,* N., Prof., R. Scuola d'Agricultura, Brescia	1894
14.	*v. Bonstetten,* Dr. phil. August, Bern	1859
15.	*Bourgeois,* Dr. med. E., Arzt, Bern	1872
16.	*Brückner,* Dr. Ed., Prof. der Geographie, Bern	1888
17.	*Brunner,* C., Dr. phil., Trautsohngasse 6, Wien	1846
18.	*Büchi,* Fr., Optiker, Bern	1874
19.	*v. Büren,* Eug., allié von Salis, Sachwalter, Bern	1877
20.	*Bützberger,* F., Dr. phil., Lehrer am Technikum Burgdorf	1893
21.	*Cherbuliez,* Dr. Direktor, Mülhausen	1861

22. *Coaz,* eidgenössischer Oberforstinspektor, Bern
23. *Conrad,* Dr. Fr., Arzt in Bern
24. *Cramer,* Gottl., Arzt in Biel
25. *Dick,* Dr. Rud., Arzt in Bern
26. *Drechsel,* Prof. Dr., Bern
27. *Droz,* Arnold, Kantonsschullehrer in Pruntrut
28. *Dubois,* Dr. med., Arzt, Privatdocent, Bern
29. *Dumont,* Dr. med. F., Arzt, Privatdocent, Bern
30. *Dutoit,* Dr. med., Arzt in Bern
31. *Eggenberger,* J., Dr. phil., Könitzstrasse 32
32. *Epstein,* Dr. phil., Bern
33. *Engelmann,* Dr., Apotheker in Basel
34. *v. Fellenberg,* Dr. phil. E., Bergingenieur, Bern
35. *Fischer,* Dr. phil. Ed., Professor der Botanik, Bern
36. *Fischer,* Dr. L., Professor der Botanik, Bern
37. *Frey,* Dr. H., Gymnasiallehrer und Privatdocent, Bern
38. *Frey,* Dr. Rob., Arzt in Rubigen
39. *v. Freudenreich,* Dr. E., Bern
40. *Fuchs,* U., Pfarrer in Unterseen
41. **Fueter-Schnell,* Apotheker, Obstberg, Bern
42. *Gerber,* Paul, Dr. phil., Apotheker, Bern
43. *de Giacomi,* J., Dr. med., Arzt und Privatdocent, Bern
44. *Girard,* Prof. Dr. med., Arzt in Bern
45. *Glur,* J. G., Dr. phil., Bern
46. *Gosset,* Philipp, Ingenieur, Wabern bei Bern
47. *Graf,* Dr. J. H., Professor der Mathematik, Bern
48. *Gressly,* Alb., Oberst, Maschinen-Ingenieur, Bern
49. *Grimm,* J., Präparator, Bern
50. *Gruner,* Dr. Paul, Gymnasiallehrer, Bern
51. *Guillaume,* Dr. L., Direkt. des eidgen. statist. Bureaus, Bern
52. *Guillebeau,* Professor Dr., Bern
53. *Haaf,* C., Droguist, Bern
54. *Haas,* Dr. med, Sigismund, Arzt in Muri b. Bern
55. *Hafner,* René, Apotheker in Biel
56. *Hasler,* Dr. phil. G., Dir. d. Telegraphen-Werkstätte, Bern
57. *Held,* Leon, Ingenieur, Bern
58. *Hess,* E., Professor an der Tierarzneischule, Bern
59. *Holzer,* Ferd., Lehrer in Oberwyl bei Büren
60. *Huber,* Dr. G., Professor der Mathematik, Bern
61. *Huber,* Rud., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern
62. *Jenner,* E. Entomolog, hist. Museum, Bern
63. *Jonquière,* Dr., Professor der Medicin, Bern
64. *Jonquière,* Dr. med. Georg, Arzt in Bern
65. *Jonquière,* Dr. phil. Alf., Bern
66. *Käch,* P., Sekundarlehrer in Bern
67. *Kaufmann,* Dr., Sekretär des schweizerischen Industriedepartements, Bern
68. *Kaufmann,* Alfr., Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern
69. *Kesselring,* H., Lehrer an der Sekundarschule in Bern
70. *Kissling,* Dr. E., Sekundarlehrer und Privatdocent, Bern
71. *Kobi,* Dr., Rektor der Kantonsschule Pruntrut
72. *Kocher,* Dr., Professor der Chirurgie, Bern

73. *Koller*, G., Ingenieur, Bern 1872
74. *König*, Dr. Emil, Arzt in Bern 1872
75. *König*, Emil, Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1893
76. *Körber*, H., Buchhändler in Bern 1872
77. *Kraft*, Alex., Besitzer des Bernerhofs, Bern . . . 1872
78. *Krebs*, A., Seminarlehrer in Bern 1888
79. *Kronecker*, Dr. H., Professor der Physiologie, Bern . . 1884
80. *Kummer*, Dr. med. J., Arzt in Aarwangen . . . 1890
81. *Langhans*, Fr., Lehrer am städt. Progymnasium, Bern . 1872
82. *Lanz*, Dr. Em., Arzt in Biel 1876
83. *Leist*, Dr. K., Lehrer an der Sekundarschule, Bern . . 1888
84. *Lesser*, Ed., Dr., Prof. der Dermatologie, Bern . . 1893
85. *Lindt*, Dr. med. Wilh., Arzt in Bern 1854
86. *Lindt*, Dr. med., W. jun., Arzt und Docent, Bern . . 1888
87. **Lory*, C. L., Rentier, Zürich 1894
88. *Lütschg*, J., Waisenvater, Bern 1872
89. *Marckwald*, Dr. Max, Bonn a. Rh. 1889
90. *Marti*, Christian, Sekundarlehrer in Nidau . . . 1889
91. *Marti*, Lehrer a. d. N. Mädchenschule, Bern . . . 1892
92. *Moser*, Dr. phil. Ch., Privatdocent, Bern 1884
93. *Moser*, Friedrich, Schreinermeister, Bern 1877
94. *Müller*, Emil, Apotheker in Bern 1882
95. *Müller*, Professor Dr., P., in Bern 1888
96. *Müller*, Max, Dr. med., Bern 1893
97. *Münger*, F., Dr. phil., Sekundarlehrer, Steffisburg . . 1892
98. *v. Mutach*, Alfr., von Riedburg, Bern 1865
99. *Mützenberg*, Dr. med. Ernst, Spiez 1885
100. *Nanni*, Dr. Wilh., Arzt in Mühleberg 1890
101. *Nicolet*, L., Pharmacien, St. Imier 1892
102. *Niehans-Bovet*, Dr. med., Arzt in Bern 1870
103. *Pfister*, J. H., Mechaniker in Bern 1871
104. *Pflüger*, Dr. Professor, Bern 1889
105. *Prêtre*, Henri, Progymnasiallehrer in Delsberg . . . 1890
106. *Pulver*, E., Apotheker in Interlaken 1890
107. *Pulver*, Fried., Apotheker in Bern 1876
108. *Pulver*, G., Sekundarlehrer in Wiedlisbach . . . 1891
109. *Ris*, Lehrer der Physik am städt. Gymnasium . . . 1869
110. *Rollier*, L., in Zürich-Fluntern 1890
111. *Rossel*, A. Dr., Professor der Chemie, Bern . . . 1893
112. *Rothen*, Dr. phil., internationaler Telegraphendirektor, Bern 1872
113. *Rothenbach*, Alfr., Gasdirektor in Bern 1872
114. *Rubeli*, Dr. O., Professor an der Tierarzneischule, Bern . 1892
115. *Sahli*, Professor Dr. H., in Bern 1875
116. *Santi*, Dr. med. Aug., Arzt in Bern 1890
117. *Schällibaum*, Dr. H., Arzt in Sils-Maria 1889
118. *Schärer*, Dr. med. Ernst, Bern 1885
119. *Schaffer*, Dr., Kantonschemiker und Docent, Bern . . 1878
120. *Schenk*, Dr. Karl, Bundesrat, Bern 1872
121. *Schlachter*, Dr., Lehrer an der Lerberschule, Bern . . 1884
122. *Schmid*, Dr. W., Major im Generalstab, Bern . . . 1891
123. *Schmidt*, F. W., Dr. phil., Assistent am chem. Laboratorium, Bern 1893

124. **Schönenberger,* eidgen. Forstadjunkt . . . . .
125. *Schuppli,* M., Direktor der N. Mädchenschule, Hilterfingen
126. *Schwab,* Alfr., Banquier in Bern . . . . . .
127. *Schwab,* Sam., Dr. med., Bern . . . . . .
128. *Schwarz-Wälly,* Commandant, Bern . . . . . .
129. *Sidler,* Dr., Professor der Astronomie, Bern . . .
130. *Stähli,* F., Dr. phil., Gymnasiallehrer in Burgdorf . .
131. *Steck,* Th., Dr. phil., Conservator am Naturhist. Museum, Bern
132. **Steiger,* Alb., Dr. phil., Bern . . . . . .
133. *Stooss,* Dr. med. Max, Arzt in Bern . . . . . .
134. *Strasser,* Dr. Hans, Professor der Anatomie, Bern . .
135. *Stucki,* Fr., Sekundarlehrer in Wangen a. A. . . .
136. *Stucki,* G., Sekundarlehrer in Bern . . . . . .
137. *Studer,* Bernhard, sen., Bern . . . . . .
138. *Studer,* Bernhard, Apotheker, Bern . . . . . .
139. *Studer,* Dr. Theophil, Professor der Zoologie, Bern . .
140. *Studer,* Wilhelm, Apotheker in Bern . . . . . .
141. **Tambor,* J., Dr. phil., Chem. Laboratorium, Bern . .
142. *Tanner,* G. H., Apotheker in Bern . . . . . .
143. *Tavel,* Professor Dr. E., Bern . . . . . .
144. *Thiessing,* Dr., Redaktor, Bern . . . . . .
145. *v. Tscharner,* Dr. phil. L., Oberstlieutenant, Bern . .
146. *v. Tscharner-de Lessert,* Oberstlieutenant, Bern . .
147. *Tschirch,* Dr. A., Professor der Pharmakognosie in Bern .
148. *Tschumi,* Dr., Lebensmittelinspektor, Bern. . . .
149. *Valentin,* Professor Dr. med. Ad., Arzt in Bern . .
150. *Volz,* Wilhelm, Apotheker in Bern . . . . . .
151. *Wäber-Lindt,* A., Bern . . . . . .
152. *Wander,* Dr. phil., Chemiker, Bern . . . . . .
153. *Wagner,* Karl, cand. phil., Enge-Zürich . . . . .
154. **Walthard,* Max, Dr. med., Arzt in Bern . . . . .
155. *Wanzenried,* Sekundarlehrer in Grosshöchstetten . .
156. *Wartmann,* Apotheker in Biel . . . . . .
157. *v. Wattenwyl-v. Wattenwyl,* Jean, Gemeinderat, Bern. .
158. *Weingart,* J., Sekundarlehrer in Bern . . . . .
159. *Wüthrich,* Dr. phil. E., Direktor der Molkereischule Rütti .
160. *Wyss,* Dr. G., Buchdrucker in Bern . . . . . .
161. *Wyttenbach-v. Fischer,* Dr., Arzt in Bern . . . . .
162. *de Zehender,* Marq., Ingenieur, Bern . . . . . .
163. *Zeller,* R., Geolog, Bern . . . . . .
164. *Ziegler,* Dr. med. A., eidgen. Oberfeldarzt, Bern . .
165. *Zumstein,* Dr. med. J. J., in Marburg . . . . .
166. *Zwicky,* Lehrer am städt. Gymnasium, Bern . . . .

Im Jahre 1894 ausgetreten:

Bannwarth, Emil, Prosektor an der Anatomie, Bern . . .
Bindy, Joseph, Curé à Vermes (Jura-bernois) . . . .
Dmitrenko, Frl. E., stud. phil., Bern . . . . . .
Geering, Dr. T., Chef des eidg. Handelsdepartements. . .
Rüefli, Sekundarlehrer in Bern . . . . . .
Schärtlin, Dr., Chef im eidgen. Versicherungsamt in Bern. .

Im Jahre 1894 verstorben:

Christeller, Dr. med., Bordighera 1870
Flückiger, Prof. Dr., Bern 1853
Markusen, Johann, Prof. Dr., Bern 1889
Custer, Dr., in Aarau 1850

Korrespondierende Mitglieder:

1. *Biermer,* Dr. Professor in Breslau 1861
2. *Flesch,* Dr. M., Arzt in Frankfurt 1882
3. *Gasser,* Dr. E., Professor der Anatomie in Marburg . . 1884
4. *Gelpke,* Otto, Ingenieur in Luzern 1867
5. *Graf,* Lehrer, in St. Gallen 1858
6. *Grützner,* Dr. A., Prof. in Tübingen 1881
7. *Hiepe,* Dr. Wilhelm, in Birmingham 1874
8. *Imfeld,* Xaver, Topograph in Hottingen 1880
9. *Krebs,* Gymnasiallehrer in Winterthur 1864
10. *Landolf,* Dr., in Chili 1881
11. *Lang,* Dr. A., Professor in Zürich 1876
12. *Leonhard,* Dr., Veterinär in Frankfurt 1870
13. *Lichtheim,* Professor in Königsberg 1881
14. *Lindt,* Dr. Otto, Apotheker in Aarau 1866
15. *Metzdorf,* Dr. Professor der Vet.-Sch. in Proskau, Schlesien 1870
16. *Petri,* Dr. Ed., Prof. der Geographie in St. Petersburg . 1883
17. *Pütz,* Dr. H., Professor der Vet.-Med., Halle a. S. . . 1870
18. *Regelsperger,* Gust., Dr., rue la Boétie 85, Paris . . 1883
19. *Rothenbach,* Lehrer am Lehrerseminar in Küssnacht . . 1871
20. *Rütimeyer,* Dr. L., Professor in Basel 1853
21. *Schiff,* Dr. M., Professor in Genf 1856
22. *Wälchli,* Dr. med. D. J., Buenos Ayres 1873
23. *Wild,* Dr. Professor, in St. Petersburg 1859

Auszug

aus der

Jahres-Rechnung der bernischen Naturforschenden Gesellschaft

1893

Einnahmen.

Saldo letzter Rechnung	Fr.	676.
Jahres-Beiträge	„	1,400.
Eintrittsgelder	„	50.
Zinse	„	100.
Verkauf von Mitteilungen	„	20.
	Fr.	2,246.

Ausgaben.

Mitteilungen	Fr.	1,090.
Sitzungen	„	110.
Bibliothek	„	180.
Lesezirkel	„	162.
Verschiedenes	„	267.
	Fr.	1,811.

Bilanz.

Die Einnahmen betragen	„	2,246.
Die Ausgaben betragen	„	1,811.
Es ergibt sich demnach ein Activ-Saldo von	Fr.	435.

Vermögensetat.

Das Vermögen der Naturforschenden Gesellschaft besteht auf 31. Dec. 1893 in

a. einer Obligation der eidgenössischen Bank	Fr.	1,000.
b. dem Reservefonds auf der Hypothekarkasse	„	528.
c. dem Activ-Saldo obiger Rechnung	„	435.
	Fr.	1,964.

Auf 31. Dec. 1892 betrug das Vermögen	Fr.	2,204.
Auf 31. Dec. 1893 beträgt dasselbe	„	1,964.
Es ergibt sich demnach eine Verminderung von	Fr.	240.

Reservefonds

ist im Rechnungsjahr unverändert geblieben mit . . Fr. 1528.

Der Kassier: **B. Studer**, Apoth

Gottfried Glur.

Beiträge zur Fauna der Pfahlbauten.

I. Teil.

Die Tierwelt von Font.

Die Pfahlbaustation von Font, am Neuenburgersee, welche der jüngeren Steinzeit angehört, wurde im Jahre 1883 von Ferdinand Beck in Neuenburg ausgebeutet und gelangte unlängst in den Besitz des Museums für Naturgeschichte in Bern.

Es ist mir die Aufgabe geworden, jene Ausbeute im Sinne einer kurzen Aufzählung und Betrachtung der aufgefundenen Tierreste zu bearbeiten. Ich hielt mich dabei an die klassischen Arbeiten Rütimeyer's und Studer's in den «Neuen Denkschriften» der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft für die gesamten Naturwissenschaften 1862, Band 19, und in den «Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern» aus dem Jahre 1882.

In dieser Arbeit sind nicht behandelt die Überreste des Menschen und die der Hunde, welche schon von Studer bearbeitet sind. Der erste Teil bringt eine Übersicht der erhaltenen Fauna von Font, der zweite und dritte eine Beschreibung des gesamten Knochenmaterials von westschweizerischen Schafen und Ziegen der Pfahlbauten, das in reichster Fülle im Berner Museum aufgestapelt ist. Font hat uns im Ganzen geliefert: Reste von 5 Haustieren und von 11 wilden Tieren, sowie einem Vogelknochen.

Die Haustiere sind die bekannten Rinderrassen, Ziege, Schaf, Schwein und Hund, wie sie bis jetzt in jedem Pfahlbau aus dieser Zeit gefunden werden. Die übrigen wilden Tiere sind nur um eines, nämlich einen Vogel, den Pelikan, für die Pfahlbauten vermehrt worden. Die Anwesenheit des Ur, Edelhirsch,

Reh, Wildschwein, Bär, Dachs, Fischotter, Iltis, Wolf, Fuchs, Biber ist stets in besseren oder schlechteren Erhaltungszuständen der Knochen bewiesen worden. Ich betrachte zuerst, als für den damaligen wie heutigen Menschen am wichtigsten, die Wiederkäuer.

Bos primigenius Boj. *der Ur.*[1])

Ein in der Periode des Steinalters über die ganze Schweiz verbreitetes Wild.

Wenn den Berichten Heberstain's Folge gegeben werden soll, so kam derselbe im sechszehnten Jahrhundert noch in Lithauen vor.

Ich kann denselben nicht besser charakterisieren als mit Cuvier's Worten:

Le contour général du frontal, sa concavité, la courbe rentrante qui le termine vers le haut et qui s'étend comme une arête d'une corne à l'autre, l'angle aigu que la face frontale fait avec la face occipitale, la circonscription de celle-ci, la fosse temporale sont absolument dans ces cranes comme dans le taureau.

Den Pfahlbauern brachten die massiven Knochen des Urs keinen Nutzen, sie zerschlugen sie zur Gewinnung des Markes, weshalb meist nur die kurzen Knochen sich intakt vorfinden.

Von diesem gewaltigen Wilde wurde in Font ein Fragment des linken Hornzapfens zu Tage gefördert, sein oberer Teil ist stark abgewittert, so dass die grossen inneren Hohlräume frei liegen, seine Länge der hinteren Krümmung nach gemessen beträgt immerhin noch 55 cm. Da wo der obere Teil abbröckelt, ist der Umfang noch 22,3 cm. gross. Ich nehme an, dass die ursprüngliche Länge noch ein Mal so gross war, wie das Fragment, so dass wir da ein Tier von respektabler Grösse annehmen dürfen. Andere Teile des Schädels sind nicht nachzuweisen. Von übrigen Knochen finden sich zwei Epistrophei von folgenden Demensionen:

	Exemplar 1	Exemplar 2
Volle Länge mit Zahnfortsatz und Hypapophyse	162	152
Volle Länge ohne Zahnfortsatz und Hypapophyse	126	121
Geringste Länge des Bogens	72	72
Länge der Basis des Dornfortsatzes	91	95

[1]) Wrzesmowski, Studien zur Geschichte des polnischen Tur. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. 30. Band.

Breite der forderen Gelenkfläche	132	126
Breite der Basis des Zahnfortsatzes	62	58
Spannweite zwischen dem Querfortsatz	158	—
„ „ den Gelenkfortsätzen	—	—
Volle Höhe der vordern Gelenkfläche	75	69
„ „ des Wirbels hinten	190	177
Höhe des Dornfortsatzes über dem Bogen hinten	82	79
Höhe des Körpers hinten	83	71
Hintere Öffnung des Markkanals quer	37	32
„ „ „ „ vertikal	38	33

Beide sind kleiner wie der von Rütimeyer beschriebene Epistropheus von Moosseedorf, dessen volle Länge 168 mm. beträgt.[1]) Das zweite Exemplar dürfte, seiner geringen Grösse wegen, vielleicht der zahmen Primigeniusform angehört haben, dafür scheint mir aber die Consistenz der Knochensubstanz zu hart und die scharf ausgeprägten Muskelansätze für ein domesticiertes Tier zu stark ausgebildet zu sein.

Es reiht sich an eine linke Scapula von gleichen Verhältnissen, wie die bekannte, an einen geräucherten Schinken erinnernde, aus der Uhlmann'schen Sammlung, jetzt im hiesigen Museum, mit der verharrschten Speer- oder von einer im Kampfe mit einem andern Urochsen erhaltenen Verletzung. Die Crista Scapulae ist teilweise abgebrochen, auch die Winkel sind schon ziemlich abgebröckelt; der Hals und Gelenkteil, mit seinen rauhen, höckerigen Muskelansätzen, blieb ganz intakt. Die Glenoidalgrube ist wenig konkav. Die Maasse dieses gewaltigen Schulterblattes sind folgende:

Grösste Länge	49	mm.
„ Breite	25	cm.
Breite des Halses	8	»
Umfang des Halses	19.5	»
Breite der Gelenkgrube	7	»
Länge „ „	7,5	»

Diese Zahlen stimmen ganz mit der in Moosseedorf gefundenen überein.

Als letztes Knochenfragment von Ur fand sich die untere, gespaltene und zerschmetterte Epiphyse einer rechten Tibia. Das Knochengewebe hat hier eine elfenbeinharte Beschaffenheit; von blossem Auge

[1]) Rütimeyer, Die Fauna der Pfahlbauten.

lässt sich nicht die geringste Struktur daran erkennen. Ihre Muskelleisten und Ansätze sind stark ausgeprägt und sehr rauh. Die Breite der Epiphyse beträgt 88 mm., die grösste Dicke 65, die Knochenrinde um den Markkanal ist allein 10—15 mm. dick. Der Letztere ist in die Breite oval. Dieser zertrümmerte, wahrhaft «eiserne» Knochen ist ein beredtes Zeugnis für die Tüchtigkeit der gemeinhin als sehr unvollkommen geschilderten Steinaxt.

Vom wilden Urstier gehe ich über zu dem an die «Krippe gebundenen» Bos taurus Rasse Primigenius.[1])

Seine Charakteristik ist nach Rütimeyer kurz folgende:

Die Stirn ist etwas länger als breit, vollkommen flach. Die Occipitalfläche steht im rechten Winkel zur Stirn. Die Hinterhauptskante tritt etwas hinter die Hornansätze vor und ist in der Mitte schwach ausgebuchtet; der Frontalwulst ist sehr hoch. Die Hornzapfen sind ungestielt und die Hörner erheben sich von ihrer Wurzel an continuierlich und stark über die Stirnfläche; sie krümmen sich dabei erst nach hinten und aussen, so dass die Höhe der Krümmung stark, doch nicht in dem Grade wie bei Trochoceros, hinter die Occipitalkante fällt; von da krümmt sich das Horn rasch nach vorn und oben, sodass die Spitzen sehr hoch und senkrecht über der Stirnfläche stehen. Die Hornzapfen sind an der Basis deprimiert, aber geringer als bei Trochoceros. Das ganze Profil des Schädels ist fast geradlinig.

Vom zahmen Primigenius findet sich in Font vor allem aus ein Hirnschädel mit abgebrochenen Hornzapfen, dessen Maasse in Kürze folgende sind:

Hinterrand der Augenhöhle bis hinterer Umfang der Hornwurzel	160 mm.
Länge des Stirnbeins in der Mittellinie	210 »
Höhenlinie vom Hinterrand des Foramen magnum bis Hinterrand des Stirnbeins	147 »
Grosse Querlinie des Hinterhaupts am Ohrhöcker	175 »
Kleine Querlinie des Hinterhaupts am inneren Umfang der Schläfeneinschnitte	112 »
Stirnenge	153 »
Stirnbreite	191 »
Umfang der Hornbasis	130 »
Grösster Durchmesser derselben	55 »

[1]) Rütimeyer, Natürliche Geschichte des Rindes.

Zu dieser Rasse gehören ferner noch zwei linkseitige Hornzapfen, die folgendes ergeben:

Länge längs der hinteren Krümmung	35,5 40	cm.
„ in gerader Linie	24,5 26,5	»
Umfang der Basis	21,5 22	»
Grösster Durchmesser derselben	7,5 7	»

In ihrer Consistenz sind diese Hornzapfen weicher und maschiger als bei dem geschilderten wilden Primigenius.

Zwei zusammen gehörende Unterkieferhälften kann man hierher rechnen, oder man geht vielleicht auch nicht fehl, sie mit einer wilden Primigeniuskuh in Zusammenhang zu bringen. Ich erachte es deshalb für die weitere Kritik angezeigt, hier ganz ausführliche Maasse zu geben und die Maasse des von Rütimeyer beschriebenen Urochsenunterkiefers von Moosseedorf, der im Berner Museum aufbewahrt wird, daneben zu setzen.

	Font	Moosseedorf
1. Länge vom Kieferwinkel bis Incisivrand	470	(465—470) mm.
2. Länge vom hinteren Ende der Zahnreihe bis Incisivrand	297	340
3. Länge der Symphyse	92	110
4. Höhe hinter Molar 3	81	70
5. Höhe vor Prämolar 3	44	43
6. Höhe hinter der Symphyse	36	34
7. Länge der Backzahnreihe	165	170
8. Distanz von Prämolar 3 bis Incisivrand	151	170
9. Quere Ausdehnung des Incisivrandes	—	84
10. Länge von Molar 3	44	49
11. Breite von Molar 3	17	20
12. Länge von Molar 2	31	31
12b. Breite von Molar 2	18	20
13. Länge von Molar 1	20	(26)
14. Länge von Prämolar 1—3	56	60

Am auffallendsten sind die Differenzen in der Länge der Symphyse und die Distanz vom dritten Prämolar bis zum Incisivrande. Für den Ur spricht die Länge und Schlankheit der Lade, welche zahlreiche Spuren von Hieben einer Steinaxt trägt.

Eine besondere Form der Primigeniusrasse ist Bos taurus trochoceros H. v. Mejer.[1])

[1]) Rütimeyer, Natürliche Geschichte des Rindes.

Die Stirn ist nach allen Richtungen stark gewölbt und im Verhältnis zum gesamten Schädel etwas länger als bei der Stammrasse. Die Hörner sind horizontal oder etwas nach abwärts gerichtet und gehen nur schwach nach vorn gekrümmt im rechten Winkel zur Achse vom Schädel ab. Die Hornzapfen sind deutlich gestielt und mit sehr derben und reichlichen Längsfurchen versehen. Das Gesicht erscheint in seinem maxillaren Teile breiter und gewölbter. Die Nasenbeine sind länger, breiter und schwächer gewölbt, sie ragen weit über die Nasenöffnung vor. Wie die Nase nach vorn, so neigt sich die Stirn nach hinten, abwärts. Das Hinterhaupt ist mehr in die Quere gedehnt, die ganze Occipitalfläche ist überdies etwas nach vorn geneigt. Von dieser Form ist das hintere Stirnstück mit zwei prächtigen, nach vorn gekrümmten Hornzapfen, vorhanden. Es zeigt die Trochocerosform noch nicht stark ausgebildet, doch sind deutliche Merkmale vorhanden, die es rechtfertigen, dass ich das Schädelstück nicht zur Primigeniusrasse hingestellt habe. Die Maasse ergeben:

Distanz der Spitzen der Hornzapfen	54	cm.
Umfang der Hornbasis	20	»
Länge längs der Krümmung	32	»
Direkte Länge	24	»
Grösster Durchmesser	7,5	»
Stirnenge	15,9	»
Kleine Querlinie des Hinterhaupts	14,4	»

Merkwürdig ist, dass die meisten Stirnstücke mit aufsitzenden Hörnern knapp vom Hirnschädel abgeschlagen sind, wie wenn sie zum Aufhängen als Trophäe extra zugerichtet worden wären.

Bos taurus brachyceros. *Rütimeyer.*[1])

Die Torfkuh hat schon von den ältesten Zeiten der neolithischen Ära an ihre Spuren in Europa hinterlassen, sie ist von den eben genannten zwei Rinderarten sowohl in ihrem Habitus und Skelettbau durch wesentliche Merkmale verschieden. Nach Rütimeyer bestehen die äusserlichen Züge des Schädels in der sehr unregelmässig welligen Stirn, dem kurzen und steilen Occipitalwulst, den grossen, stark gewölbten und stark nach aussen gerichteten Augenhöhlen, den kurzen dicht angesetzten und stark gebogenen Hörnern, dem kurzen und stumpfen Gesichtsschädel mit ausgedehnter Backzahnreihe, allein schlanken Incisiven.

[1]) Rütimeyer, Natürliche Geschichte des Rindes.

Die Rasse ist in dieser Station durch einen oberen Stirnteil mit den Hornzapfen vertreten, von welchen der linke merkwürdig nach hinten verdreht ist, der rechte dagegen sich regelmässig nach vorn krümmt. Es lassen sich an diesem Fragmente einige Dimensionen bestimmen, wie folgt:

Länge längs der grossen Curvatur	210 mm.
Direkte Länge	153
Umfang der Hornbasis	150
Grösster Durchmesser derselben	55
Stirnenge circa	155
Querlinie zwischen den Schläfeneinschnürungen	122

Von Unterkiefern ermittelte ich vier Hälften. Rütimeyer nennt die Mandibel in ihrer ganzen Ausdehnung schlank, der aufsteigende Ast fast vertikal, der horizontale Ast niedrig, vom Winkel an fast gradlinig und nur sehr allmählig nach vorn ansteigend, Lade und Symphyse kurz, der Incisivteil schmal und schlank. Ich gebe folgende Maasse nach der Reihenfolge von Seite 5:

1.	340—360 mm.
2.	229—247
3.	52— 79
4.	67— 75
5.	36— 37
6.	24— 30
Molarlänge	84— 91
Prämolarlänge	47— 53
8.	ca. 113

Zur Torfkuh gehören ferner ein Metacarpale und vier Metatarsalia, ihre Kleinheit und Gracilität kennzeichnet sie sofort. Sie haben untenstehende Maasszahlen:

	Metacarp.	Metatars.
Länge	200	202—224 mm.
Breite der oberen Epiphyse	68	41— 44
» » unteren »	66	47— 49
» » Diaphyse	37	23— 25

Man muss sich nur nicht vorstellen, diese Rinderrassen seien in ihren Skeletteilen stets rassenrein auf uns gekommen, im Gegenteil findet man Schädel, welche sowohl Primigenius- als auch Brachyceros-Merkmale in sich vereinigen und die völlige Mischformen dar-

stellen. Studer[1]) beschreibt mehrere solche Fälle aus Pfahlbauten am am Bielersee. Auch in Font trifft man solche Mischformen. Ein fast vollständiger Schädel mit abgeschlagenem Stirnteil ist dazu zu rechnen. Als Vergleichsmaterial diente mir der von Studer beschriebene, aus Lattrigen stammende Schädel, der im hiesigen Museum aufbewahrt wird. Ich habe zur Vergleichung die Maasse der drei Haupttypen daneben gesetzt, wie sie Rütimeyer angibt.

	Font	Primigenius	Trochoceros	Brachyceros
1. Schädellänge vom vordern Rand Foramen mgn. an	100	100	100	100 mm.
2. Schädellänge v. Crista occipitalis an	—	111,5	117,4	112,1
3. „ „ „ „ „ bis Nasalia	—	49,8	59,4	51,5
4. Schädellänge vom Hinderrand der Hornbasis bis Hinderrand der Augenhöhle	—	36,9	39,6	34,3
5. Länge der Nasenbeine	34,7	42	—	39,4
6. Gaumenlänge	62,6	62,4	62,4	62,6
7. Spitze der Intermaxilla bis Mitte hinter Molar 3	60,5	50,3	60,4	61,6
8. Spitze der Intermaxilla bis Mitte vor Prämol. 3	43,2	31,6	30	30,7
9. Länge der Zahnreihe	28,3	28,9	28,4	30,6
10. „ „ Intermaxilla	33,3	33,4	38,8	34,3
11. Stirnbreite zwischen den Hornansätzen	—	41,6	39,8	38,9
12. Stirnbreite zwischen den Schläfen	37,6	38,2	41,3	37,6
13. „ „ „ Augenhöhlen	48,9	48	48,2	49,5
14. Gesichtsbreite am Tuber maxillare	35,2	34,1	32,6	35,8
15. Occiputhöhe über Unterrand Foramen mgn.	—	34,7	32,1	36,3
16. Occiput, grösste Breite, Ohrhöcker	48,9	48	48,9	47,3
17. Occiputbreite zwischen den Hornansätzen	—	36,8	40,2	36,2
18. Occiputbreite zwischen d. Schläfen gemessen	—	30.6	30,8	29,4

[1]) Th. Studer, Die Tierwelt in den Pfahlbauten des Bielersee's. Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft. Bern 1882.

Ähnlichen Rindern, die keiner bestimmten Rasse zugeteilt werden können, gehören noch 6 Unterkiefer an, ihre Maasse in der Reihenfolge der Seite 5 sind folgende:

1. 370—410 mm.	5. 31— 36
2. 255—270	6. 25— 31
3. 70— 80	7. 131—143
4. 67— 75	8. 120—130

Von andern Knochen des Rindes sind zwei wohlerhaltene Femora, ein rechter und ein linker, anzugeben; nach der Rütimeyer'schen Methode gemessen, ergeben sie:

	Rechter	Linker
Grösste quere Ausdehnung des obern Kopfes	111	— mm.
Durchmesser des Gelenkkopfes	41	43
Querdurchmesser direkt unter der Epiphyse	61	61
Distanz vom Gipfel des Trochanter minor zur Fovea ligamenti teretis	82	78
Breite des unteren Kopfes zwischen den Condyli, Länge der Kniescheibe	57	57
Breite derselben	42	43
Eine obere Hälfte einer Tibia misst:		
Breite der oberen Gelenkfläche	77	
„ „ äusseren Gelenkgrube	39	
„ „ inneren „	30	

Eine ganze Sammlung Unterkieferhälften, vom saugenden Kälbchen an, bis zum halberwachsenen Rinde, in allen Phasen des Zahnwechsels; sowie eine Menge teils bearbeiteter, teils zugeschliffener Rippen kann ich nicht einzeln behandeln, es würde zu weit führen. Wie wir demnächst noch sehen werden, sind die Reste des Rindes neben denen des Hirsches die zahlreichsten. Haustier und Jagdwild halten sich in dieser wie in allen andern Stationen der jüngeren Steinzeit noch das Gleichgewicht.

Cervus elaphus L., der Edelhirsch

beweist, dass er auch am Neuenburgersee, wie in der alten Steinzeit stets noch ein beliebtes, sogar unentbehrliches Jagdtier war. Unentbehrlich aus den Gründen, weil nicht nur von seinem Geweih, sondern auch von seinen Knochen Werkzeuge aller Art gefertigt wurden. Er war dem jüngeren Steinmenschen neben dem Rinde das nützlichste Tier. Seine Geweihe sind von Font in vielen Exemplaren vom Spiesser bis 14 und 16 Ender auf uns gekommen. Es befindet sich darunter das

Geweih eines vollständigen Kümmerers in Form eines Hackens von ca. 12 cm. Der Spross ist zugehauen und mag vielleicht als Aufhängehacken gedient haben. Die Geweihe zeigen in ihrer Stärke und Gedrungenheit die Charaktere der Berghirsche, wie alle vom Bielersee, nämlich die Tendenz sehr frühe Kronen zu bilden. Rütimeyer nennt Schädelstücke vom Hirsch in allen Sammlungen auffallend spärlich. Font lieferte uns 4 Hirnschädel mit ansitzenden Rosenstöcken.

Ihre Maasse sind folgende:

	1	2	3	4	
Höhe des Occiput über dem unteren Rand des Foramen magn.	87	89	—	—	mm.
Grösste Breite der Occipitalfläche	136	—	138	—	
Stirnbreite über den Augenhöhlen	128	—	—	—	
Stirnbreite zwischen den Supraorbitalgruben	81	—	—	—	
Breite zwischen den Suturae temporo-parietales	105	101	107	104	
Occipitalwulst bis Stirnhöhe	112	—	113	—	

Es sind ungefähr die gleichen Zahlen, wie sie Rütimeyer angibt, und bestätigen wiederum die bedeutende Grösse des damaligen Hirsches. Nach Rütimeyer übertrifft sie die recenter Skelette um ein gutes Dritteil. Von ganz verschiedenen Dimensionen sind zwei Atlasse:

	1	2	
Körperlänge	51	42	mm.
Grösste Flügelbreite	138	88	
Flügellänge	121	80	

Der kleinere gehörte aber noch einem jüngeren Tiere an, wahrscheinlich einer Hirschkuh, die stets kleiner ist. Als letzter hierher gehörender Rest ist ein Becken mit abgeschlagenen Darm- und Sitzbeinen anzuführen. Die Symphyse ist unterhalb der Foramina obturatoria nicht geschlossen.

Cervus capreolus L., das Reh.

Es hat, wie auch der Hirsch, unsere Heimat noch nicht gänzlich verlassen, obwohl beide ein seltenes Jagdwild sind. Rehknochen sind selten zu Geräten verarbeitet worden. In unserer Station ist es durch mehrere schöne Geweihe und drei linke Unterkiefer erhalten, die sich durch ihren schlanken Bau sofort kenntlich machen. Andere Überbleibsel sind nicht vorhanden.

Sus scrofa palustris *Rütim.*

Das Torfschwein stammt nach den Untersuchungen von Rütimeyer und Th. Studer aus Asien und ist in gezähmtem Zustande von Osten her mit dem Menschen eingewandert. Es kam zur neolithischen Zeit nördlich der Alpen nicht wild vor. Rütimeyer betrachtet es jetzt als eine der Kulturformen von Sus vittatus Asiens. Th. Studer fand ferner, dass das Schwein des Neu-Britannischen Archipels, dessen Schädel und Knochen er von seiner grossen Reise mitbrachte, in einem sehr nahen Grade der Verwandtschaft mit diesem stehe, der auf eine wilde Stammform für beide weist. F o n t lieferte uns mehrere Torfschweinereste, namentlich Schädelfragmente von erwachsenen Individuen. Ich fasse zuerst einen Oberkiefer in's Auge, der nach Rütimeyer's Methode gemessen, folgende Dimensionen hat:

Länge der ganzen oberen Backzahnreihe	114 mm.
Länge von Molar 2, Molar 1, Prämolar 1, 2	58
Durchmesser der Caninalveole	14

Diesen Zahlen stehen ca. ein mm. unter den von Rütimeyer angegebenen Minimalmaassen, doch wohl nur aus dem Grunde, weil der Kiefer einem eben erst erwachsenen Individuum angehört. Von den drei vorhandenen Unterkiefern gehört keiner einem ganz alten Schwein an, doch sind bei dem einen die Zähne vollständig hervorgebrochen, sie haben folgende Maasse:

Volle Kieferlänge in der Höhe des Alveolrandes	— mm.
Höhe vor Prämolar 3	39
Höhe unter Molar 3	39
Länge der Kinnsymphyse	60
Quere Distanz zwischen den Caninalveolaussenrändern	45
Vertikale Höhe des aufsteigenden Astes bis zum Condyl.	94
Grösster schiefer Durchschnitt der Caninalveole	15—16
Distanz zwischen Prämolar 3 und Incisiv 3	40—43
Distanz zwischen Prämolar 3 und 4	13
Länge von Molar 2, 1, Prämolar 1, 2	58—68
Länge der drei zusammenhängenden Prämolaren	36
Länge der Backzahnreihe	114—126
„ „ „ ohne P. 4.	95—110

Auch sie erreichen das Minimalmaass von Rütimeyer nicht ganz, wohl auch nur wegen Altersunterschieden, stimmen aber mit denen vom Bielersee überein. Die noch vorhandenen einzelnen Schweinszähne sind Incisivi, kleine Hauer und Backzähne.

Sus scrofa ferus L, das Wildschwein

lieferte nur geringe Überreste, so zwei starke Oberkieferhauer und einen längs gespaltenen Hauer des Unterkiefers. Andere Zähne dürften kaum dem Wildeber zugeschrieben werden.

Raubtiere.

Ursus arctos L., der Bär,

verrät seine Gegenwart durch zwei Eckzähne, von welchen der eine an der Wurzel quer eingeschnitten ist, wahrscheinlich um als Halsschmuck zu dienen. Die Zähne haben eine volle Länge von 80 und 83 mm. Rütimeyer machte darauf aufmerksam, dass zumeist von Bären nur Eckzähne gefunden werden, wohl aus dem Grunde, weil man damals grossen Wert auf ihren Besitz legte.

Meles taxus Pall. Der Dachs.

Der Dachs hinterliess einen schönen, fast vollständigen Schäde seine Grösse ist:

Unterrand d. Foramen mgni. bis Inc. Alveole	114
Breite zwischen den Jochbogen	83
Unterrand des Foramen mgn. bis Höhe des Scheitels	58

Rütimeyer nahm an, der Dachs sei zur Zeit der Steinmenschen mit noch einer Menge kleiner anderer Raubtiere gegessen worden, er schliesst das aus den Messerspuren, welche die Knochen aufweisen. Auch dieser Schädel zeigt an den Stirn- und Nasenbeinen quere Einschnitte. Könnten dieselben nicht auch beim blossen Abhäuten entstanden sein?

Lutra vulgaris Exl.

Der Fischotter können zwei zusammengehörende Unterkieferhälften von 68,5 mm. Länge zugeschrieben werden. Die Zähne sind spitz und scharf. Auch hier fehlen die Messereinschnitte, die tiefer und schärfer als gewöhnlich sind, nicht. Er unterscheidet sich von solchen der Berner Sammlung in keiner Weise.

Mustela Putorius L.

Von diesem gefürchteten Räuber der Hühnerställe ist ein schöner Schädel erhalten. Seine Länge beträgt 64 mm. Die Zähne sind lang, dolchartig und sehr spitz. Wenn Rütimeyer's Ansicht, dass alle Knochen mit Messereinschnitten einem aufgegessenen Individuum angehörten, sich bewahrheitet, so verschmähte der Pfahlbauer auch den Iltis nicht, er hat auf der Stirn mehrere Einschnitte.

Von Caniden konnte ich einen grossen rechten Unterkiefer vom Wolfe

Canis lupus L.

ermitteln. Ich mass ihn nach Jeitteles und setzte die Maasse eines Schädels des russischen Wolfes im hiesigen Museum daneben.

	Font	Russ. Wolf
Entfernung vom Winkel bis zum Vorderrande der mittleren Incisivalveole	174,5	184 mm.
Entfernung vom Winkel bis zum Vorderrande des vordersten Lückzahnes	145	158,4
Länge des Gelenkhöckers	30,3	31,4
Höhe des horizontalen Astes am äusseren Rande der Fleischzahnalveole	30	30,9
Höhe des horizontalen Astes hinter dem vorderen Höckerzahn	34,5	34
Höhe des vertikalen Astes	71,4	76
Länge der gesammten Backzahnreihe	93,4	96,4
Grösster Durchmesser des Eckzahnes	16	12,8
Länge des hintersten Backzahnes	11	10
Länge des Fleischzahnes	26,6	27

Unser Wolfsunterkiefer von Font ist demnach ein wenig kürzer und gedrungener, hingegen sind die Zähne kräftiger und länger als beim russischen Wolfe.

Meister Reinecke, Canis vulpes L.

ist vertreten durch einen rechten Unterkiefer. Seine Länge vom Proc. condyloideus bis zur mittleren Schneidezahnalveole beträgt voll 100 mm. Rütimeyer gibt für ihn eine Länge von höchstens 90 mm. an, so dass wir es hier mit einem ziemlich grossen Tiere unter den gewöhnlich kleinen Füchslein der Pfahlbauten zu thun hätten. Auch er soll gegessen worden sein.

Der Hund von Font ist von Th. Studer in den «Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern» 1893 eingehend behandelt worden. Er fand neben dem gewöhnlichen Canis domesticus palustris auch noch eine grössere Rasse.

Von Nagetieren konnte nur der Biber

Castor fiber L.

ermittelt werden und zwar in 4 Unterkieferhälften, alles kräftige Exemplare mit stark abgekauten Backzähnen. Die volle Länge des einzigen ganzen Kiefers beträgt 122 mm. Auch die Schneidezähne sind sehr stark abgenagt.

Pelicanus onocrotalus.

Es bleibt mir noch ein Vogelknochen anzuführen, der dem Pelikan angehört. Es ist ein Metatarsale. Meines Wissens wäre damit die Anwesenheit des Pelikans in den Pfahlbauten zum ersten Male konstatiert, was gar nichts Befremdendes hat, da derselbe zu wiederholten Malen schon auf Schweizer Seen getroffen wurde, so Bodensee, Murtensee, Bieler- und Neuenburgersee.

II. Teil.

Das Schaf, Ovis Aries L.

Abstammung:

Die gemeinsame Stammform aller Wiederkäuer führt von Gelocus, durch die Familie der Antilopen zur Familie der Oviden. Ihre Paläontologie ist noch lückenhaft, unsichere Überreste, meist aus sehr späten Epochen, deuten auf ihre Anwesenheit vor der jetzigen Fauna hin. Sie beschränken sich auf Vorkommnisse in südeuropäischen Höhlen, wie Ovis primaeva Gervais und des von Pommerol 1879 gefundenen fossilen Schädels, eines sehr starken, dem heutigen Kaschkar Tibets an Grösse ähnlichen Wildschafes.

Rütimeyer erklärt die Lücke ihrer Urgeschichte aus deren beschränkter, geographischer Verbreitung, doch dürfte sie auch darin zu finden sein, dass ihre Knochen sehr schwer von denen der Antilopen zu unterscheiden sind, vielleicht hat sich die Abtrennung von den Antilopen erst in sehr später Tertiärzeit vollzogen. Als Übergangsform zwischen beiden kann der noch lebende Takin, Budorcas taxicola angesehen werden.

Die Wildschafe sind nach Wilkens, der sie in drei Gruppen einteilt, folgende:

1. Wildschafe ohne äussere Thränengruben:
   1. Mähnenschaf. Ammotragus tragelaphus.
   2. Nahur. Pseudovis Nahoor (ovis Burrhel).
   3. Taxin. Budorcas taxicola.
2. Muflonartige Wildschafe.
   1. Sardinisch-korsischer Muflon. O. musimon.
   2. Persischer Muflon. O. orientalis (O. anatolica).
   3. Cyprischer Muflon. O. Ophion.
   4. Sha oder Shapu. O. Vignei.
   5. Urial. O. cycloceros.

3. Argaliartige Wildschafe.

1. Argali. O. argali.
2. Karelinschaf. O. Karelini.
3. Arkal oder Steppenschaf. O. Arkal.
4. Pamirschaf oder Katschkar. O. Polii.
5. Dickhornschaf. O. montana.
6. Schneeschaf. O. nivicola.
7. Hodgsonschaf. O. Hodgsonii (O. Ammon, O. jubata) (?).
8. Brookeschaf. O. Broockii.

Von den genannten Wildschafen nimmt Jul. Kühn nur den Muflon als Stammvater unseres Hausschafes an, was aber nicht ausschliesst, dass bei Entstehung von Rassen Blutmischung mit einer zweiten wilden Art stattgefunden haben könnte. Er stützt sich auf Resultate von Muflon- und Schafkreuzungen im Haustiergarten zu Halle.

A. Nehring betrachtet 2 Wildschafe als Voreltern unseres europäischen Schafes, nämlich den südeuropäischen Muflon, *Ovis musimon Schreber*, der jetzt auf die Gebirge von Korsika und Sardinien beschränkt ist, und das wilde Steppenschaf, *Ovis arkar Brandt*, das von Transkaspien bis Persien gefunden wird.

Der Muflon war früher auch in Südeuropa verbreitet und war nach Nehrings Ansicht der Stammvater gewisser primitiver Schafrassen Europas, z. B. der Haidschnucken und anderer kurzschwänziger, dunkelhörniger Rassen. Nach Pallas, Brandt und ihm stammen unsere langschwänzigen, hellhörnigen Rassen vom wilden Steppenschaf. Nach Nehring ist dieses Wildschaf in der von ihm nachgewiesenen postglacialen Steppenzeit Mitteleuropas bis nach Mähren verbreitet gewesen. Er stützt sich dabei besonders auf Radien, Metacarpen und Metatarsen, die Prof. Masca in der an diluvialen Tierresten reichen Strambergerhöhle gefunden hatte. Masca schreibt diese Knochen der Saigaantilope zu, Nehring erblickte in ihnen Reste von Arkal, oder einer nahe verwandten Art. Besagte Knochen sollen die des Muflon bedeutend an Grösse übertreffen, aber doch noch nicht an die der grossen Argali-Wildschafe Centralasiens herantreten. Nähere Angaben über diese fossilen Reste sind noch von Nehring zu erwarten. Seiner Ansicht nach dürften noch andere Wildschafe Asiens als Stammformen gewisser Schafrassen in Betracht kommen, so der persische Muflon, *Ovis orientalis Gmelin*, der Urial, *Ovis cycloceros Hutton* im westlichen Himalaya und der Sha, *Ovis Vignei Blyth* von derselben Gegend. Viele Autoren sehen im Argali, O. Argali Pall., einen Stammvater für

das Hausschaf. Alle diese Ansichten stehen auf sehr schwachen Füssen, sie haben sehr viel für sich und werden sich nicht allzu weit vom Ziele entfernen. Etwas Sicheres lässt sich aber bis auf Weiteres noch nicht feststellen.

Unter den neueren Schriftstellern, welche über die Formen des Hausschafes schrieben, teilt A. Sanson dieselben in zwei Gruppen:

Kurzköpfe und Langköpfe.

Zur kurzköpfigen Gruppe zählt er die germanische Rasse mit deutschen Schlägen, die Leicesters und Lincolns. Die niederländische Rasse, New Kents. Die Dünenrasse Southdowns, Shropshiredowns, Schottländer. Schafe der Centralhochebene, die französischen Schafe, Auvergne, Marche, Limousin.

Zur langköpfigen Gruppe zählt Sanson die Dänen, Haidschnucken, Marschschafe, Flamänder, Artois, Picardie, Poitou Britische Rasse, Cottwolds, Cheviots. Schafe des Loirebeckens, Berry, Crevants. Die Pyrenäenrasse, spanische Lacha und Churra, Gascogne, Lauragnais, Albi-Larzac. Merinorasse mit vielen Schlägen. Die syrische Rasse, China, Persien, Kleinasien, Russland, Griechenland, Ungarn, Donaufürstentümer, Barbarin. Die Sudanrasse, Bergamasker.

Gebräuchlicher ist die Einteilung von Nathusius: in kurzschwänzige mit etwa 12 Schwanzwirbeln und in langschwänzige mit mehr als 13—14 Schwanzwirbeln. Dieser Einteilung der Hausschafe folgen im Wesentlichen J. Bohm, Wilkens und Freitag. G. Stieger veröffentlicht eine Einteilung, wie sie J. Kühn in seinen Vorlesungen giebt. Er unterscheidet:

1. Haarschafe mit verhältnismässig kurzen Haaren, ohne Wolle.
2. Gemischt- oder filzwollige Schafe, mit stets vorhandenem längerem Oberhaar und reichlichem Unterhaar.
3. Glanz- oder schlichtwollige Schafe, mit Wolle von schon grösserer Gleichartigkeit, mit Spuren von Mark.
4. Gekräuselte oder merinowollige Schafe, deren Oberhaar so gut wie völlig verdrängt erscheint.

Dieses System scheint etwas naturgemässer, als die blosse Einteilung in Lang- und Kurzschwänze, zu sein.

Das neueste System ist dasjenige von Wilkens, das derselbe auf Grund der bisherigen Forschungen aufgestellt hat. Er teilt demnach die Hausschafe ein:

1. Schafe mit Deckhaaren (Haarschafe):
   - Guinea oder Congoschaf,
   - Zunu oder Kropfschaf,
   - Fezzan oder Lybisches Schaf,
   - Ostafrikanisches Mähnenschaf,
   - Westafrikanisches Mähnenschaf,
   - Etbai oder Bischarinschaf,
   - Stummelschwanzschaf.

2. Schafe mit Mischwolle.
   - A. Kurzschwänzige.
     - a. Mit langen Hangohren.
       - Tibetanerschaf,
       - Kagoschaf,
       - Shambliarschaf,
       - Fettsteisschaf.
     - b. Mit kurzen Ohren.
       - Barwalschaf,
       - Curumbarschaf,
       - Romanowschaf,
       - Isländerschaf,
       - Haidschnucke.
   - B. Langschwänzige.
     - a. Mit langen Hangohren.
       - Fettschwanzschaf,
       - Breitschwanzschaf,
       - Astrakanschaf.
     - b. Mit kurzen Ohren.
       - Zackel,
       - Bergschaf (England, Frankreich, Italien, Schweiz, Spanien).

3. Schafe mit Glanzwolle.
   - Leicester,
   - Border-Leicester,
   - Lincoln,
   - Romney-Marsch-Kent,
   - Costwold (Keltschan, Urmény),
   - Devon,
   - Kentuky,
   - Roscommon.

4. Schafe mit schlichter, fettarmer Wolle.
   A. Kurzschwänzige.
      Chinesisches Schaf,
      Europäische Tieflandschafe.
   B. Langschwänzige.
      a. Mit langen hängenden Ohren.
         Bergamasker,
         Paduaner,
         Seeländer oder Bleiburger.
      b. Mit kurzen Ohren.
         Deutsches Landschaf,
         Englisches »
         Französisches »
5. Schafe mit gekräuselter fettreicher Wolle.
      Electoralschaf,
      Negretti,
      Deutsche und französische Kammwollschafe.
      Mauchampschafe.

Die Anatomie des Hausschafes ist schon erschöpfend behandelt worden; ich gebe hier nur eine kleine zusammenfassende Osteologie, soweit sie für Pfahlbauknochen in Betracht kommt. Am eingehendsten schrieb darüber Rütimeyer, er charakterisiert den Schafschädel folgendermassen: Seine Hornzapfen stehen sehr schief zur Sagittalebene, zwischen sich einen grösseren Zwischenraum lassend als bei der Ziege. Aussen an ihrer Basis wendet sich das Stirnbein fast rechtwinklig ab zur Bildung des stark vorstehenden Orbitaldaches; bei der Ziege ist dasselbe schief geneigt. Die Coronalnat springt in stumpfem Winkel gegen die Hornbasen vor, bei der Ziege ist sie fast gerade. Die Richtung der Hornzapfen geht meist so sehr nach unten, aussen, dass die Hornscheiden sich sehr bald auch nach unten wenden müssen. Der Querschnitt des Zapfens ist unsymmetrisch dreiseitig, mit flacher Innenseite und schwach gewölbter Aussenseite, beide bilden an der kleinen Curvatur des Hornzapfens eine scharfe Kante, vorn verbindet sich die innere Seite mit der äussern durch eine deutliche Vorderfläche; letztere fehlt der Ziege. Die schwach gewölbte Innenseite stösst mit vorderer scharfer und hinterer stumpfer Kante an die etwas stärker gewölbte Aussenseite, das Horn wird dadurch zweischneidig und der Durchschnitt linsenförmig, mit etwas konvexer Aussenseite. Des Schafes Hornzapfen sind mit Schwammgewebe

erfüllt, bei der Ziege setzen sich die grossen Stirnhöhlen bis in die Spitze fort. Der gesamte Schädel ist bei den Schafen breiter als bei den Ziegen, die Stirnzone ist quer und längs ausgedehnter, die Scheitelknickung ist weiter nach hinten verschoben, daher die Parietalzone kürzer, steiler und breiter als bei Ziegen, auch die Nasalia sind breiter und reichen weniger weit nach hinten, die Massetercrista verläuft bei Schafen meist über das Thränenbein, bei Ziegen unter demselben hin. Es ist ausgedehnter, so dass es die Gesichtslücken gegen das Nasenbein hin zuschliesst. Es ist meist durch Thränengruben etwas ausgehöhlt. Die craniologischen Unterschiede vom Schafe und der Ziege finden sich weiter hinten im Kapitel »Die Ziege«.

Die übrigen Knochen will ich nur kurz nach Wilkens »Grundzüge der Naturgeschichte der Haustiere« behandeln.

Die Wirbelsäule besteht aus 7 Halswirbeln, 13 Rückenwirbeln, 6 Lendenwirbeln und durchschnittlich 20 Schwanzwirbeln. Von den 13 Rippen sind 8 unmittelbar mit dem Brustbein verbunden. An der vorderen Extremität ist die Ulna mit dem Radius verwachsen, in der distalen Reihe der Vorderfusswurzelknochen ist das Trapezoid mit dem Magnum verwachsen, das aus dem 3. und 4. Mittelhandknochen gebildete Metacarpale gelenkt mit den beiden distalen Fusswurzelknochen (Trapezoid-Magnum und Unciforme). Am distalen Ende des Metacarpale befinden sich zwei Gelenkrollen für die beiden (3. 4.) Zehen. Das Schaf besitzt nur ein laterales sehr kurzes Griffelbein (als Rest des fünften Mittelfussknochens). An der hinteren Extremität ist die Fibula schon an ihrem proximalen Ende verkümmert und fehlt häufig. In der distalen Reihe der Hinterfussknochen ist das Naviculare mit dem Cuboideum verwachsen; Cuneiforme 1 fehlt. Das aus dem dritten und vierten Mittelfussknochen gebildete Metatarsale gelenkt mit den drei distalen Fusswurzelknochen (cuneiforme 2 und 3 und Cuboideum). Das Rollbein besitzt drei Rollen, eine proximale für die Tibia, eine distale für das Cubo-Naviculare und eine hintere für das Fersenbein. Die Form der Mittelfussknochen und der Zehen am Hintergliede ist die gleiche wie am Vordergliede, nur das Schaf besitzt ein verkümmertes mediales Griffelbein, der Ziege fehlt es. Die Zahnformel ist:

$$\frac{3.3 \quad 0 \quad 00 \quad 0 \quad 3.3}{3.3 \quad 0 \quad 00 \quad 0 \quad 3.3}$$

Im Unterkiefer ist der Eckzahn zum Schneidezahn geworden.

Woher mögen wohl die Pfahlbauer dieses grosshörnige Schaf, das man mit keiner Rasse recht in Zusammenhang bringen kann, auf ein Mal bezogen haben?

Seinem spärlichen Vorkommen nach war es jedenfalls ein seltenes Tier, dessen Hörner vielleicht den Eingang ihrer Hütten zierten und das vielleicht von den Pfahlmenschen nie lebendig gehalten worden war. Doch kam ich von dem eben ausgesprochenen Gedanken sofort wieder ab, als ich die andern Schafknochen untersuchte.

Man war geneigt, diesen Schädel mit dem korsischen, nachgewiesener Maassen im Altertum auch in Südeuropa vorhandenen Mufflon in Zusammenhang zu bringen, doch dazu passt manches nicht. Es muss irgend eine von anderswo importierte Rasse gewesen sein, die in Grösse und Form der Hornzapfen dem Merinoschafe ähnelt.

Eine dritte Form von Schafen fand sich ebenfalls in Lüscherz vor, dieselbe wird repräsentiert durch einen Hirnschädel mit Hornzapfen und fehlendem Gesichtsteil. (Taf. II, Fig. 11 und dessen Hornzapfenquerschnitt Fig. 12.) Dieser Schädel weicht in Form und Stellung der Hörner von den beiden besprochenen Rassen bedeutend ab, Rütimeyer erwähnt solche aus dem nicht ganz kritiklosen Fundort Wauwyl, die in ihren Formen nicht viel von dem nun zu behandelnden Schädel abweichen dürften.

Am auffallendsten an diesem Schädel sind die rauhen, scharfkantigen Hornzapfen und das breite Hinterhaupt. Die ersteren stehen so nahe bei einander, dass in dem dadurch entstandenen spitzen Winkel zwischen den Hörnern kaum Raum für die sehr breite und regelmässig zickzackförmige Sagittalnaht bleibt. Der Hinterrand der Zapfen hat 67 mm. Distanz, der grösste Durchmesser beträgt 63, die Entfernung der Spitzen 249 mm. Die Stirnzapfen erheben sich von einer rauhen Basis zuerst schräg nach oben und drehen sich dann rasch nach hinten, aussen, so dass, seitlich gesehen, fast ein Halbkreis beschrieben wird. Die Hornzapfenlänge längs der oberen Curvatur beträgt 215 mm., sein Vorderrand ist abgerundet, der Hinterrand fast schneidend. Der Querschnitt ist unregelmässig birnförmig. Es mag noch angedeutet werden, dass das linke Horn stärker und tiefer gebogen ist als das rechte.

Betrachten wir den Hirnschädel, so fällt uns die starke Knickung der Frontalregion auf, die volle 90 Grad ausmacht. Die Länge der Hirnschädeldecke vom Occipitalwulst bis zur Höhe des Stirnbeins beträgt 101 mm., die Hinterhauptsbreite über den Suturae temporo-parietales 67, über den Ohröffnungen 75. Die Stirn ist breit und die

Fig. 5.

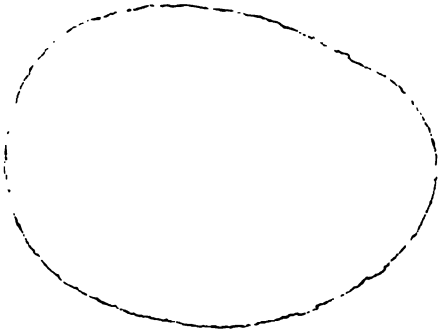


Fig. 3.

Fig. 1.

Orbitalränder ragen dachartig über die Augenhöhlen hervor. Die Stirnbeinnaht, der hintere Teil der Sagittalnaht und die Coronalnaht sind stark aufgewulstet.

Es lässt sich für dieses Schädelfragment nicht leugnen, dass einesteils Eigenschaften der ziegenhörnigen Rasse, andernteils solche des grossen merinoartigen Schafschädels vorhanden sind. Es sind dabei drei Möglichkeiten nicht ausgeschlossen: Erstens kann der Schädel einem Individuum angehören, das aus einer Kreuzung der beiden ersten Rassen entsprungen war, oder aber er kann einem weiblichen Schafe der grossen Rasse angehört haben, die wohl wie unsere heutigen Tiere kleinere Hörner trugen, dieselben mögen dabei hier etwas abnorm geraten sein, oder als letzten Fall dürfte man hier noch eine dritte Rasse oder Varietät vor sich sehen, die mit der von Wauwyl am besten übereinstimmen dürfte.

Mag dem sein wie es wolle, interessant bleibt immerhin die Thatsache, dass in Lüscherz die Schafzucht nicht unbedeutend war, indem wir hier drei ganz verschiedene Rassen oder Formen antreffen.

Man kann im allgemeinen sagen, dass die Pfahlbauer der späteren Steinzeit eher ein grosses Schaf liebten, als diejenigen der älteren; selbst das gewöhnliche ziegenhörnige Schaf züchteten sie sich in grossen Formen, wie Schädel von Vinelz, Lüscherz und Greng es zeigen.

Ein völlig anderes Schaf, als alle bisher besprochenen, finden wir in der Bronzeniederlassung von Mörigen, einer an Ausbeute reichen Station am Bielersee. Es fanden sich da ein ziemlich kompleter Schädel (Taf. II, Fig. 9 u. 10) und eine Hirnschale. Über ersteren hat Prof. Studer in den »Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft« in Bern vom Jahre 1883 Veröffentlichungen gemacht. Zur Komplettierung dieser Arbeit mag es von einigem Interesse sein, darüber noch kurze Angaben zu machen. Die gefundenen Exemplare gehörten etwas kleineren Individuen an, als unsere gewöhnlichen Landschafe sind.

Was diesen Schädel sofort von allen bisher behandelten Schafschädeln am meisten auszeichnet, ist das Fehlen jeglicher Spur von Hornzapfen, an deren Stelle zwei Gruben vorhanden sind. Die Stirn ist nicht geknickt, sondern schwach gewölbt, der vordere Teil ist flach und etwas eingesenkt. Das Cranium zeichnet sich durch Kürze von der ziegenhörnigen Rasse aus. Der Stirnwulst liegt direkt oberhalb der Orbita, bei den letzteren befindet er sich weit hinter derselben, Grund wesshalb bei diesen der vordere Teil der Stirn sehr lang, bei den

anderen ganz kurz erscheint. Das sind Charaktere genug, um diese Schafrasse vollständig von der ziegenhörnigen zu scheiden.

Die Schädelbasis ist etwas länger, ebenso die Distanz vom Hinterhauptswulst zum hinteren Augenrande. Die fast kreisrunde Orbita ist gegen die Thränengruben hin etwas vorgezogen, diese sind sehr tief. Das Orbitaldach und der gesamte Rand bilden eine vorstehende Röhre, doch nicht stärker als beim Schafe von Font. Die Occipital-Parietal- und Stirngegend ist etwas schmäler als bei diesen. Der Gaumen ist auffallend kurz, die Zahnreihe aber fast so lang wie bei den Ziegenhörnigen. Gesicht und Gaumen sind etwas schmäler. Der noch vorhandene Teil des Nasenbeins ist ziemlich stark gebogen.

Prof. Studer betrachtet dieses Bronzeschaf als analog mit den hornlosen Schafen der europäischen Niederungen, mit dem es in der Bildung der Knochen gut übereinstimmt. Ich setze neben die relativen Maasse des Bronzeschädels diejenigen jenes Marschschafes, das schon Prof. Studer bei seinen Untersuchungen diente. In der beifolgenden Tabelle beziehen sich die Nummern der Maasse auf die der Tabelle des ziegenhörnigen Schädels.

	Bronzeschaf	Marschschaf
1.	1,35	1,45
2.	1,59	1,76
3.	1	1
4.	—	2,28
5.	0,98	1.03
6.	0,72	0,80
7.	0,73	0,73
8.	1,09	1,23
9.	1,03	1,02
10.	0,48	0,45
11.	0,42	0,40
12.	—	1,42
13.	—	0,76
14.	0,19	0,21
15.	0,78	0,85
16.	0,52	0,58
17.	0,26	0,27
18.	0,75	0,87
19.	—	0,68
20.	0,46	0,48
21.	0,34	0,36

Man könnte bei oberflächlicher Betrachtung der Stein- und Bronzeschafschädel auf den Gedanken kommen, die Rasse der Bronze sei durch Züchtung aus der Ziegenhornrasse hervorgegangen, doch haben wir gesehen, dass beide nichts miteinander zu thun haben. Das Bronzeschaf muss importiert sein. Unvermittelt geht das Steinalter in die Bronzezeit über. Dieser gewaltige Sprung in der Kultur kann nicht plötzlich von einem Volke gemacht worden sein, das wäre undenkbar, sondern es wird immer wahrscheinlicher, dass am Ende der Steinzeit ein Volk einwanderte, das seine Waffen und Geräte aus Bronze anfertigte. Es muss sich da ein gewaltiger Kampf mit dem altangesessenen Volke abgespielt haben, dessen Ausgang nicht zweifelhaft sein konnte und mit der Vernichtung der Steinkultur endete.

Die Eingewanderten, ob von Hause aus gewohnt oder erst durch die Umstände dazu gezwungen, siedelten sich auch auf den Seen an, aber nicht in den von den Steinleuten aufgebauten Dörfern, sondern an andern Stellen. Nirgends finden wir im Seegrunde an ein und demselben Punkte zwei Kulturschichten übereinander, von welchen die obere dem Bronzealter, die untere der Steinzeit angehört. In nächster Nähe können beide vorkommen, was Ed. von Jenner bei seinen Ausgrabungen in Mörigen, wie schon angedeutet, nachwies, wo er landeinwärts, ziemlich entfernt von der grossen Bronzeansiedelung, eine kleinere des Steinalters antraf. Der eingedrungene Volksstamm, in der Kultur den Steinmenschen weit voraus, war nicht mehr ausschliesslich viehzüchtend, sondern auch ackerbauend, sie hatten das Pferd, ein anderes Rind und ein anderes Schwein, Tiere, die sie unzweifelhaft mit herbrachten. Das Vieh der Steinmenschen scheint ihnen zur Zucht nicht behagt zu haben, denn es verschwindet von da an. Unsere Untersuchungen haben gezeigt, dass auch das hornlose Schaf hergebracht sein musste.

Es ist ein merkwürdiges Zusammentreffen, dass dieselbe Gegend, welche das ziegenhörnige Schaf noch kenntlich erhalten hat, ebenso einen Nachkommen des Torfschweins aufweist. Diese beiden Zeugen einer längst vergangenen Zeit deuten darauf hin, dass bei jener grossen Einwanderung entweder ein Trupp flüchtiger Pfahlbauer mit Kind und Kegel dort hinauf gelangte, oder dass »Alt fry Rhätien« dem neuen Volke zu unwirtlich und unzugänglich war, um sich dort zu verbreiten. Es wäre interessant, wenn auch an Schädeln der Einwohner des Nalpstales noch Eigenschaften der Steinkulturmenschen nachzuweisen wären!

Beim Suchen nach Schafsknochen in den unteren Räumen unseres Museums fiel mir zufällig ein Fundstück in die Hände, dessen Erwähnung nicht hierher gehört, was ich aber doch thue, weil es sonst niemals geschehen würde. Es ist nämlich ein linkes Stirnbeinstück eines Schafschädels, der aus den Römerniederlassungen am Engewald bei Bern stammt, wo auch mancherlei gefunden wurde, das weit über jene Zeit hinaufreicht. Besagtes linkes Schädelstück trägt zwei Hornzapfen, denen wohl zwei andere auf der rechten Seite entsprochen haben werden, also ein vierhörniges Schaf. Das vordere, breitere Horn krümmt sich von seiner Basis an schwach nach aufwärts und geht dann, einen Halbkreis beschreibend, nach unten. Das Horn ist breit, mit einer vorderen und hinteren Fläche und stark von oben nach unten komprimiert. Die grösste Breite beträgt nahe an der Basis 48 mm., die Dicke 26 mm. Das zweite, hintere Horn krümmt sich stark nach hinten und ist etwas schmäler und regelmässiger. Grösste Breite 40, Dicke 29.

Vierhörnige Schafe kommen auf Island vor; Schreber beschreibt ein solches unter dem Namen ovis brachyura. Auch bei chilesischen und Fettsteissschafen ist vermehrte Hörnerzahl nicht selten.

Schafextremitätenknochenreste.

In jeder Pfahlbaustation findet man längere und kürzere, sowie stärkere und schwächere gleichalte Extremitätenknochen, eine Thatsache, die ich mir nur als Grössenunterschied beider Geschlechter deuten kann. Es ist bekannt, dass bei heutigen Schafrassen der Widder in den meisten Fällen grösser und stärker ist als das Schaf, bei unseren bernischen Landschafen ist diese Grössendifferenz beträchtlich.

In Stationen, wo sich nur ein und dieselbe Rasse nachweisen lässt, wo sich grössere und kleinere Schädel von gleichem Alter finden, die namentlich auch verschieden starke Hörner besitzen, glaube ich mit Recht die schwächeren Knochen dem weiblichen, die stärkeren aber dem männlichen Geschlechte zuschreiben zu dürfen. Durch Reduktion der Knochen, wobei man einen beliebigen, z. B. den Metatarsus, weil er am häufigsten vorhanden ist, gleich 1 setzt, bekommt man sehr leicht alles zusammengehörende heraus, und die Anwesenheit einer andern Rasse verrät sich sofort durch ungleiche Proportionalität. Mit dieser Rechnung bekommt man auch am besten die Reihenfolge der Knochen in Bezug auf die Länge heraus. Für das Schaf finden sich durchwegs bei Pfahlbau- und recenten Rassen für die Knochen beider

Extremitäten drei, die grösser, als der Metatarsus, und zwei, die kleiner als dieser sind. Phalangen und Wurzelknochen sind ihres ganz vereinzelten Vorkommens wegen ganz weggelassen.

Die Reihenfolge ist die, dass die Tibia am längsten, stets um $^1/_5$ länger ist als der Metatarsus; es folgt dann der Femur, der circa um $^1/_4$ länger als jener ist, der Radius wieder ist wenig kürzer als der Femur, nicht so lang wie das Metatarsale sind der Humerus und zuletzt der Metacarpus, halb so lang wie die Tibia. Für die Ziegenbeine gestaltet sich die Reihenfolge etwas anders, bei ihnen ist der Humerus in den meisten Fällen länger als der Metatarsus, selten gleich lang wie jener; ich setze natürlich stets rassenreine Tiere voraus.

Beginnend mit der ältesten Station Schaffis, können verschiedene wohlerhaltene Knochen besprochen werden, so ein Humerus eines Widders; er ist kräftig und wohl entwickelt, zeigt starke Muskelansätze und eine tiefe Bicepsrinne. Von Schafen sind Humeri von 126 mm. Durchschnittslänge vorhanden; sie zeichnen sich durch Zierlichkeit aus, stimmen sonst aber vollständig mit dem eben erwähnten Oberarmknochen überein.

Die Radien sind hier im allgemeinen schlank und verhältnismässig dünn und schmal: ein 164 mm. langer vom Bocke, die andern, durchschnittlich 158 mm. lang, gehören dem Schafe an. Die Diaphysenbreite aller beträgt 16 mm. Das Knochengewebe ist wie beim Humerus feinmaschig und die Ulna nicht sehr fest mit der Speiche verklebt. Interessant und wichtig sind die Metacarpalia, sind sie ja neben dem Schädel die einzigen, die nicht mit Ziegenknochen verwechselt werden können. Die Station lieferte drei wohlerhaltene Stücke, zwei einem stattlichen Bocke, eines dem Schafe angehörend. Erstere sind durchschnittlich 134 mm. lang mit Diaphysenbreiten von 12 und 14 mm. Obere Epiphysen 21 und untere 24 mm. Beim Mittelfussknochen vom Weibchen betragen die entsprechenden Breitenmaasse 11, 12 und 23 mm.

Ich glaube, in Anbetracht des Umstandes, dass alle Knochen gleich lang und gut erhalten sind, einige Schlüsse auf die Länge der Vorderextremitäten dieses ältesten ziegenhörnigen Pfahlbauschafes ziehen zu dürfen. Rütimeyer und Studer nannten es gracil und hochbeinig,

eine Angabe, die sich vollständig bestätigt. Ich glaube aber noch ein wenig weiter gehen zu dürfen und mit Zahlen einen Begriff von der Hochbeinigkeit unseres Schäfchens geben zu können. Nach den vorhandenen Resten darf man für die Vorderextremität der Böcke etwa einen halben Meter, für diejenigen der Schafe circa 45 cm. Länge annehmen; dabei rechnete ich 70 mm. für die fehlenden Handwurzelknochen und die Phalangen hinzu.

Gehen wir über zur hinteren Extremität. Es wurden in Schaffis nur weibliche Femora gefunden, männliche fehlten. Ihre durchschnittliche Länge beträgt 167 mm., sie sind schlank und dünn und zeigen wie alle Knochen von dieser Station Charaktere einer guten Rasse; die untere Gelenkrolle ist schmal mit einer tiefen Quadricepsgrube mit steilen Seitenrändern; bei unseren Schafen ist dieselbe mehr halbrund ausgehöhlt.

Die untere Gelenkrolle ist überhaupt hier viel leichter, im Gegensatz zu der klotzigen heutiger Rassen. Der Trochanter major ist schmäler und spitzer, der Trochanter minor stärker ausgebildet.

Es folgen die Tibien: die der Böcke von 225, der Schafe von 201 mm. Durchschnittslänge; sie sind lang und dünn und besonders diejenigen der Schafe von auffallender Zierlichkeit.

Metatarsen sind vier weibliche anzuführen, Knochen wie von Künstlerhand geschaffen. Die Länge machte durchschnittlich 140 mm die vom Bocke 147 mm.

Die Diaphysenbreiten betragen in mm.	10—12
Obere Epiphysenbreite	19—20
Untere » »	22—24.

Solch schlanke, dünne Metatarsalien findet man in allen Stationen der Steinzeit, ihre Grazilität ist wohl keinem heutigen Schafe mehr eigen. Auch für die Hinterbeine darf man einen Schluss auf die Länge ziehen; ich ergänze dabei für die fehlenden Phalangen und Fusswurzelknochen 85 mm. und erhalte dann eine Gesamtlänge von circa 62 cm. für den Bock und durchschnittlich 58,5 cm. für das Schaf. Schaffis ist die älteste Ansiedlung auf dem Bielersee und ist charakterisiert durch das vorherrschende Vorkommen von Feuersteinartefakten. Ich glaube diese Station als Norm für alle jüngeren Ansiedlungen aufstellen zu dürfen, man darf annehmen, dass dort die Rasse des ziegenhörnigen Schafes am ursprünglichsten vorhanden war.

In zeitlicher Reihenfolge kommt nun Lattrigen, Station am südlichen Ufer des Bielersees, ausgezeichnet durch Horn-, Knochen- und Steinartefakten. Widder und Schaf sind in ihren Überbleibseln gleich

stark vertreten. Von der vorderen Extremität sind nur weibliche Radien von 150 mm. Länge, 15 und 16 mm. Breite zu erwähnen. Der Ulnaranhang ist nicht mehr vorhanden. Sie sind etwas kürzer als die entsprechenden Knochen von Schaffis, weichen aber sonst in nichts von ihnen ab.

Die männlichen Metacarpalia (Taf. II, Fig. 16) zeigen folgende Maasse:

Durchschnittslänge	127 mm.
Breite der Diaphyse	12—13
» » oberen Epiphyse	20—22
» » unteren »	22—24.

Ein weiblicher Metacarpus hat 120, 11, 20, 12 als entsprechende Maasse. Alle Exemplare stimmen vollkommen mit der ersten Station überein. Gestützt auf das Vorhandene, wage ich nur für das Vorderbein eine ungefähre Höhe von 47 cm. höchstens anzugeben.

Für die hintere Extremität sind weibliche 175 mm. lange Femora anzugeben, Knochen, die länger und plumper als in Schaffis sind. Die Rinne des unteren Gelenkes ist weniger winklig ausgeschnitten, mehr konkav wie bei recenten Formen. Der Trochanter major ist auch weniger spitz. Die männlichen Tibien, lange leichte Knochen, durchschnittlich 218 mm. lang, sind vielleicht etwas weniger schlank als in der ersten Niederlassung. Im Inneren waren sie, wie nach einem halb zerschlagenen Exemplare zu schliessen war, stark markhaltig. Die weiblichen Tibien erreichen nur eine Länge von 150 mm. Die Farbe aller dieser Knochen ist heller als in der vorhergehenden Ansiedlung, dort ist sie ganz dunkel; hier und in den folgenden in verschiedenen Abstufungen von braun, das ungleiche Alter anzeigend. In Mörigen sind dieselben erst hellbraun.

Die Metatarsalia sind in reicher Anzahl übrig geblieben. (Taf. I, Fig. 8).

	Masc.	Fem.
Länge	147	133 mm.
Breite der Diaphyse	11—13	10—11
» » oberen Epiphyse	19—21	17—19
» » unteren »	23—25	21—23.

Bekannte Verhältnisse; höchstens zeigt sich im männlichen Geschlechte bei den Knochen eine Tendenz etwas plumper zu werden, im weiblichen scheinen sie ein klein wenig kürzer und dünner zu sein, doch ist allen der gazellenartige Charakter von Schaffis noch eigen. Als Totallänge des Hinterbeines bekomme ich gegen 60 cm. Ausser diesen Extremitätenknochen finden sich aber noch vier andere, welche weder in das männliche, noch in das w

liche Reduktionssystem hineinpassen; sie sind viel zu gross dafür. Es betrifft dies drei Metacarpen von folgenden Dimensionen (Fig. 13, Taf. II.):

Länge	140	141,5	156 mm.
Breite der Diaphyse	14	14	14
» » oberen Epiphyse	25,5	23	23
» » unteren »	25,5	25	27.

Der letzte, grösste ist nicht vollständig gerade, sondern die beiden Epiphysen sind schwach nach vorne geneigt, so dass von der Seite gesehen der Knochen schwach gekrümmt ist. Ausser diesen drei Exemplaren findet sich noch ein entsprechender Metatarsus mit nachstehenden Maassen:

Länge	157 mm.
Diaphysenbreite	11,5
Obere Epiphysenbreite	22,5
Untere »	24.

Es ist nicht leicht möglich, dass diese vier Knochen derselben ziegenhörnigen Rasse angehören wie die eben besprochene; unter dem vorhandenen, diesbezüglichen Schädelmaterial findet sich kein Anhaltspunkt dafür, hingegen fand sich in Lattrigen jenes von Studer beschriebene, grosse, mufflonartige Gehörn vor, und ich glaube, dass nichts dagegen einzuwenden ist, obige Extremitätenteile mit den grossen Hörnern in etwelchen Zusammenhang zu bringen; dabei verweise ich auf den Absatz Sutz (S. 37 u. 38).

Gleich alt wie Lattrigen ist die Station Lüscherz, von welcher sich im Berner Museum nur sehr spärliches Material befindet. Da ist ein Humerus 125 mm. lang, mit grossem, starkem Tuberculum majus und tiefer Bicepsrinne und scharfem vorderem Rand, in Form und Grösse mit einem Schaffiser Schafe übereinstimmend. Ferner ist vorhanden ein Radius mit abgebrochenem Olecranon ulnae 162 mm. lang und 16 mm. breit, von gewohnter Form, wohl beide dem weiblichen Schafe gehörend. Die beiden Metacarpen eines Widders zeigen, der eine gute Schaffiser Formen, der andere mehr plumpere, wie sie in Lattrigen zu treffen sind.

Länge	125	123 mm.
Obere Epiphyse	20	22
Untere Epiphysenbreite	22	23
Diaphyse	12	12.

Beinlängen lassen sich da bei so geringem Material nicht feststellen. Von der Hinterextremität ist eine 213 mm. lange Tibia, wohl einem Widder gehörend; sie ist eben so schlank und leicht wie die

hergehenden. Der Metatarsus ist auf beiden Seiten angeschliffen
ein seltenes Beispiel der Bearbeitung von Haustierknochen.

Länge	132 mm.
Diaphysenbreite	10
Obere Epiphysenbreite	19
Untere »	22.

Für diese Station steht nun fest, dass keine einheitliche Rasse
hr gehalten wurde; Beweis hiezu sind die drei verschiedenen
senschädel. Nur für den gewöhnlichen ziegenhörnigen scheint
r mit den Extremitätenknochen ein Zusammenhang zu bestehen.

Dieser Station folgt zeitlich Vinelz; sie wird deshalb jünger ge-
ten, weil bei den Artefakten Kupfer lag. Die im hiesigen Museum
bewahrten Überreste sind nur gering, nämlich ein kompleter männ-
ner Radius mit Ulnaranhang von 160 mm. Länge und 18 mm. Breite;
stimmt in seiner plumpen, kräftigen Form mit dem Schaffiser nicht
hr ganz überein. Ein Metacarpus ist 135 mm. lang, Breite der
physe 13, obere Epiphyse 22, untere Epiphyse 24 mm. Er zeigt
alte gewohnte Form der älteren Steinzeit. Die hintere Extremität
durch eine Tibia und durch einen Metatarsus vertreten. Erstere
9, letztere 147 mm. lang; auch sie haben die gewohnten Formen.

Vom weiblichen Geschlechte ist ein Metacarpus da; die gewohnte
he der Maasse ist:

1.	121 mm.
2.	12
3.	21
4.	24.

Er ist wesentlich stärker und weniger zierlich als andere Meta-
pen von Schaffis. Die Tibia, 193 mm. lang, muss einem ganz kleinen
re angehört haben. Klein ist auch ein Metatarsus 1. 132, 2.
, 3. 17, 4. 20. Er entspricht also der Tibia. Im grossen
l ganzen stimmt diese Station mit denen der jüngeren Steinzeit
rein. Schädel ist von hier nur einer im Museum; er gehört einem
ssen Bocke; die Knochen aber lassen eher auf ein etwas kleineres
r schliessen, als wir bisher antrafen.

Die letzte Station, die noch zu besprechen bleibt, ist Sutz am
eren Bielersee. Hier ist nun reichlich Material vorhanden. Wie in
affis, wiegen auch da die Schafüberreste vor denen der Böcke vor,
h nicht so stark wie dort.

Von der vorderen Extremität finden wir für das männliche Ge-
lecht Humeri von ca. 134 mm. Länge; sie sind stark, gedrungen,

mit starken Tubercula majora, tiefer Bicepsrinne und breitem unterem Gelenk. Da wo die äussere Peripherie des Knochens verletzt ist, tritt das spongiöse, feinmaschige Knochengewebe des Innern zu Tage, ein Gewebe, das noch bedeutend feiner ist als bei Knochen von Schaffis.

Ein weiblicher Humerus fehlt. Die dünnen, 165 mm. langen Radien des Widders haben schlanke, gracile Formen, ihre Diaphysenbreite beträgt 16 mm. Die obere Epiphyse soll sich nach der Schaffiser Grundform stark nach aussen biegen, ein Umstand, der hier in hohem Maasse zutrifft. Des Schafes Radien sind um volle 11 mm. kürzer; von vorn gesehen sind sie stark S-förmig gekrümmt, d. h. die obere Epiphyse dringt stark nach aussen; der obere Teil der Diaphyse weicht im selben Maasse nach Innen zurück, der untere Teil derselben geht wieder nach aussen, ebenso die untere Epiphyse, sie sind übrigens gleich wie beim männlichen Schafe.

Die Metatarsen vom Widder haben folgende Dimensionen:

1.	123—125 mm.
2.	12
3.	21— 22
4.	23— 24

Sie sind etwas kürzer, sonst aber mit der Normalstation vollkommen übereinstimmend.

Für das weibliche Schaf fehlen sie. Das Vorderbein scheint hier circa 480 mm. lang, also etwas höher als gewöhnlich zu sein.

Übergehend zur Hinterextremität, finden sich zwei Femora vom Weibchen, 162 mm. lang, einer recht plump, der andere schmal und gracil. Die Breite des unteren Gelenkes von vorn nach hinten ist beim einen 40, beim andern 50 mm. Ich möchte hier auf die vielleicht nur zufällige Thatsache aufmerksam machen, dass wir bei allen fünf Stationen der Steinzeit keinen einzigen männlichen Femur antreffen.

Die Tibien (Taf. II, Fig. 15) sind in stattlicher Anzahl vorhanden; drei gehören aries, vier ovis mit Durchschnittslängen von 221—203 mm. an; sie stimmen mit Bekannten überein; dasselbe ist von den weiblichen Tibien mit 203 mm. Länge zu sagen, sie weichen in nichts von Schaffis ab.

Es folgen die Metacarpen für aries mit folgenden Dimensionen:

1.	147—152 mm.
2.	11— 12
3.	20— 21
4.	23— 24

Die Übereinstimmung mit der Normalstation ist vollkommen.

Die weiblichen:

1.	125—132 mm.
2.	11— 12
3.	18— 19
4.	21— 23

Im Grossen und Ganzen kann gesagt werden, dass keine von n behandelten Stationen der Steinzeit so gut mit Schaffis übereinmmt wie Sutz. Der Bock scheint etwas grösser zu sein als dort. e Beinlängen betragen beim Widder etwas mehr als 62 cm., beim haf 59 cm.

Ich muss als Anhang zu dieser Station noch zwei Metacarpen sprechen, welche in keinem Verhältnisse zu allen andern Schafochen stehen; ihre Maasse sind folgende:

Länge	146	139 mm.
Diaphysenbreite	14	14
Obere Epiphysenbreite	25	24
Untere »	27	26

Nun sind zwar in Sutz sonst keine Spuren von der mufflonaren Form gefunden worden, aber wenn wir obige Maasse mit denen n Lattrigen vergleichen, so dürfen wir ziemlich sicher auch hier auf ie ähnliche Rasse neben der gewöhnlichen ziegenhörnigen schliessen.

Wir gehen nun über zum hornlosen Schafe der Bronzeation Möriger. Ich werde die Extremitätenknochen alle durchhmen und auch mit denen der älteren Stationen vergleichen, um ner damit beweisen zu können, dass dieses Schaf wirklich einer ueingeführten Rasse angehört.

Von der Vorderextremität des Widders sind Metacarpen vorhann; folgendes sind ihre Maasse:

1.	123—129 mm.
2.	12— 13
3.	22— 24
4.	23— 26

Mit entsprechenden Knochen von Schaffis zusammengebracht, len uns die Rassenunterschiede sofort auf. Der Möriger Metacarpus plump und schwer; die Epiphyse geht nur allmählig in die Diayse über und ist oben und unten breit; die oberen Gelenkflächen d fast tellereben. Das eben Gesagte bezieht sich auch auf den weibien Metatarsus, nur mit andern Maassen.

Länge	125 mm.
Diaphysenbreite	12

Obere Epiphysenbreite	21 mm.
Untere »	24

Die weiblichen Radien haben eine Durchschnittslänge von 147 mm., mit Diaphysenbreiten von 15—17 mm. Auch diesen Knochen fehlen die gracilen Formen der Steinzeit nicht und die angedeutete S-förmige Krümmung ist nur schwach bemerklich, ebenso sind sie von der Seite gesehen weniger bogig nach hinten gekrümmt, als bei der älteren Rasse.

Die Humeri sind kurze, durchschnittlich 118 mm. lange Knochen, mit schlecht ausgeprägten Muskelansätzen. Die Diaphyse ist auffallend glatt, das Knochengewebe, wo es zum Vorschein kommt, sehr feinmaschig. Hier ist das Schaf auf bedeutend kürzeren Vorderbeinen gestanden; die Durchschnittslänge für das weibliche Vorderbein überschreitet 44 cm. nicht. Für die hintere Extremität fehlt, wie wir es stets gewohnt sind, der Femur; beim Schafe beträgt seine Durchschnittslänge 156 mm. Der ganze Knochen ist leichter und dünner und ähnelt, wie überhaupt alle von dieser Station, solchen von hiesigen heute verbreiteten Schafen; dieses bezieht sich auch auf die Quadricepsgrube, die hier nicht spitzbogig, sondern gleichmässig ausgerundet ist. Merkwürdig kurz und schwach sind die Tibien (Taf. II, Fig. 14). Bei aries beträgt die durchschnittliche Länge 189, bei ovis sogar nur 175 mm. Die Epiphysen sind schmal und alle vorspringenden Kanten abgerundet, ganz wie bei der Haidschnucke, die aber längere Knochen und namentlich breitere Gelenke besitzt.

Es bleiben noch die Metatarsen (Taf. I, Fig. 6), Knochen von bemitleidenswerten Dimensionen, anzuführen.

	Masc.	Fem.
Länge	141	125—131 mm.
Diaphysenbreite	10	10
Obere Epiphyse	20	17— 19
Untere »	22	21— 22

Der ganze Metatarsus ist rehähnlich, von oben bis unten gleich breit und mit sehr dünnen Epiphysen. Als Hinterbeinlänge ist nur 54,5 cm. für beide Geschlechter zu ermitteln. Das Aussehen aller Knochen ist schon von denen der früheren Stationen durch die helle Farbe charakterisiert. Alle tragen den Stempel einer langen Domestikation und einer kleinen schwächlichen Rasse, mit Merkmalen, wie sie kaum bei einem heutigen Schafe noch so stark ausgeprägt sind.

III. Teil.

Die Ziege, Capra Hircus L.

So lückenhaft wie die Paläontologie der Schafe, ist diejenige r Ziegen. Man kennt fossile Ziegenreste aus südeuropäischen Höhlen, e Capra Rozeti aus dem Pleistocän der Auverne und Capra Cebenrum aus der Höhle von Mialet. Eine hornlose Ziege mit einem hädel von der Grösse eines Rindes ist von Rütimeyer unter dem men Bucapra Daviesii Rütim. aus den sivalischen Hügeln beschrieben rden. Die Grösse kann wenig frappieren, erreichen ja Schafe aus r Gruppe der Argali noch heute Rindshöhe. Lydekker beschreibt ne Capra sivalensis Lyd. und Capra perimensis Lyd., erstere aus valik, letztere aus Perim, die den Iharal und den Markhoor, zwei egenarten, schon im tertiären Terrain anzukündigen scheinen. Überhend zu den noch lebenden wilden Ziegenarten giebt H. R. Schinz ren folgende an:

1. Der sibirische Steinbock, Capra Pallasii, Capra birica, in den Gebirgen Sibiriens, Kamtschatkas und der Tartarei.

2. Der Steinbock der europäischen Centralalpen, pra Ibex. Lebend nur noch in den italienischen Alpen.

3. Der pyrenäische Steinbock, Capra pyrenaica. In n Pyrenäen, Sierra de Randa und Granada.

4. Der kaukasische Steinbock, C. caucasica, im Kausus und den höchsten Alpen des südlichen und gemässigten Asien.

5. Die Bezoarziege, C. Aegagrus, in Persien.

6. Der Beden, Capra Beden, Aegoceros Beden Schreb. Wagn. Joela Griffith., C. sinaitica Ehrenb., C. nubiana Fisch. In Nubien nd Oberägypten.

7. Der abyssinische Steinbock, C. Walié Rüppel, in byssinien bis zur Schneeregion, ist wahrscheinlich nur eine Varietät s Beden.

8. Der Iharal, C. Iharal Hodgson im Himalaja.

9. Die Knoppernziege, C. tubericornis. Aegoceros cossus. ainville, in der Provinz Jemlah, am westlichen und südwestlichen malaja.

(10). Die amerikanische Ziege, C. americana in den rocky mouins ist Haploceros eine Antilope.

11. Der kretische Steinbock, C. cretica, ungewiss Art.

Ferner sind noch aufgestellt worden: Capra hilocrius, in den Nilgeris und Capra dorcas Reichenow, Insel Joura bei Euboea.

Die Abstammung der Hausziege, Ort und Zeit ihrer Domestikation sind ebenso wenig geschichtlich nachweisbar, wie beim Hausschafe. Man nimmt allgemein an, ihre Stammmutter sei die auf den Gebirgen Kleinasiens und Persiens wild vorkommende Bezoarziege, C. aegagrus. Sie würde von den ersten Einwanderern nach Europa gebracht worden sein. Ihre Verbreitung war aber schon früh eine allgemeine. Schon die alten Indier besassen sie als Haustier; Ziegenböcke sind das Gespann Pushans, des Herdengottes; ebenso fährt Thor nach nordischer Mythologie mit Ziegenböcken. Die alten Indier benutzten die Ziege als Milchtier. Sie ist häufig auf altägyptischen Denkmälern dargestellt, ist in der ganzen antiken Welt überall gehalten worden. In den Herden Karls des Grossen wurde sie gehegt.

Merkwürdig ist, wie wenig sich die Ziege von der ältesten Steinzeit bis auf die Gegenwart verändert hat. Höchstens ist sie etwas grösser und stärker geworden, aber es ist fast dasselbe Tier, wie es schon in Schaffis vorkommt.

Die Ziege, «die Kuh des armen Mannes», ist in der Zucht stets vernachlässigt worden; man beachtete sie zu wenig, erst in der letzten Zeit hat man durch rationelle Zucht versucht, gute Rassen hervorzubringen. So bedeutend die Litteratur über das Schaf ist, so wenig finden wir die Ziege wissenschaftlich behandelt. Systematische Rasseneinteilungen gibt es noch nicht.

Freitag teilt die Hausziegen in 3 Gruppen.

I. Gruppe: Asiatische Hausziegen.

1. Die Angoraziege, Capra hircus angorensis. Kleinasien. Paschalik Anadoli stammt problematisch von der Schraubenziege ab.

2. Die indische Ziege, Hircus angorensis Indorum Fitz. soll aus der Kreuzung von schmalohrigen Kaschmir- und Angoraziegen hervorgegangen sein. Namentlich in Vorderindien.

3. Die Kaschmirziege, C. hircus laniger. Heimat das Alpenthal von Kaschmir.

4. Die schmalohrige Kaschmirziege, Hircus laniger stenotis Fitz. Aus der Kaschmir- mit der kreuzhörnigen Ziege hervorgegangen. Tipet, Nepal und Gegenden von Ostindien sind ihre Heimat.

5. Die zottige Ziege, Hircus villosus Fitz. ist in den höheren Gebirgen Tibets verbreitet.

6. Die tibetanische Ziege, Hircus villosus tibetanus.

7. Die langhaarige tibetanische Ziege, Hircus villosus tibetanus longipes.

8. Die rauhaarige tibetanische Ziege, H. villosus tibetanus rudipilis.

9. Die kreuzhörnige Ziege, H. villosus tibetanus convergens; sie ist möglicherweise aus der Kreuzung tibetanischer Ziegen und von Hemitragus jemlaicus hervorgegangen. Sie ist in Tibet, Nepal und verschiedenen Gebirgsstöcken des Himalaya zu Hause, soll von den Kirgisen bis zum Ural verbreitet worden sein.

10. Die nepalische Ziege, H. arietinus, in Nepal, dem Lande der Ghurka-Dynastie, auf Terrassen des Himalaya bis in die Hochgebirgsregion verbreitet.

11. Die Mamberziege, Capra hircus mambrica, wird hauptsächlich von den Kirgisen in West-Sibirien gezogen, nicht selten auch in Kleinasien gehalten.

12. Die burätische Ziege, H. aegagrus buraeticus Fitz., wird von den mongolischen Buräten in den Landschaften um den Baikalsee, im Gebiete Transbaikalien und im südlichen Teile von Irkutsk gezogen und soll von dort zeitweilig auch nach Kleinrussland gelangen.

13. Die tatarische Ziege, H. thebaicus tatarum, wird sowohl von den tatarischen Nomadenstämmen jenseits des Altai, wie auch von den Kirgisen am Irtisch und von den Kalmücken im Gebiete des Oelöt gehalten.

14. Die persische Hausziege, C. h. rossica Persarum Fitz., soll aus der Paarung kurzhaariger russischer Hausziegen mit tibetanischen Böcken hervorgegangen sein.

15. Die seidenhaarige Hausziege, C. h. serica Fitz., ist wahrscheinlich aus der Kreuzung von schmalohrigen tibetanischen und gemeinen Hausziegen entstanden.

16. Die arabische Ziege hat ihre Heimat in Arabien, der syrischen Wüste und ist von dort weithin verbreitet worden.

17. Die syrische Ziege kommt in den Küstenländern von Ostafrika, besonders in Unter-Ägypten und auf Madagaskar vor.

18. Die Sundaziege, von Keller auf den Sundainseln kultiviert vorgefunden.

II. Gruppe: Afrikanische Hausziegen.

Ihre Anzahl ist beträchtlich, bekannt sind folgende:

1. Die Nil- oder ägyptische Ziege, C. h. aegyptiaca steht der europäischen ziemlich nahe.

2. Die berberische Ziege, im nördlichen und nordwestlichen Afrika daheim, auch in Senegambien. In Ober-Guinea soll sie der daselbst gehaltenen Whydah-Ziege ihre Entstehung zu verdanken haben. Von Afrika aus gelangte sie auch nach Malta, Spanien und Südfrankreich.

3. Die Sudanziege, Capra hircus aethiopica Fitz. In den ältesten Zeiten in den Nilländern benutzt. Viele Schläge.

4. Die Whydahziege, siehe Nr. 2.

5. Die platthörnige Ziege, an der Westküste Afrikas. Ist auch als besondere Art angesehen worden.

6. Die Zwergziege, Hircus reversus L. u. Fitz. Hartmann und Brehm fanden eine mittelsudanesische Spielart, Capra hircus reversa, ohne sie näher zu beschreiben. Von Ober-Guinea aus gelangte sie auch nach Ostafrika, Madagaskar, Südamerika und Westindien. Die Engländer unterscheiden drei Varietäten derselben: 1. C. recurva am weitesten in Afrika verbreitet. 2. C. depressa Mauritius, Inseln Bourbon und Madagaskar. 3. Die unterägyptische Ziege am weissen Nil und zuweilen an der nordafrikanischen Küste. Fitzinger unterscheidet mehrere Varietäten von Zwergziegen, nämlich die Gazellenziege, H. reversus Gazella, die westindische Zwergziege, H. reversus nanus und die zottige Zwergziege, H. reversus villosus. In einem grossen Teile Westafrikas.

7. Die äthiopische Ziege, C. hircus æthiopica, ist der Mamberziege nahe verwandt.

8. a. Die ägyptische Ziege, C. hircus ægyptiaca ist Nr. 7 nahe verwandt. Schon seit langem bekannt.

8. b. Die nubischen Ziegen sind wahrscheinlich nur eine Varietät der äthiopischen.

8. c. Die Angola-Ziegen, Nieder-Guinea.

9. Die kurzhörnige ägyptische Ziege, H. ægyptiacus brachyceros Fitz. Heimat ist Unterägypten, von dort aus weithin verbreitet.

10. a. Die lybische Ziege, C. h. lybica, wahrscheinlich ein Kreuzungsprodukt der beiden erstgenannten Rassen.

10. b. Die Somaliziege, auf dem Gebirgsplateau des Somalilandes heimisch.

11. Die thebaische Ziege, H. thebaicus Fitz. (buckelnasige Ziege), Heimat Ober-Ägypten, soll bis Ostindien gelangt sein.

12. Die kurzohrige thebaische Ziege, H. thebaicus brachyotis Fitz. Oberägypten.

III. Gruppe: Europäische Hausziegen.

1. Die kurzhaarige russische Ziege. Soll aus der Kreuzung von Hausziegen mit Bezoarböcken hervorgegangen sein. Ihre Heimat ist Ost-Russland und West-Sibirien.

2. Die langhaarige russische Ziege soll aus der Kreuzung der kurzhaarigen mit der burätischen entstanden sein.

3. Die zottige Hausziege. Mag aus der Kreuzung gemeiner Ziegen mit berberischen Böcken entstanden sein; sie ist möglicherweise schon zur Zeit der Römer gezüchtet worden. Sie gelangte von Europa aus überall hin. Früher sollen verwilderte Ziegen dieser Art auf Inseln des Mittelmeeres, z. B. Caprosia (Capraja) und Tavolara, vorgekommen sein.

4. Die rauhaarige Hausziege ist aus der Kreuzung der gemeinen mit der zottigen hervorgegangen. Dazu gehört die Mehrzahl der deutschen, österreichisch-ungarischen, französischen, belgischen, holländischen, englischen, dänischen, russischen und skandinavischen Schläge.

Für die schweizerischen Ziegen hat Anderegg folgende Einteilung gegeben:

1. Gruppe: Rhätische Ziegen:
   - a) die Oberländer Ziege
   - b) die Oberhalbsteiner Ziege
   - c) die Engadiner Ziege
   - d) die Prättigauer Ziege

   } Gebirgsziegen.

2. Gruppe: Ziegen der Urkantone und Glarus:
   - a) Urschweizerziegen
   - b) Glarnerziegen

   } Gebirgsziegen.

3. Gruppe: Ziegen des Wallis und Tessin:
   - a) die weissschwarze Sattelziege
   - b) die rötliche Oberwallisziege
   - c) die Livinerziege.

4. Gruppe: Ostschweizerische oder alemannische Ziegen.
   - a) Toggenburgerziege
   - b) Appenzellerziege

   } Gebirgs- und Stallziegen.

5. Gruppe: Die westschweizerischen oder burgundischen Ziegen:
   - a) die Emmenthaler Ziege
   - b) die weisse Saanenziege
   - c) die Freiburger Ziege
   - d) die Fruttigziege
   - e) die Schwarzenburg-Guggisberger Ziege

   } Gebirgs- und Stallziegen.

Bei 13 dieser Schläge gibt es gehörnte und ungehörnte Tiere und nur ein Schlag, die Schwarzhalsziege, ist ausnahmslos gehörnt.

So sehr Ziege und Schaf äusserlich verschieden sind, so schwer ist es, Skelettstücke von einander zu unterscheiden, was schon der gewiegte Forscher in diesem Gebiete, Rütimeyer, selbst sagt. Am Schädel ist in dieser Beziehung besonders die Stellung der Hornzapfen, aber nicht die Form und Richtung ausschlaggebend. Die Hornzapfen des Schafes divergieren nach hinten stark von der Sagittalebene. Bei der Ziege sind sie mit ihrem grössten Durchmesser dieser Linie nahezu parallel. Fernere Unterscheidungsmerkmale am Schädel sind das Thränenbein, Nasalia und die Ausdehnung der Intermaxillen, sowie das Foramen infraorbitale, das bei der Ziege eine spaltförmige Öffnung in einer unregelmässigen Grube des Oberkiefers bildet. Beim Schaf ist es regelmässig und scharf umgrenzt und ziemlich weit offen. Die Incisiven der Ziegen besitzen längere Wurzeln als die der Schafe, deren Krone bildet eine je nach der Usur verschiedene Palette, deren Richtung wenig von der Richtung der Wurzeln nach aussen abweicht. Bei den Schafen sind die Schneidezahnwurzeln kürzer und schlanker, die Krone ist deshalb von der Wurzel weit stärker abgesetzt und bildet eine unregelmässige viereckige Palette mit einer Medianlinie, welche stark nach aussen abgebogen ist. Die Molaren der Ziege sind schlanker, bei gleicher Länge dünner als beim Schaf und schiefer nach vorn geneigt; sie bilden keine kontinuierliche Reihe, sondern sind etwas coulissenartig hintereinander gestellt. Die Kanten der Aussenwand der Zahncylinder sind bei der Ziege schärfer als beim Schafe und stehen nicht in der Mitte des Zahncylinders, sondern hinter deren Mitte, so dass die Zahncylinder wie verschoben erscheinen. An der Kaufläche, welche schiefer nach aussen abfällt als beim Schaf, erreicht der Talon niemals die volle Zahnbreite. Beim Schaf ist die ganze Zahnreihe dichter gedrängt, massiver, steiler aufgerichtet. Die einzelnen Zähne sind massiver, bei gleicher Länge dicker und vertikaler als bei der Ziege. Die äusseren Kanten der Schmelzcylinder sind stumpf und liegen in der Mitte der dadurch weit mehr symmetrischen Zahncylinder. Die Kaufläche ist fast horizontal. Vorn an jedem Backzahn ist ein Ansatz von der Breite des ganzen Zahnes; die Zähne stossen breit an einander. Die Prämolaren und Milchzähne tragen das nämliche Gepräge. Beim Schaf haben die Prämolaren oft plötzlich eine ziemlich geringere Breite als die

Molaren, bei der Ziege ist die Abnahme allmähliger. Auch die Mandibel hat einige, freilich weniger sichere Anhaltspunkte. Der horizontale Kieferast ist beim Schaf höher, weniger schlank, der aufsteigende Ast breiter, steiler und unter dem Gelenkteil weniger eingeschnürt als bei der Ziege. Das Foramen maxillare posterius liegt beim Schaf spaltartig in einer unregelmässigen, seichten Aushöhlung des ramus ascendens und der sulcus mylo-hyoideus geht vom vorderen Rand des Foramen ab. Bei der Ziege liegt die breite trichterförmige Öffnung des Alveolarkanals im Grunde einer gut begrenzten Vertiefung des aufsteigenden Astes. Die obere Backzahnreihe ist ähnlich. Die Zähne sind schlanker, schiefer und coulissenartig hintereinander gestellt, mit nach aussen schiefer Kaufläche; bei der Ziege mit mehr horizontaler als beim Schaf.

Am Skelett liefern besonders die Nagelphalangen Unterscheidungsmittel. Die Extremitätenknochen lassen sich bei sorgfältiger Vergleichung auch sortieren. Hirschähnliche Gracilität, scharfe Zeichnung der Muskeleindrücke und trockenere Knochensubstanz charakterisiert die Ziege; das Umgekehrte findet sich beim Schaf, sagt Rütimeyer. Für das ziegenhörnige Schaf der Pfahlbauten treffen die beiden ersteren Merkmale aber sicher nicht zu; ich habe gerade das Gegenteil gefunden.

Ziegenüberreste aus Schweizer-Pfahlbauten.

Das vorhandene Material, meist nur aus Hornzapfen mit anhaftenden Stirnteilen bestehend, ist nicht reichlich.

Ein bedeutenderes Schädelfragment wurde in Vinelz gefunden, das nicht so ganz mit heutigen Ziegen übereinstimmt. Es ist der Mühe wert, dasselbe näher zu betrachten. Dem Schädel fehlt der ganze linke Gesichtsteil und der linke Jochbogen, auch der rechte Oberkiefer ist nicht mehr ganz vollständig erhalten.

Das Tier, zu dem der Schädel gehört, war k l e i n e r wie unsere heutigen Ziegen, etwa von der durchschnittlichen Grösse der ziegenhörnigen Schafe. Der H i r n s c h ä d e l ist im Verhältnis zu heutigen Ziegen z i e m l i c h k u r z, h o c h u n d s e h r s t a r k g e w ö l b t. Die S t i r n b e i n k n i c k u n g mag auch ungefähr einen rechten Winkel betragen, ist aber n i c h t s o s c h a r f wie beim ziegenhörnigen Schafe. Die Hörner erheben sich von einer etwas aufgewulsteten Basis nach oben und hinten. Der Innenrand ist ziemlich scharf, der Querschnitt des Hornzapfens regelmässig linsenförmig. Beide Stirnzapfen sind auf der Stirne durch einen bis auf die Mitte der Stirnbeine hinlaufenden Wulst verbunden.

Die Länge vom Hinterhauptswulst bis zum Hinterrande der Orbita ist bedeutender als bei andern Schädeln und steht in einem ganz ungewohnten Verhältnisse zur Schädelbasis. Das Hinterhaupt ist schmal, die Stirne aber ziemlich breit. Die Augenhöhlen sind höher als lang, und ihr Rand steht stark vor. Es fehlt jede Spur von Thränengruben. Leider ist nicht die ganze Backzahnreihe vorhanden, doch kann eine sehr lange Reihe angenommen werden, deren gesamte Molarenlänge wieder in keinem Verhältnisse zur Schädelbasis steht. Ich hoffe, nachdem ich mehr Material untersucht haben werde, später doch noch einen Rassenunterschied zwischen Pfahlbau- und heutigen Ziegen angeben zu können. Ich lasse die Maasse neben denen eines Schädels von der Engstlenalp hier folgen.

	Vinelz.	Engstlenalp.
Hinterhauptswulst bis Wurzel der Nasalia	1,51	1,31
Dasselbe Bandmaass	1,85	1,16
Foramen magnum bis Gaumenausschnitt	1	1
Hinterhauptswulst bis Hinterrand der Orbita	1,23	1,10
Breite über den Ohröffnungen	1	0,86
Breite zwischen Suturae temporo-parietales	0,82	0,67
Breite zwischen den Jochbogen	—	1,20
Grösste Stirnbreite	1,26	1,02
Längsdurchmesser der Orbita	0,49	0,44
Höhendurchmesser derselben	0,51	0,39
Gaumenausschnitt bis Maxillarausschnitt	—	0,94
Gaumenlänge	—	0,32
Zahnreihe im Oberkiefer	—	0,74
Molarenlängsreihe aussen	0,60	0,47
Prämolarenlängsreihe	—	0,26
Breite zwischen den Gesichtsleisten	—	0,78
Höhe des Oberkiefers zwischen M. 1 u. P. 1	—	0,59
Gaumenbreite zwischen Mol. 2	—	0,48
Gaumenbreite zwischen Præmol. 2	—	0,35
Entfernung des Vorderrandes der Hornzapfen	29	32
Entfernung des Hinterrandes der Hornzapfen	41	52
Grösster Durchmesser an der Basis	38	35
Entfernung der Spitzen	133	127
Länge längs der grossen Kurvatur	225	160

Ein anderes Ziegenschädelstück ist ein Cranium von Font mit önen Hornzapfen, dem leider Stirn und Gesichtsteil fehlen; es ge- te einem grösseren ausgewachsenen Tiere an, mit im allgemeinen ichen Rassenmerkmalen wie der eben beschriebene Schädel. Die ochensubstanz ist ziemlich feinmaschig, die Aussenflächen glatt, ohne rke Unebenheiten. Der sonst so stark runzelige und wulstige nterhauptsteil tritt wenig hervor und ist glatt. Von hier bis zum rnwulst misst der Schädel 100 mm. Die Stationen Schaffis und scherz haben Fragmente geliefert, die wenig kleiner sind als dieser. Breite über den Ohröffnungen beträgt 80 mm., über den Suturae oporo-parietales 69 mm., Maasse, die von Fragmenten anderer Her- aft nicht ganz erreicht werden.

Die Stirnbreite zwischen dem oberen Orbitalrande macht 97 mm. . Auf beiden Seiten der Sagittallinie des Schädels befinden sich ei grosse Frontalsinuse, daneben noch zwei kleinere. Das Orbital- h steigt mässig steil gegen die Hornzapfen an, die plötzlich senk- ht sich vom Stirnbein erheben.

Die Parietalregion wölbt sich regelmässig und fällt zu beiden ten eines scharf in die Höhe abgegrenzten, oberen Teiles ziemlich il ab. Rechts und links von den Hinterhauptskondylen wachsen h hinten und biegen ihre Spitzen nach unten zwei starke Mastoi- fortsätze.

Beim Exemplare von Font ist der eine Hornzapfen zur Hälfte weg- brochen, doch kann man dabei auf eine Spitzendistanz von 125 mm. hnen. So stark divergieren sie aber nirgends bei mir bekannten lbauziegenschädeln; am nächsten kommen Schaffis mit 103—111, z 94, Vinelz mit ca. 95 mm. Die Länge der Zapfen längs der Krümmung n nie ganz genau angegeben werden, weil die Spitzen im Wasser ts abbröckelten. Von allen Fundstücken besitzt der Schädel von nt weitaus die längsten Hornzapfen, nämlich solche von 255 mm. was kürzere finden sich in Schaffis von 210, Vinelz 205, ein zweites emplar von Schaffis 130, ein drittes 181. Der grösste Durchmesser Hornbasis beträgt bei Font 39 mm.; alle andern sind kleiner. Der fang misst 103 mm.; nur ein Schädel von Vinelz überschreitet dieses ss, die andern bleiben alle zurück. Die Distanz des Vorrandes Hornwurzeln ist beim Schädel von Font 31 mm., bei andern Sta- nen 28—35, bei einem Fragment von Sutz sogar 40. Letzteres ist h noch durch die sehr stark nach hinten gehenden Hornzapfen von lern verschieden. Bei allen erwachsenen Ziegenschädeln bemerkt

man je eine vom inneren Hornwurzelrand sich schräg über die Stirnbeine hinziehende Leiste, die sich fast mitten auf der Stirn treffen und vereinigen, ein Vorkommnis, das nur diesen eigen ist. Die Entfernung des Hinterrandes der Hornwurzeln ist auch sehr konstant, bei Font 63, bei den übrigen 57—66 mm. Die Lage der Hörner auf den Stirnbeinen der Ziege erlaubt ihnen eben keine so grossen Schwankungen wie beim Schafe. Es ist von den bedeutendsten Forschern gesagt worden, dass man weder in der Steinzeit, noch in der Bronzeperiode, aus welchem Zeitraume übrigens nur drei Hornzapfen in Bern vorhanden sind, noch in Fragmenten aus historischer Zeit ein von der heutigen Ziegenrasse verschiedenes Tier aufstellen könne; dass das nicht so ganz richtig ist, beweist schon der eingangs dieses Abschnittes beschriebene Schädel von Lüscherz. Nach den vorhandenen Stirnteilen lässt sich aber kein gültiger Schluss ziehen, wir müssen noch warten, bis uns neue Funde mehr Licht in die Sache bringen.

Nach dem vorhandenen Schädelmaterial können wir aber sagen, was wir schon vom Schaf bemerkt, dass das in den ältesten Ansiedelungen kleine Tier im Laufe der Zeiten grösser gezüchtet wurde.

Von grossem Interesse ist der von Prof. Studer in den «Mitteilungen der Berner Naturforschenden Gesellschaft» beschriebene Hornzapfen aus Lattrigen, welcher der Capra aegagrus oder einer naheverwandten Rasse angehört haben muss.

Abweichende Hornzapfen von mehr rundlichem Querschnitt fielen mir in der Schaffiser Ausbeute auf, die aber ihrer starken Verwitterung wegen keine nähere Beschreibung und Vergleichung zulassen.

Von Extremitätenknochen der Ziege

konnten für die älteste Niederlassung Schaffis keine sicher nachgewiesen werden. In Lattrigen fanden sich hübsche Metacarpalia von folgenden Dimensionen:

Länge	102—108 mm.
Breite der Diaphyse	15— 16
» » Epiphyse oben	22— 24
» » » unten	25— 27

Die 177 mm. langen Femora sind stark und schwer, der obere Gelenkkopf ist regelmässig halbkreisförmig, der Trochanter major stark entwickelt, ebenso der Trochanter minor, beide verbunden durch die zu einer Crista gewordene Linea intertrochanterica. Die Linea aspera femoris tritt ausgeprägt hervor und zieht sich weit nach unten, die Fossa poplitea ist innen rauh und uneben und die beiden Gelenk-

rollen gehen hinten weit nach oben. Die Patellargrube stellt sich schräg zum Knochen. Im Ganzen ist der Femur kleiner als bei heutigen Ziegen, ohne dabei an Plumpheit etwas einzubüssen.

Die Metatarsen haben eine

Länge von	110—116 mm.
Diaphysenbreite	11— 13
Obere Epiphysenbreite	19— 21
Untere » »	24

Diese, wie auch die Metacarpen sind bedeutend kürzer als bei heutigen Ziegen.

Von Lattrigen sind zwei Metatarsen vorhanden; sie sind in der oben angegebenen Reihenfolge gemessen.

1.	109	113
2.	12	12
3.	18	19
4.	23	24

Dass dieselben wenig kleiner sind, ist wohl nur Zufall.

Metacarpalia (Taf. I, Fig. 7) fanden sich wieder in Sutz und haben folgende Grössen:

1.	101—103
2.	14
3.	22
4.	25

Sie stimmen alle unter sich merkwürdig überein, verglichen mit Lattrigen sind sie kleiner nnd schlanker.

Zwei Metatarsalia stimmen eben so gut unter sich überein.

1.	107
2.	11—12
3.	18
4.	22

Auch für die Extremitätenknochen der Ziege finden wir von den älteren Stationen bis zu den jüngeren der Steinzeit eine Vergrösserung der Rasse, aber nicht in so hohem Maasse wie beim Schafe, dabei scheint jene schon von Anfang an dieses an Grösse übertroffen zu haben. Glücklicherweise fanden sich aus dem Bronzepfahlbau Mörigen verschiedene Ziegenknochen vor. Von der vorderen Extremität sind es vor allem aus zwei starke Radien, einer mit ansitzendem Ulnarteil; ihre Länge beträgt 161 und 164 mm., die Breite 19 und 17 mm. Beide sind schwere, plumpe Knochen, gegen welche ein zierlicher kleiner Metacarpus auffällt. Es ist seine

Länge	107 mm.
Breite der Diaphyse	14
Obere Epiphysenbreite	22
Untere » »	25

Von der hinteren Extremität besitzen wir eine grosse Tibia von 217 mm. Länge; sie ist plump und gehört einem sehr starken Tiere. Dagegen recht zierlich ist wiederum das Metatarsale.

1.	110
2.	13
3.	19
4.	23

Nach diesen Befunden scheint die Bronzeziege auch grösser gewesen zu sein als in der vorhergehenden Steinzeit. Nach diesen paar Knochen darf man aber kaum wagen, einen Schluss auf Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung mit der Steinzeitziege zu ziehen; dazu gebraucht man Schädelmaterial; hingegen darf man mit Recht behaupten, dass die Pfahlbauziegen insgesamt kleiner waren als unsere jetzt lebenden Schweizerziegen.

Durchschnittsmaasse für die langen Knochen der lebenden ergeben für den Humerus 167, Radius 173, Metacarpus 123, Femur 193, Tibia 237, Metatarsus 130 mm.

	Metac.	Metat.
Breite der Diaphyse	16	13
» » oberen Epiphyse	26	23
» » unteren »	31	28

Diese Maasse werden von Ziegenknochen aus den schweizerischen Pfahlbauten niemals erreicht.

Betrachtet man die gesamten Pfahlbaustationen von der ältesten Ansiedelung bis zur jüngsten Steinzeit, so erkennt man aus der Menge und Art der Knochenreste den jedesmaligen Stand der Viehzucht; dieselbe hat sich aus den primitiven Verhältnissen von Schaffis von Station zu Station immer mehr entwickelt, bis sie zuletzt in der Bronzestation Mörigen von der aufblühenden Landwirtschaft wieder mehr in den Hintergrund gedrängt wurde. Die blühendste Zeit der Viehzucht ist für das Zeitalter der Pfahlbauten in der jüngeren Steinzeit zu suchen.

Es ist hier vielleicht am Platze, mit ein paar Worten einer irrigen und tief eingewurzelten Meinung, die selbst von bedeutenden Historikern immer wieder aufs neue kolportiert wird, entgegenzutreten. Ich meine

lich, der Ansicht über das Alter unserer schweizerischen Pfahl-
en. Wenn man von jener Zeit spricht, so denkt man sich un-
kürlich in eine Periode von zwei- bis dreihundert Jahren vor der
sion der Römer in Helvetien (58 a. Ch.) hinein. Eine solche
icht findet sich sogar in neuen Lehrbüchern der Schweizergeschichte
lergeschrieben. Aus den Zuständen der Artefakten und den Über-
bseln, welche mehr den Zoologen interessieren, habe ich mir da-
s Folgendes aufgebaut:

Die ersten sesshaften, auf Pfählen wohnenden Steinmenschen
en in unser Land eingedrungen und hatten die nomadisierenden
inwohner der Glacialzeit, soweit sie nicht schon dem Renntiere
n Norden gefolgt waren, verdrängt, sich an den Ufern unserer
n ihre Heimstätten bauend. Als älteste Niederlassungen haben
, nach dem Zustande der Artefakten, diejenigen von Moosseedorf,
gen, Wauwyl und Schaffis anzusehen.

Die Schaffiser Pfahlbauten haben uns eine Kulturschicht von zwei
s Mächtigkeit hinterlassen, die vollgepfropft ist von Abfällen, Tier-
chen und Artefakten aller Art. Es wird jedermann einleuchten,
s die Pfahlbauer nicht alle Tage ihre kostbaren Nephritbeile und
sam angefertigten Steinwerkzeuge ins Wasser plumpsen liessen,
r wenn das geschah, sicher dieselben baldigst wieder aus der ge-
gen Tiefe hervorholten. Auch blieben nur die wenigsten Knochen
dem Ufergrunde liegen, das Meiste wurde durch die Wellen weit
geführt. Bis dass eine zwei Fuss mächtige Kehrichtschicht da ab-
gert war, konnten manche Generationen über den Wellen kommen
gehen und ihren Beitrag dazu geben. Alle Werkzeuge aus Horn
Knochen, sowie die Skelettstücke sind durch das allmählige Ein-
gen von Humussubstanz bis ins Innere dunkelbraun bis fast schwarz
irbt.

In die jüngere Steinzeit fällt das reiche Pfahldorf Lüscherz mit
en charakteristischen, durchbohrten Steinhämmern. Die Anfertigung
ser Instrumente musste gelernt und erprobt werden, bis sie allge-
n wurde; das ging auch nicht so schnell. Über 2000 Artefakten
ungezählte Knochenreste wurden der 1—1½ Fuss dicken Kultur-
icht von Lüscherz enthoben. Es brauchte eine lange Zeit, bis das
s abgelagert war. Die Knochen sind hier von lichterer Färbung.
diese Zeit fallen auch Lattrigen, Lüscherz und Vinelz.

Diese Steinmenschen wurden vertrieben durch die einbrechenden
den des Bronzevolkes, die andere Haustiere mit sich brachten, aber

auch noch die Gewohnheit hatten, auf dem Wasser zu wohnen. Sie rammten ihre Pfähle nie an derselben Stelle ein, wo ihre Vorläufer, man findet niemals auf einer Steinkulturschicht eine solche aus der Bronzezeit. Wohl aber, wie in Mörigen, beide nicht weit von einander entfernt. Nahe bei der dortigen grossen Bronzestation findet sich eine Niederlassung aus der Steinzeit mehr dem Ufer genähert. Die dortige Bronzestation hinterliess eine Kulturschicht von 2—2½ Fuss Mächtigkeit. Man denke sich den Zeitraum, bis das alles sich im Seegrunde angehäuft hatte! —

Es ist noch ein anderes Moment, welches für das ungeheure Alter der Pfahlbauzeit spricht, nämlich die kolossale Masse der Tierknochen. Es wurden in den meisten Stationen Körbe und Säcke voll Knochen ans Tageslicht gefördert, ganze Wagenladungen wanderten in Knochenmühlen. Denkt man sich dieses Material in lebendes Vieh umgesetzt, so bekäme man eine Herde, deren Last genügt hätte, nicht nur ein einzelnes, sondern sieben Pfahldörfer in den See zu drücken.

Man dachte sich immer, die ganze Ausbeute eines Dorfes sei bei einer Katastrophe zusammen so in den See gestürzt worden, wie man sie gerade fand; dass dem nicht so sein kann, haben wir eben gesehen. Die Kulturschicht vergrösserte sich nur ganz langsam; von einem Tiere gelangten auch selten alle Knochen in den See, die kleineren wurden von Hunden aufgefressen. Beim Untergang eines Pfahldorfes durch Feuer kamen sicher nur eine geringe Anzahl von Artefakten und andern Überbleibseln zu der schon viele Jahrhunderte alten Ablagerung auf dem Seegrunde.

Der Urwald wurde nun allmählig gelichtet, und die Menschen verliessen ihre schwankenden Pfähle und bauten sich auf dem Lande an. Die Kultur entwickelte sich nach und nach in einer Weise, welche derjenigen der späteren Griechen kaum viel nachstund; neben der Bronze lernte man auch Eisen gebrauchen und zu Waffen schmieden. Man findet da die prachtvollen Bronzen von Hallstadt etc. Die schöne Urne von Grächwyl im Berner Museum mit dem Weibe, das zwei Hasen hält, gehört auch in diese neue Zeitepoche. Diese Graburne ist eine Zierde der bernischen antiquarischen Sammlung. Wir treffen in dieser Periode einen Kulturzustand, der sich über ganz Mitteleuropa und Italien bis nach Hellas und Kleinasien erstreckte. Es ist die sogenannte Hallstädterepoche. Diese Periode trifft zusammen mit der Zeit der alten Pelasger in Griechenland, die zur Zeit der do-

ischen Einwanderung 1104 a. Ch. wohl schon im tiefsten Niederange waren. Damit haben wir zum ersten Mal einen Anhaltspunkt, iit Hülfe dessen wir uns orientieren können. Wenn man bedenkt, ie lange es brauchte, bis die menschliche Kultur von den ersten ronzeleuten, die am Lande sich festsetzten und bis zum Gipfelpunkte iner hohen Kunst sich emporgearbeitet hatten, und auf der andern eite, wie lange es dauerte, um wieder all das Erlangte zu vergessen, odass die Geschichte nicht die geringste Spur von ihrem Vorhandenein kennt, — bis zur ersten historischen Nachricht in Hellas, also 1104 . Ch., dann darf man wohl vermuten, dass die ersten fahlbauer der Steinzeit so weit von der rsten geschichtlichen Dämmerung entfernt aren, wie wir jetzt, und wir jene Zeit nicht ur ein paar hundert Jahre, eher ein paar ausend Jahre, vor Christo setzen müssen.

Litteratur.

nderegg, F. Die Schweizerziegen.
lanford, W. S. Proc. Zool. Soc. of London 1884.
lasius. Säugetiere Deutschlands.
ojanus. Nova Acta Acad. Nat. Cur. 4.
ronn. Klassen und Ordnungen.
rooke. Proc. Zool. Soc. of London 1875.
rehm. Tierleben.
uffon. Histoire Naturelle, Vol. 11.
uvier. Ossemens fossiles, Vol. 4.
» Règne animal.
arwin. Über das Varieren der Tiere und Pflanzen.
» Über die Entstehung der Arten.
lower, W. H. An Introduct. to te Study of Mammal.
reytag, C. Tabellarische Übersicht der europäischen Schafrassen.
» Artikel «Ziegen». Encyklopädie der gesamten Tierheilkunde und Tierzucht, Bd. XI.
ervais. Zoolog. et Paléontol. française.
ibel. Die Säugetiere.
urlt. Vergleichende Anat. der Haussäugetiere.
ume, A. O. Proc. Zool. of London 80.
eiteles. Der Pfahlbau von Olmütz. Mitteilungen der anthr. Gesellschaft Wien 1872.
ow. Histoire naturelle des animaux domestiques de l'Europe.
öbe, W. Die Ziegenzucht, in Voigts Landwirtsch. Volksbüchern, Nr. 30.

Diejenigen Meteore, welche auf die Erde niederfallen, heissen **Aërolithen, Meteorite** oder **Meteorsteine.** Das Niederfallen ist gewöhnlich von donnerähnlichem Getöse, Detonationen, begleitet. Manchmal kommen ganze Wolken von Aërolithen gleichzeitig auf parallelen Bahnen zur Erde nieder. Ein solcher Meteorsteinregen fand unter starker Lichterscheinung und Detonation am 26. April 1803 zu l'Aigle in der Normandie statt; es wurden auf einer Fläche von etwa 3 Quadratmeilen über 2000 Steine gefunden von 7 bis 8 Kilogramm Einzelgewicht. Die grössern derselben waren noch heiss und rochen nach Schwefel; sie liessen sich anfänglich leicht brechen, wurden dann aber hart. Beim Steinregen am 9. Juni 1866 zu Knyahinya (Ungarn) hatte die Hauptmasse ein Gewicht von 300 Kilogramm; sie war von etwa 1000 kleineren Steinen begleitet, die in einem Flächeninhalte von 2 Meilen Länge und $^3/_4$ Meilen Breite zerstreut waren.

Den Sternschnuppen und Feuerkugeln wurde in den ältesten Zeiten sehr wenig Aufmerksamkeit geschenkt; selbst dann nicht, wenn sie in sehr grosser Anzahl, als Meteorregen auftraten, oder wenn ein Niederfallen von Meteorsteinen erfolgte. Man betrachtete sie zuerst für wirklich fallende Sterne und später für den Irrlichtern ähnliche, atmosphärische Erscheinungen. Sogar der Astronom Lalande teilte am Ende des vorigen Jahrhunderts diese Ansicht, indem er in seiner im Jahr 1792 erschienenen «Astronomie» sagte: «Die Atmosphäre ist immer von Ausdünstungen, von Dämpfen oder von elektrischen Feuern erfüllt, daraus entstehen eine Menge von Meteoren und namentlich von solchen Feuern, welche man manchmal für fallende Sterne hält, welche aber nichts anderes sind, als leichte Dünste, deren Licht nur einen Augenblick dauert; wenn sie uns nahe kommen, so erscheinen sie uns als Feuerkugeln».

Rühmlich hervorzuheben sind die **Chinesen,** indem sie wenigstens die wichtigsten Sternschnuppenregen und Meteorsteinfälle aufzeichneten; die älteste Aufzeichnung stammt aus dem Jahre 687 vor Christi Geburt.

Bei den alten **Griechen** waren es nur wenige, welche richtigere Ansichten von den Meteoren hatten. Als um 365 vor Christi Geburt in Thracien am hellen Tage ein Eisenblock von der Grösse eines Mühlsteins niederfiel, soll Anaxagoras die Ansicht geäussert haben, derselbe möchte von der Sonne herabgefallen sein. Auch Plutarch betrachtete sie als kosmischen Ursprungs.

Die **Araber,** welche im Mittelalter die Astronomie pflegten, als sie im Abendlande ganz darniederlag, scheinen den Meteoriten eben-

falls einige Aufmerksamkeit geschenkt zu haben, es rühren verschiedene Aufzeichnungen von ihnen her. Ob aber der »heilige schwarze Stein« in der Kaaba zu Mekka wirklich vom Himmel gefallen sei, wie die Mohamedaner glauben, also ein Meteorstein sei, ist nicht vollkommen sicher.

Im **Abendlande** wurde bis zum 16. Jahrhundert wenig Notiz genommen von den Meteorerscheinungen, und es sind nur wenige Aufzeichnungen über Meteorsteinfälle vorhanden. So fiel am 7. November 1492 gegen Mittag unter grossem Getöse zu Ensisheim im Elsass ein zirka 3 Zentner schwerer Meteorstein zur Erde, von dem noch ein Stück in der Kirche daselbst aufgehängt ist. Im 16. und 17. Jahrhundert wurde zwar das Interesse an diesen Erscheinungen etwas grösser, aber ohne dass eine Erklärung versucht worden wäre. Im Jahre 1697 forderte **J. J. Scheuchzer** seine Zeitgenossen auf, den Naturerscheinungen und speciell den Meteoriten grössere Aufmerksamkeit zu schenken, aber ohne Erfolg. Er selbst hat in seinen »Naturgeschichten des Schweizerlandes« (Zürich 1706—1708) eine wertvolle Reihe solcher Erscheinungen aufgezeichnet. Aus dieser Zeit datiert auch der älteste bekannte schweizerische Meteorit, der im Jahre 1698 am 18. Mai abends zwischen 7 und 8 Uhr zu Hinter-Schwendi bei Walkringen im Kt. Bern unter grossem, bis nach Zürich gehörtem Getöse niederfiel. Der Stein wurde vom dortigen Pfarrer Jakob Dünki (später Pfarrer in Münsingen) an die Bibliothek in Bern gesandt, ist aber seither spurlos verschwunden (vgl. B. Studer, der Meteorstein von Walkringen in Bern. Mitteilung Nr. 792).

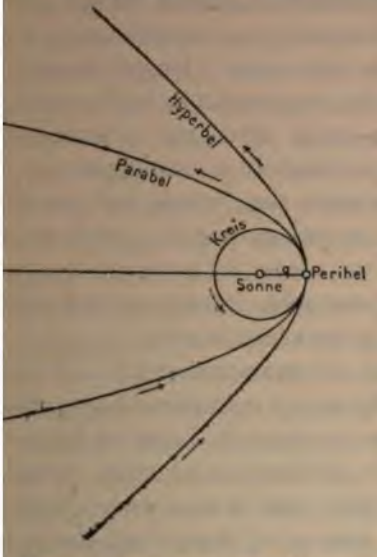
Im Anfang des 18. Jahrhunderts leistete **Halley** den Nachweis von der kosmischen Natur der Meteoriten, aber ohne damit Anklang zu finden. Der Erste, der sich mit Erfolg bemühte, den kosmischen Ursprung der Meteorsteine, sowie ihren Zusammenhang mit den Feuerkugeln und Sternschnuppen, klar zu machen, war **Chladni,** am Ende des 18. Jahrhunderts. Wenn Chladni im Anfang wenig Anerkennung und wenig Anhänger fand, so bereitete sich nach und nach doch ein Umschwung der Ansichten vor. Die grössten Gegner der richtigen Ansicht waren die Gelehrten der **Pariser Akademie**, sie glaubten nicht an die Wirklichkeit von Meteorsteinfällen und leugneten die ihnen gemeldeten Fälle einfach weg, ohne sich auf Erklärungen einzulassen. Erst als die Thatsachen sich häuften, nach dem schon erwähnten grossen Steinregen zu l'Aigle im Département de l'Orne im Jahre 1803, sandte die Pariser Akademie **Biot** zur Untersuchung ab, und auf dessen

Bericht hin änderte sich ihre frühere Meinung, sie wagte nicht mehr an dem kosmischen Ursprung der Meteoriten zu zweifeln, und wendete von da an diesen Erscheinungen grosse Aufmerksamkeit zu.

Im Herbst 1798 begannen zwei Göttinger Studenten, **Brandes** und **Benzenberg**, ihre Beobachtungen nach eigens angelegtem Plan und veröffentlichten im Jahre 1800 ihre wertvollen Resultate und Berechnungen. Diese waren derart, dass ebenfalls nicht länger an der kosmischen Natur der Sternschnuppen gezweifelt werden konnte. Auf dem so eröffneten Gebiete stellten sich nach und nach andere Mitarbeiter ein, von denen besonders **Olbers, Quetelet, Heis** und **Schmidt** zu erwähnen sind, und alle diese sind der Ansicht Chladnis, dass die Meteore Körper sind, welche sich durch den Himmelsraum bewegen und erst dann sichtbar werden, wenn sie in die irdische Atmosphäre eingedrungen sind, indem sie sich infolge des Luftwiderstandes bis zum Glühen erhitzen, sogar zum Teil in derselben verbrennen, wobei die allfälligen Rückstände als Meteorstaub oder Meteorsteine zur Erde niederfallen. Diese Ansicht ist durch allseitige fleissige Beobachtung seit einigen Jahrzehnten als eine völlig unbestreitbare Thatsache anerkannt worden, und auf dieser Voraussetzung gründete nun **Schiaparelli** in Mailand eine vortrefflich ausgearbeitete astronomische Theorie der Sternschnuppen, die vom Jahr 1866 an datiert, und erst durch diese ist die Rolle der Meteore in ihrer vollen Bedeutung zu Tage getreten, und auf Grund derselben sind weitere Fortschritte gemacht worden.

Die **Höhen,** in welchen die in unsere Atmosphäre eindringenden Meteore zuerst sichtbar werden, sind sehr verschieden und variieren von 5 bis 20 geographische Meilen; im Mittel kann sie zu 15 Meilen oder zu 100 Kilometer angenommen werden. Diese Höhe ist bedeutend grösser, als diejenige, welche man seit langer Zeit als obere Grenze der Erdatmosphäre angenommen hat, denn aus Dämmerungserscheinungen wurde diese nur 8 bis 10 geographische Meilen hoch gefunden. Dieser Unterschied ist aber leicht zu erklären, denn die Dämmerungserscheinungen geben nur diejenige Grenze an, oberhalb deren die Atmosphäre nicht mehr dicht genug ist, um eine für uns wahrnehmbare Lichtmenge zu reflektieren, während die Dichte derselben noch hinreicht, um dem Meteoriten einen solchen Widerstand entgegenzusetzen, dass er glühend wird. Ueberdies hat Tyndall durch Experimente gezeigt, dass ein Raum mit Materie erfüllt sein kann, ohne Licht in wahrnehmbarem Maasse zu reflektieren, so dass er optisch leer erscheint.

Die **Geschwindigkeit,** mit welcher die Meteore der Erde be-
ien, ist ebenfalls sehr verschieden. Sie ist von derselben Ordnung
iejenige der Planeten und wird im Mittel etwa gleich der $1^1/_2$fachen
hwindigkeit der Erde, also zu 6 Meilen angenommen. Ein Körper,
sich in einer Parabel um die Sonne bewegt, erreicht seine Maximal-
hwindigkeit in der Sonnennähe, im Perihel. Ist seine Perihel-



distanz = q, so ist diese Maximalgeschwindigkeit $\sqrt{2} = 1{,}414$ mal so gross, als die Geschwindigkeit eines Körpers, der sich in einem Kreise vom Radius q um die Sonne bewegt, dessen Geschwindigkeit als Einheit genommen wird; man bezeichnet daher 1,414 als **parabolische Geschwindigkeit.** Ist die Maximalgeschwindigkeit im Perihel, bei gleicher Periheldistanz noch grösser als 1,414, so bewegt sich der Körper in einer Hyperbel, und eine Geschwindigkeit grösser als 1,414 heisst **hyperbolische Geschwindigkeit.**

Nimmt man nun als Bewegung im Kreise die Bewegung der
in ihrer Bahn, mit einer mittleren Geschwindigkeit von 4 Meilen
Grundlage, und ist v die wirkliche Geschwindigkeit eines Meteors
n die Sonne, die sogenannte heliocentrische Geschwindigkeit bei
r Begegnung mit der Erde, so ist seine Geschwindigkeit eine
ische, parabolische oder hyperbolische, je nachdem das Verhältnis

$\frac{v}{}$ 1,414 ist, und je nachdem einer dieser Fälle eintritt, bewegt

der Körper in einer Ellipse, Parabel oder Hyperbel um die Sonne,
er in den Bereich ihrer Anziehung gelangt. Da nun die mittlere
hwindigkeit der Sternschnuppen zu 6 Meilen angenommen wird,
ommt sie der parabolischen nahe, so dass die Bahnen der Stern-
uppen, besonders die der sporadischen, vorherrschend Ellipsen
Hyperbeln sind, welche sich der parabolischen Grenze nähern.
Bei den Feuerkugeln scheint die hyperbolische Bahn vorherr-
id zu sein. Der grosse Meteorforscher, Professor von Niessl in Wien,

hat 11 Feuerkugeln untersucht, die zwischen dem 5. und 28. November aus einem Punkte in der Nähe der Plejaden, im Mittel $\alpha = 59^0$, $\delta = +20^0$ herkamen. Unter diesen befanden sich 9, für welche die Geschwindigkeit aus Dauerschätzungen ermittelt werden konnte, und diese ergab nur in zwei Fällen so kleine Werte, 37 bis 41 Kilometer, dass man auf eine elliptische Bahn schliessen könnte, während für die 7 andern sich hyperbolische Geschwindigkeiten (53 bis 100 Kilometer) ergaben, welche nur die Annahme von hyperbolischen Bahnen gestatten. Bei verschiedenen, in den letzten Jahren beobachteten Feuerkugeln, fand von Niessl ebenfalls ausgesprochen hyperbolische Geschwindigkeiten. Ferner konnte unter allen zur Erde gefallenen Meteoriten nur für zwei die Geschwindigkeit vollständig sicher abgeleitet werden, nämlich für die Steinfälle von Pultusk und von Orgueil (14. Mai 1864); dieselbe hat sich als nahezu doppelt so gross erwiesen als die Geschwindigkeit der Erde, was wieder auf hyperbolische Bahnen führt; die Annahme, dass es Meteoriten gibt, die sich in hyperbolischen Bahnen bewegen, kann daher nicht bezweifelt werden.

Sowie in grosser Entfernung die unter starker Lichtentwicklung durch die Atmosphäre ziehenden Meteoriten und Feuerkugeln den Eindruck von Sternschnuppen machen, so kann in einzelnen Fällen auch umgekehrt der Erscheinung von Sternschnuppen derselbe Grund, die grosse Entfernung, zu Grunde liegen. Aus diesem und später noch zu erörternden wichtigen Gründen können wir Meteoriten, Feuerkugeln und Sternschnuppen als Körper derselben Klasse ansehen, und wenn die Beobachtung der erstern auf hyperbolische Bahnen führt, so werden diese auch für die Sternschnuppen gelten. Nach dem Ausspruche von Professer von Niessl steht uns nichts im Wege, für die sogenannten sporadischen Meteore hyperbolische und elliptische Bahnen anzunehmen, unter welchen vielleicht solche, welche sich dem parabolischen Grenzwerte am meisten nähern, die häufigsten sind.

Begegnet nun ein Meteor mit einer mittleren Geschwindigkeit von 6 geographischen Meilen pro Sekunde der Erde, die selbst mit einer Geschwindigkeit von 4 Meilen durch den Weltraum fliegt, wobei seine Geschwindigkeit infolge der Anziehung der Erde noch um beinahe eine Meile vergrössert wird, so setzen die äussersten und dünnsten Schichten der Erdatmosphäre dem Körper einen solchen Widerstand entgegen, dass seine Bewegung gehemmt wird und er in sehr kurzer Zeit einen grossen Teil seiner lebendigen Kraft verliert. Dieser Verlust an lebendiger Kraft infolge der Reibung in der Atmosphäre

setzt sich aber in **Wärme** um, der Körper wird weiss glühend, schmilzt und verdampft teilweise, oder, wenn der Meteor klein genug ist, was meistens der Fall ist, so löst er sich ganz in Dampf auf und lässt einen Schweif von glühenden Dämpfen hinter sich zurück, daher das plötzliche Verschwinden derselben.

Was den Einfluss des **atmosphärischen Widerstandes** auf die Geschwindigkeit der Meteore anbetrifft, so findet Schiaparelli durch eine mathematische Untersuchung, dass der Geschwindigkeitsverlust bloss von der Luftmenge abhängt, mit welcher der Körper in seiner Bahn zusammentrifft, aber nicht von dem Gesetze, nach welchem die Luft bei Bezug auf ihre Dichte verteilt ist, und auch nicht von der Länge des durchlaufenden Weges. Aus dem Satze, dass der Luftwiderstand direkt proportional ist dem Quadrate der Geschwindigkeit des Meteors, folgt die merkwürdige, schon von Benzenberg erkannte Thatsache, dass die Bewegung der Meteore, wenn ihre Geschwindigkeit bedeutend abgenommen hat, nur noch zum kleinsten Teil von der Anfangsgeschwindigkeit abhängig ist, so dass die Geschwindigkeit unter übrigens gleichen Umständen, in derselben Höhe nur wenig verschieden ist. Durch Rechnung hat Schiaparelli gezeigt, dass von 2 Meteoren, von denen das eine mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 72 Kilometer, das andere mit einer solchen von nur 16 Kilometer in die Erdatmosphäre eindringt, das erstere in einer Höhe, wo der Luftdruck nur 1,508 mm beträgt, bereits $^{8}/_{9}$ seiner Geschwindigkeit und $^{80}/_{81}$ seiner lebendigen Kraft eingebüsst hat, während das zweite in den tiefern Regionen der Atmosphäre, wo der Druck 2,463 mm beträgt, nur $^{3}/_{4}$ von seiner Geschwindigkeit und $^{15}/_{16}$ seiner lebendigen Kraft eingebüsst hat. Es folgt also, dass das erste Meteor, das nicht so tief herabsteigt, wie das zweite, langsamer sich bewegende, doch 21 mal mehr an lebendiger Kraft verloren, d. h. in Wärme umgesetzt hat, als das zweite und dass die langsamer sich bewegenden Meteore tiefer herabsteigen als die raschen.

Hieraus ergibt sich der wichtige Schluss, dass die stärker leuchtenden Meteore durchschnittlich auch entfernter vom Erdboden sein müssen, als die weniger stark leuchtenden, welcher Schluss durch die Beobachtungen bestätigt wird.

Die **Wärmemenge,** welche bei der Bewegung des Meteors infolge des Luftwiderstandes durch Reibung erzeugt wird, kann nicht genau bestimmt werden, da man nicht weiss, ob die gesamte von dem Meteorkörper geleistete mechanische Arbeit in Wärme verwandelt wird

in einer anfänglichen Höhe von mindestens 157 km. um 5 Uhr 11 Min. mittlere Wiener Zeit und wurde fast in ganz Östreich beobachtet. Es zog in der Richtung über Torda, Hatzfeld, Kroatisch-Brod, Kamengrad (Bosnien); sein Hemmungspunkt lag in 39,7 km. Höhe über der «Krbava», 30 km. östlich Gospic. Nach der Hemmung sind heftige Detonationen sowohl in Kroatien als auch in Bosnien gehört worden, Meteorite wurden jedoch keine aufgefunden. Die von den Meteoriten in der Atmosphäre zurückgelassenen Dämpfe und Reste bildeten eine ungefähr 190 km. lange Rauchsäule, welche noch über eine Viertelstunde nach dem Falle sichtbar blieb. Der Ausstrahlungspunkt der Feuerkugel ergab sich in $113^{0},6 \pm 2^{0},6$ Rectasc. und $21^{0},7 \pm 2^{0},0$ nördlicher Declin.; der kosmische Ausgangspunkt in $78^{0},7$ Länge und $0^{0}.7$ südlicher Breite. Seine geocentrische Geschwindigkeit ergab sich aus 37 Dauerschätzungen zu 54,4 km. und hieraus seine heliocentrische Geschwindigkeit zu 63,7 km. oder 8,6 geographischen Meilen, entsprechend einer hyperbolischen Bahn mit der Halbaxe $a = 0,41$. Der kosmische Ausstrahlungspunkt liegt ganz nahe den Ausgangspunkten der Meteoriten von Orgueil und einiger detonierender Meteore, welche einerseits im November und Dezember, andrerseits im Mai und Juni beobachtet worden sind.

Prof. v. Niessl hat ferner die Bahn einer grossen Feuerkugel bestimmt, die am 7. Juli 1892 über Rumänien, Östreich und Italien zog (Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften Wien, Bd. C. II., Abtheilung II a.), wobei sich das merkwürdige Resultat ergab, dass der Meteorit im letzten Teil seiner Flugbahn zweifellos eine aufsteigende Bewegung ausgeführt hat. Bis dahin war noch kein einziger Fall dieser Art mit Sicherheit festgestellt, weil die Feuerkugeln meist so tief in die Erdatmosphäre eindringen, dass bereits eine Hemmung und Auflösung der Meteoritenkörper stattfindet, bevor sie ihre Erdnähe erreicht haben. Der Erlöschungspunkt lag über einer etwa 70 km. von der Tibermündung entfernten Stelle des tyrrhenischen Meeres in der grossen Höhe von 158 km. Der scheinbare Ausgangspunkt lag in $\alpha = 349^{0}$, $\delta = +8^{0}$, also $9^{1}/_{2}{}^{0}$ unter dem Horizont des Erlöschungspunktes. Die ganze beobachtete, mit der grossen Geschwindigkeit von 87 km. per Sekunde durchlaufene Bahnlänge beträgt ungefähr 1100 km.; die Erdnähe, in einer Höhe von 68 km., lag über Karakal in Rumänien. Wegen der grossen Höhe der ganzen Bahn war der Glanz der Feuerkugel nicht besonders gross und Detonationen wurden nirgends gehört; am Verlöschungspunkt scheint keine mit Zerspringen ver-

bundene Hemmung stattgefunden zu haben; die Meteormassen haben sich entweder durch das Glühen aufgelöst, oder es haben noch Reste unsere Atmosphäre wieder verlassen, um im Weltraum ihre hyperbolische Bahn um die Sonne weiter fortzusetzen.

Die Thatsache, dass die meisten Sternschnuppen erlöschen, bevor sie die Erdoberfläche erreichen, beweist, dass ihre Masse nur gering ist. Aus der durch Rechnung gefundenen Höhe und aus dem scheinbaren Glanz, verglichen mit demjenigen eines Planeten, lässt sich die Masse einer Sternschnuppe ungefähr berechnen; Herschel nimmt das mittlere, hypothetische Gewicht einer Sternschnuppe zu 5 Gramm, Schiaparelli dagegen nur zu 1 Gramm an. Da die Gesamtzahl der auf die Erde kommenden Sternschnuppen pro Tag auf ungefähr 100 Millionen geschätzt wird, so würde diese Zahl nach Herschels Annahme im Minimum ein tägliches Gewicht von 500,000 kg. repräsentieren; dabei sind die dem blossen Auge unsichtbaren, nur in Fernröhren sichtbaren und der kosmische Staub nicht mitgerechnet.

Solchen **kosmischen Staub,** Krykonit genannt, fand Nordenskiöld auf dem Inlandeise von Grönland, und am 5. November 1883 beobachtete **Karl Stolp** auf dem Paso de las damas, der Wasserscheide Chiles und Argentiniens, in einer Höhe von über 3000 m., direkt das Niederfallen von kosmischem Staub. (Verhandlungen des deutschen wissenschaftlichen Vereins, Santiago 1889, Bd. II, S. 42). Bei windstillem Wetter begann sich der frischgefallene Schnee mit einem feinen, rotbraunen Staube zu bedecken; das Fallen dieses Staubes dauerte eine halbe Stunde; die Sonne schien in vollem Glanze, und es war an ihr weder eine Verdunkelung, noch sonst irgend etwas Auffälliges zu bemerken. 10 m^2 des Schnees oberflächlich abgeschippt, in einem Kessel geschmolzen und eingedampft, ergaben nach dem Trocknen etwas über 2 Gramm eines rotbraunen Pulvers. Die chemische Analyse ergab 74,59 Eisenoxyd, 6,01 Nickeloxyd, 7,57 Kieselsäure, 2,9 Aluminium, 3,88 Magnesium und geringe Mengen von Kupferoxyd, Phosphorsäure, Schwefelsäure und Kalk. Ausser diesen sind noch verschiedene andere Meteorstaubfälle bekannt. Auf einer ähnlichen Erscheinung beruht vielleicht der in früheren Zeiten erwähnte **Blutregen.**

Unter den zur Erde gefallenen Meteoriten befinden sich neben kleineren Stücken auch grössere Massen, wahre Meteorfelsen. Der grösste bis jetzt gefundene ist der Block von Ovifak auf Grönland, der ein Gewicht von ca. 25,000 kgr. hat; sein meteorischer Ursprung

ist aber nicht vollkommen sicher; die Frage, ob er kosmischen oder tellurischen Ursprungs sei, ist noch unentschieden. Ihm am nächsten kommt der Meteorit von Durango (Mexiko), mit einem Gewicht von fast 20,000 kgr. und der von Bemdego in Brasilien mit 9600 kgr.; diese Meteormassen sind wahrscheinlich ursprünglich noch grösser gewesen. Das sog. „**Pallaseisen**" besteht aus einem Stück von 800 kgr.; dasselbe wurde im Jahre 1749 von einem Kosaken am Jenessei (Sibirien) auf einer der höchsten Spitzen eines Schiefergebirges gefunden, an einer Stelle, wo sich weit und breit kein Bergwerk befindet. Die Tartaren verehrten den Stein als ein vom Himmel gefallenes Heiligtum. Eine Beschreibung dieses Meteoriten gab im Jahre 1771 der Naturforscher Pallas; später wurden ca. 14 Zentner des Blockes nach Petersburg übergeführt. Der am 30. August 1887 mittags 12½ Uhr in Ochansk, Gouvernement Perm in Russland, gefallene Meteorit hatte ein Gewicht von 328 kgr.; derselbe übertrifft somit noch den grossen Knyahinyastein von 300 kgr., den grössten der bis jetzt aufbewahrten Meteoriten. Bemerkenswert ist noch die hohe Temperatur dieses Steines, er fiel nicht allein glühend herab, sondern er blieb nach seinem Eindringen in den Boden so heiss, dass er erst nach 4 Stunden ausgegraben werden konnte; es sind sonst nur wenige Beispiele von glühend gefallenen Meteoriten bekannt. Die Meteorsteinregen wurden bereits früher erwähnt. Neulich (1892) hat H. Bornitz ein Verzeichnis von 460 in Europa gefallenen Meteoriten herausgegeben mit Angabe der Fundorte und Fallzeiten; die Arbeit ist von einer Karte von Europa begleitet, in der die Fundorte eingetragen sind. Der älteste darin als bekannt angeführte Meteorit ist der von Aegos Potamos in Thracien vom Jahre 476 v. Chr. Ausser dem schon erwähnten Meteoriten von Hinterschwändi (1698) sind in diesem Verzeichnis noch drei Meteoritenfälle aus der Schweiz erwähnt, nämlich von Lugano am 15. März 1826, von Zuz (Graubünden) am 8. Dezember 1836 und von Melide (Tessin) vom 7. Juni 1879.

Die **chemische Analyse** der bis jetzt auf die Erde herabgefallenen Meteore zeigt eine grosse Übereinstimmung derselben, und alle ihre Bestandteile sind auch auf der Erde vorhanden. Meistens bestehen sie aus metallischem Eisen, dem stets Nickel beigemengt ist, vermischt mit verschiedenen Kieselverbindungen, besonders Olivin und Augit. Überdies fand man noch Sauerstoff, Wasserstoff, Aluminium, Magnesium, Calcium, Natrium, Kalium, Mangan, Titan, Blei, Lithium, Strontium, Schwefel, Phosphor und Kohlenstoff. E. Weinschenk und E. Cohen

haben bei der Analyse einer beträchtlichen Anzahl von meteorischen Eisenmassen gefunden, dass Kupfer ein konstanter, aber nur in sehr geringen Mengen auftretender Bestandteil des Meteoreisens ist, während Arsen fehlt.*)

Nach **Gustav Rose** unterscheidet man 2 Arten von Aërolithen: **Eisenmeteorite,** die durch ihren Eisen- und Nickelgehalt ausgezeichnet sind und **Steinmeteorite,** die als wesentlichen Bestandteil Kieselsäure, Thonerde und Kalk enthalten.

Manche, oder sehr wahrscheinlich alle Meteorite, enthalten gewisse Gase eingeschlossen, besonders Wasserstoff, Kohlensäure und Kohlenoxyd, die durch Erhitzen im luftleeren Raum frei werden, und zwar enthalten:

Die Eisenmeteorite: Kohlensäure, Kohlenoxyd und Wasserstoff; die beiden letzten bilden den Hauptbestandteil.

Die Steinmeteorite: Kohlensäure, Kohlenoxyd, Wasserstoff und Kohlenwasserstoff.

Die Steinmeteorite ergeben ein bedeutend grösseres Gasvolumen als die ersteren, Hauptbestandteil ist Kohlensäure, mehr als die Hälfte des gesamten Volumens, dann folgt Wasserstoff. Wright betrachtet die Entwicklung so grosser Mengen von Kohlensäure als charakteristisch für die Steinmeteore. Dr. Flight hat in einem frisch gefallenen Meteorstein auch Stickstoff gefunden.

Die von den Meteoriten eingeschlossenen Gase können nach übereinstimmenden Ansichten nicht während der sehr kurzen Zeit des Fallens durch die Erdatmosphäre in dieselben eingedrungen sein. denn ein Hauptbestandteil der eingeschlossenen Gase ist Wasserstoff, der in unserer Atmosphäre nur in sehr geringer Menge vorkommt. Hervorzuheben ist, dass diese Gase der Meteoriten Spektra zeigen, die mit den drei hellen Banden des Kometenspektrums übereinstimmen. Aus diesen Beobachtungen folgt daher, dass der **Kometenkern** genau dieselben Gase enthält, welche man in den Meteoriten eingeschlossen gefunden hat, nämlich Kohlenstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff und ihre Verbindungen.

Noch zu erwähnen sind die bei einzelnen Meteoriten entdeckten charakteristischen, sog. **Widmannstättenschen Figuren**; es bestehen diese aus einer Menge sich unter verschiedenen Winkeln kreuzender, mathematisch-regelmässiger Linien und feiner Adern im Innern des

*) Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums in Wien 1891, 6, und 1892, 7.

Meteoriten, die zuerst im Jahre 1808 von Widmannstätten in Wien entdeckt wurden, als er eine polierte Schnittfläche des Agramer Eisenmeteoriten mit Salpetersäure behandelte; sie werden daher nach ihm benannt.

Einige Meteoriten haben sich merkwürdigerweise als **kohlehaltig** erwiesen. Einer dieser Art ist der am 14. Mai 1864 bei dem Dorfe Orgueil in Frankreich niedergefallene Aërolith. Man fand etwa 20 Bruchstücke desselben; an ihrer schwarzen Rinde kann man deutlich unterscheiden, dass nicht alle diese Fragmente einem einzigen Körper angehört haben, sondern, dass verschiedene davon selbständige Begleiter der Hauptmasse waren. Der Chemiker **Cloëz** fand in diesem Meteoriten 7,41 Teile Huminsubstanz und zwar in 100 Teilen 63,45 Kohlenstoff, 5,98 Wasserstoff und 30,57 Sauerstoff, und übereinstimmend damit fand **Pisani** 13,89 Teile Wasser und organische Substanz in demselben.

Im Jahre 1834 fand **Berzelius** in dem am 15. März 1806 bei St. Etienne de Lolm in der Nähe von Alais gefallenen Meteoriten eine organische, im Wasser lösliche Masse, die beim Erhitzen sich bräunte und etwas schwarze Kohle zurückliess. **Roscoë** hat bei einer spätern Untersuchung eines Stückes desselben Meteoriten die Resultate von Berzelius bestätigt.

Am 13. Oktober 1838 fielen unter grossem Donnergetöse bei Bokkeveld in der Kapkolonie eine Anzahl Meteorsteine, die nach den Untersuchungen von **Harris** Kohlenstoff und eine bituminöse Masse enthalten. Die letztere wurde aus dem Meteorstein durch siedenden Alkohol ausgezogen und erwies sich als eine gelbliche, harz- oder wachsähnliche Substanz, die beim Erhitzen in einer Röhre leicht schmilzt und dann unter Abscheidung von schwarzer Kohle und Entwicklung eines stark bituminösen Geruches zersetzt wird.

Am deutlichsten hat sich der am 15. April 1857 bei Kaba, südwestlich von Debreczin, gefallene Meteorstein als Träger eines organischen Gebildes verraten. Derselbe besteht seiner Zusammensetzung nach aus Kieselsäure, Eisenoxydul, Magnesia, Thonerde, Magnetkies, Eisen, Nickel und etwas Kupfer. Bei sorgfältiger Untersuchung des Steins fand aber **Wöhler** noch eine geringe Menge einer farblosen, nicht deutlich krystallinischen Substanz, die beim Erhitzen in einer Röhre schmolz und dann unter Verkohlung sich zersetzte, beim Erhitzen an der Luft sich aber in weissen Dämpfen verflüchtigte. Auch bei späteren Untersuchungen dieses Meteoriten versicherte sich Wöhler,

dass derselbe ausser freier Kohle noch eine kohlenstoffhaltige Substanz enthält, welche sich mit siedendem Alkohol ausziehen lässt, leicht schmilzt und mit sog. Bergwachsarten (Ozokerit, Scheererit) Ähnlichkeit zu haben scheint und ohne Zweifel organischen Ursprungs ist. Vielleicht ist diese nur ein Rest von ursprünglich in dem Meteoriten enthaltenen Organismen, die in dem Momente des Glühens beim Durchgang durch unsere Atmosphäre unter Abscheidung von Kohle sich zersetzten.

Dieses Vorkommen von organischer Substanz in Meteorsteinen gab Anlass zu der von **Tyndall** aufgestellten Hypothese, dass die Urlebenskeime von höher entwickelten Gestirnen durch Meteoriten auf unsere Erde verpflanzt worden seien.

Eine höchst merkwürdige Erscheinung ist das Vorkommen von **Diamanten** in Meteoriten. Erst seit 1887 hat man in Meteorsteinen Diamanten entdeckt; so fanden Brezina und Weinschenk in dem Meteoriten von Arva in Ungarn wirklichen Diamantkohlenstoff; ferner fand man in dem am 4. September 1886 bei Nova Urci in Russland gefallenen Meteoriten, welcher vorwiegend aus Nickeleisen und Magnesiumsilikaten, darunter viel Olivin, besteht, ungefähr 1 % eines feinen schwarzen Staubes von der Härte und der chemischen Zusammensetzung des Diamanten. Dass aber auch im Meteoreisen Diamanten vorhanden sein könnten, schien völlig ausgeschlossen, jetzt ist aber auch ein solcher Fall bekannt. Im März 1891 glaubte man nämlich in Arizona, 16 km. südöstlich von Cañon Diablo, auf eine Ader gediegenen Eisens gestossen zu sein und sandte Proben davon an den Geologen **Foote.** Derselbe erkannte, dass es sich um Meteoreisen handle und ging an Ort und Stelle. Der Fundort liegt am Fusse einer kreisförmigen, aus Sand- und Kalksteinen gebildeten Erhebung, die den Namen Crater mountain führt. Dieser Berg ist 132 m. hoch und hat auf dem Gipfel eine 1—2 km. im Durchmesser haltende, ziemlich steile Vertiefung, die 15—20 m. unter das Niveau der umgebenden Ebene abstürzt und einen sehr deutlichen Krater bildet. Von vulkanischen Gesteinen wurde aber trotz eifrigster Nachforschungen keine Spur gefunden. Dagegen entdeckte man, meist an der Basis des Kraters, mehrere grössere und kleinere Massen Meteoreisen, später sogar Stücke von $4^1/_2$ bis $5^1/_2$ Zentnern Gewicht und ausserdem mehr als 130 andere im Gewicht von 2—3 kgr. Eine Anzahl wurde durch Nachgrabungen aufgefunden, und auch die 3 grössten Stücke waren mit Erde und Gras bedeckt. Diese Schilderung legt den Gedanken nahe, dass diese krater-

förmige Höhlung durch Aufschlagen einer sehr grossen meteorischen Masse auf den Erdboden entstanden sein möchte, also durch einen Vorgang, ähnlich demjenigen, durch welchen verschiedene Forscher die Bildung der grossen Mondkrater erklären wollen. (Jahrbuch der Astronomie und Geophysik, herausgegeben von Dr. H. J. Klein, Jahrgang 1892). Ein Stück des Meteoreisens wurde von König untersucht, der über seine Arbeit der letzten Versammlung amerikanischer Naturforscher einen vorläufigen Bericht vorlegte. Nach demselben erwies sich das Meteoreisen beim Durchschneiden sehr hart; im Innern fand sich eine Höhle, in welcher sich neben Körnchen von schwarzer, amorpher Kohle, kleine schwarze Diamanten vorfanden, die Korund mit der grössten Leichtigkeit ritzten; durch Behandeln mit Säure kam auch ein farbloser Diamantkrystall von $^1/_2$ mm. Länge zu Tage. Ausserdem fand man Troilit und Daubreilit; die Masse enthielt 3 % Nickel. Auch andere Forscher (Friedel in Paris und Moissan) fanden in dem Meteoriten von Cañon Diablo ausser schwarzen auch farblose Diamanten, allerdings nur Partikelchen von mikroskopischer Kleinheit.

Es wurde schon längere Zeit vermutet, dass die Entstehung des Diamanten mit vulkanischen Erscheinungen, mit Vorgängen, welche sich bei höherer Temperatur und hohen Drucken in den tieferen Schichten der Erde abspielten, verknüpft sei; schon vor 18 Jahren hat Mejdenbauer die Behauptung aufgestellt: «Der Diamant kann nur kosmischen Ursprungs sein, und zwar ist er sowohl zugleich mit dem Urgesteine entstanden, wie auch als Meteorit in späteren Perioden der Erdbildung niedergefallen. Eine sachgemässe Untersuchung an den Fundorten würde geeignet sein, ein helles Licht auf diesen dunkeln Punkt zu werfen.» Das Vorhandensein von Diamanten in Meteoriten hat sich nun in den letzten Jahren glänzend bestätigt.

In neuester Zeit sind nun von E. Cohen, Winklehner und C. Lewis geologische Untersuchungen angestellt worden über die im Jahre 1867 entdeckten Diamantlagerstätten in Südafrika und diese deuten darauf hin, dass das ursprüngliche Auftreten des Diamanten wirklich an plutonische Erscheinungen geknüpft ist. Auch der französische Gelehrte Daubrée glaubt, dass das an Magnesiasilikaten reiche Muttergestein des Diamanten in Südafrika eruptiver Natur sei; auch er ist der Ansicht, dass der Diamant, zusammen mit dem ihn bergenden Eruptivgestein dem Erdinnern entstamme.

In der Häufigkeit der Sternschnuppen macht sich eine **jährliche** und eine **tägliche** oder **stündliche Variation** bemerkbar.

chon Brandes (1827) und Herrick (1838 Nord-Amerika) hatten darauf ingewiesen, dass die Häufigkeit der sporadischen Sternschnuppen von bend gegen Morgen zuzunehmen scheine, aber die wirkliche Existenz ner solchen täglichen Periode oder stündlichen Variation wurde erst rch **Coulvier-Gravier** (Paris 1847) nachgewiesen und diese wichtige ntdeckung, dass die meisten Sternschnuppen für jeden Beobachtungs-t, ohne Unterschied in Bezug auf die geographische Länge, um 6 hr morgens sichtbar werden, wurde später von **Schmidt** in Athen, . **Wolf** in Zürich u. a. bestätigt. Gestützt auf zwölfjährige, zahlreiche eobachtungen fand Coulvier-Gravier von 6 Uhr abends bis 6 Uhr orgens im Mittel folgende stündliche Häufigkeitszahlen:

3,3 3,5 3,7 4,0 4,5 5,0 5,8 6,4 7,1 7,6 8,0 8,2

Jul. Schmidt fand aus 10jährigen, im ganzen aus 2840 stünd-chen Beobachtungen (Berlin 1852) der Reihe nach die Häufigkeits-hlen:

5,3 5,7 6,7 7,9 9,5 11,6 14,1 16,3 17,9 18,2 18,7 14,9

Auch die von **Brandes** hervorgehobene Thatsache, dass die ernschnuppen im Herbst viel häufiger gesehen werden als im Früh-ng, wurde durch diese Zählungen bestätigt. Schmidt hat aus 27jäh-gen Bestimmungen für die 12 Monate Januar bis Dezember folgende ittlere stündliche Häufigeitszahlen gefunden, **ohne** Berücksichtigung r Sternschnuppenregen:

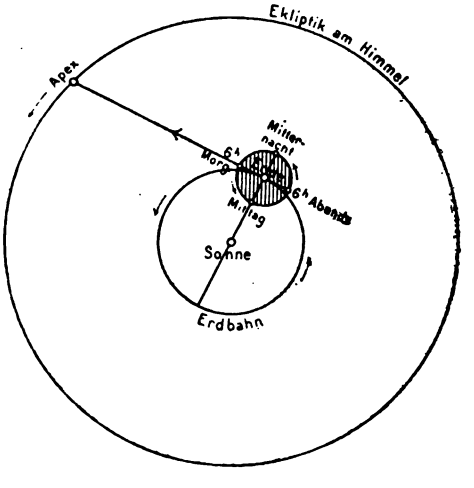
13,1 6,4 10,7 11,6 8,7 9,4 18,3 25,0 11,7 18,1 16,6 18,0

Es besteht also auch eine jährliche Variation in der Häufigkeit r Meteore.

Auch in Bezug auf die Himmelsrichtungen fand Coulvier-Gravier ne ungleiche Verteilung der Sternschnuppen. Die zahlreichsten eteore kommen stets aus Ost, die wenigsten aus West, während id und Nord eine mittlere Zahl aufweisen, welches Resultat von chmidt bestätigt wurde.

Diesen Beobachtungsresultaten muss sich jede Theorie der Stern-hnuppen anpassen, wenn sie auf Richtigkeit Anspruch machen will, id gerade hier zeigte sich früher die grösste Schwierigkeit für die **osmische Theorie** der Meteore. Erst durch die vereinigten Ar-eiten von **Herrick** und Professor **Newton** (New Haven) und nament-ch durch die scharfsinnigen Untersuchungen **Schiaparellis** gelang , diese tägliche und jährliche Häufigkeitsperiode zu erklären und erhaupt die ganze Erscheinung in ihren Hauptzügen klar zu machen.

Um den Einfluss der Bewegung der Erde auf die Häufigkeit der Meteore zu untersuchen, denken wir uns die Erde mitten in einem überall gleich dichten Haufen kleiner Körperchen, Meteore, stille stehend; so werden wir von jedem Punkt aus nach jeder Richtung nahezu gleich viele Körperchen zu sehen glauben, und jeder Ort der Erdoberfläche würde gleichmässig von ihnen getroffen. Dasselbe würde auch noch stattfinden, wenn sich die Erde um ihre Axe drehte. Würde aber die Erde mit einer viel grössern Geschwindigkeit durch den Raum fliegen, als dies bei den Meteoren des Schwarmes der Fall ist, so würde offenbar nur die vordere Halbkugel, die in der Richtung liegt, nach welcher sich die Erde bewegt, von Meteoren getroffen werden können. Bezeichnet man nun mit Schiaparelli denjenigen Punkt, in welchem die verlängerte Richtung der Erdbewegung die Himmelskugel trifft, den **Apex**, so werden unter den eben angenommenen Verhältnissen für jeden Punkt der Erdoberfläche nur dann Sternschnuppen sichtbar sein können, wenn der Apex über dem Horizont dieses Ortes liegt. Ist die Bewegung der Erde durch den Raum nicht viel grösser, gleich oder sogar noch geringer, als jene der Meteore, die sich nach verschiedenen Richtungen bewegen, so werden Sternschnuppen zu jeder Zeit sichtbar sein können, aber ihre grösste Häufigkeit wird für jeden Ort doch immer dann eintreten, wenn der Apex am höchsten über dem Horizont steht, wenn er kulminiert. Das Verhältnis der Häufigkeit der Sternschnuppen in den verschiedenen Stunden der Nacht ist nun, wie leicht einzusehen, abhängig von dem Verhältnis der Geschwindigkeit der Erde zur mittleren Geschwindigkeit der Sternschnuppen.



Hat man das erstere durch Beobachtung bestimmt, so kann man das letztere berechnen. Schiaparelli hat diese Rechnung im Jahre 1866 durchgeführt und gefunden, dass die mittlere Geschwindigkeit der Sternschnuppen 1,455 mal grösser ist, als diejenige der Erde, also sehr wenig von der parabolischen Bewegung abweicht.

Weil die Erde sich in einer annähernd kreisförmigen Bahn

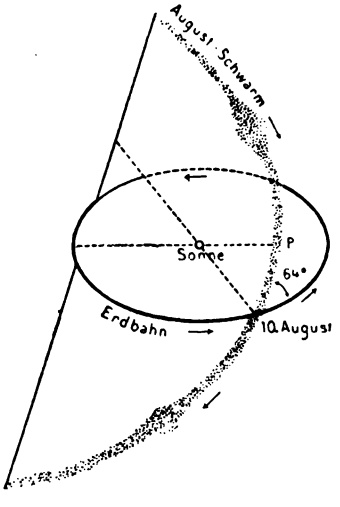
um die Sonne bewegt, so liegt der Ort des Apex für jeden Erdort annähernd um 90° **westlich** von der Sonne auf der Ekliptik, der Abstand schwankt während des Jahres zwischen 89°2′ und 90°58′. Daher kommt der Apex gegen Mitternacht über den Horizont, geht auf, erreicht gegen 6 Uhr morgens für jeden Ort seinen höchsten Stand im Meridian (obere Kulmination), geht gegen Mittag unter und erreicht um 6 Uhr abends seinen tiefsten Stand unter dem Horizonte (untere Kulmination). Im Sommer können daher in unsern Breiten keine Sternschnuppen beobachtet werden zur Zeit der beiden Kulminationen des Apex, weil es um 6 Uhr morgens und abends hell ist, wohl aber im Winter.

Weil der Apex gegen 6 Uhr morgens für jeden Ort kulminiert, so erklärt sich zunächst die durch die Beobachtung entdeckte Erscheinung, dass die Häufigkeit der Meteore gegen 6 Uhr morgens ein Maximum erreicht. Aber noch mehr, es lässt sich auch die verschiedene Häufigkeit der Meteore, die aus verschiedenen Himmelsrichtungen kommen, erklären. Von 6 Uhr morgens (obere Kulmination) bis 6 Uhr abends (untere Kulmination) befindet sich der Apex beständig auf der westlichen Hemisphäre des Himmels, daher muss am Tage die vorherrschende Richtung der Sternschnuppen eine **westliche** sein. Während der Nacht dagegen befindet sich der Apex stets auf der östlichen Halbkugel des Himmels, daher müssen nachts die meisten Meteore aus **Osten** kommen, was mit der Beobachtung übereinstimmt.

Weil der Apex auf der Ekliptik immer um 90° westlich von der Sonne entfernt liegt, so hat derselbe die grösste nördliche Deklination zur Zeit des Herbst- und die grösste südliche Deklination zur Zeit des Frühlingsäquinoktiums, in den beiden Solstitien ist sie Null. Der Apex befindet sich also in der Zeit vom Sommer- bis zum Winter-Solstitium auf der nördlichen Hemisphäre, sein Tagbogen ist also grösser, d. h. er befindet sich länger über dem Horizonte der Erdorte unserer Breiten, als in der übrigen Zeit vom Winter- bis zum Sommer-Solstitium, während welcher sich der Apex auf der südlichen Halbkugel des Himmels befindet.

Hieraus folgt unmittelbar, dass im ersteren Zeitraum, im Herbst, wenn der Apex sich länger über unserm Horizonte befindet, mehr Meteore sichtbar sein müssen, als im zweiten Zeitraum, im Frühling. Damit ist auch die jährliche Variation der sporadischen Sternschnuppen erklärt.

Der **Sternschnuppenschwarm**, der **Perseïden**, der **Auguststrom**, im Volksmund auch **Laurentiusstrom** genannt (weil am 10. August der Namenstag des Märtyrers des heiligen Laurentius gefeiert wird) zeigt sich alljährlich und erreicht seine grösste Intensität am 10. August und zwar an den einzelnen aufeinander folgenden Jahren mit verschiedener Stärke. Hieraus folgt, dass die kleinen Körperchen, die diesen Schwarm bilden, in einem geschlossenen elliptischen Ringe die Sonne umlaufen, und die Erde jedes Mal am 10. August an der Stelle sich befindet, wo dieser Ring die Erdbahn kreuzt. Ferner folgt aus der jährlich ungleichen Intensität, dass nicht alle Stellen des Ringes gleich dicht mit Meteoren besetzt sind, dass er dichtere und lockere, vielleicht sogar leere Stellen hat. Die Perseïden werden schon 1762 von Musschenbrœk erwähnt, aber es gelang erst Quetelet (circa 1850), die allgemeine Aufmerksamkeit auf diesen Strom zu lenken. Seither wurde er ziemlich regelmässig beobachtet, und es gelang sogar, denselben rückwärts bis ins 9. Jahrhundert zu verfolgen. Trotz dieser langen Beobachtungszeit ist es noch nicht gelungen, die Umlaufszeit dieses Auguststernschnuppenschwarmes mit Sicherheit zu bestimmen, die einzelnen Angaben weichen stark von einander ab, von 8 (Greg) bis zu 108 Jahren (Schiaparelli), der Hauptradiationspunkt des Auguststromes liegt im Mittel in $\alpha = 44^0$ Rectasc. und $\delta = 55^0$ Declination, nahe bei β Persei; derselbe verschiebt sich von Jahr zu Jahr. Die stündliche Häufigkeit schwankt zwischen etwa 30 (1867) und 150 (1863); im Jahre 1893 stieg die stündliche Anzahl sogar auf etwa 200. Nach den Berichten des Pater **Denza** wurden 1893 an einigen italienischen Stationen in der Nacht des 10. zum 11. August neben aussergewöhnlich zahlreichen Sternschnuppen auch mehrere Feuerkugeln beobachtet.



Der Neigungswinkel der Bahn der Perseïden gegen die Erdbahn beträgt 64° 3′, und die grosse Axe der Bahnellipse ist 50 mal so gross als der mittlere Radius der Erdbahn, beträgt also etwa 1000 Millionen Meilen. Die Bewegung der Meteoriten in dieser Bahn ist derjenigen der Erde entgegengesetzt, der Augustschwarm ist **rückläufig.**

Der **Sternschnuppenschwarm** der **Leoniden** oder **Novemberstrom**, der gegenwärtig am 12. und 13. November mit der grössten Intensität in Sicht kommt, ist am längsten und besten bekannt. Er wurde zuerst am 12. November 1799 von Alexander von Humboldt zu Cumana in Venezuela beobachtet. Früh morgens vor Sonnenaufgang sah er 4 Stunden lang Tausende von Sternschnuppen den Himmel durchziehen; sie schossen in ganzen Garben hernieder und boten den Anblick eines feurigen Regens. Sämtliche liessen einen leuchtenden Schweif von 5 bis 10° Länge zurück, die meisten verschwanden ohne Funkensprühen, andere schienen zu bersten und noch andere hatten einen grossen glänzenden Kern, aus dem Funken sprühten.

Am 12. November 1833 wiederholte sich dieselbe Erscheinung, die Sternschnuppen fielen so dicht, dass Arago während 3 Stunden ihre Anzahl auf wenigstens 240,000 für seinen Beobachtungsort schätzte. Ebenso grossartig stellte sich die Erscheinung im Jahr 1866 ein und wurde von zahlreichen Beobachtern genau verfolgt. Aber auch rückwärts können die Meteorschauer der Leoniden in alten Aufzeichnungen bis in das 10. Jahrhundert verfolgt werden.

Der Schwarm des 12. und 13. November tritt nach je 33 Jahren mit einem Maximum an Intensität auf und jedesmal 3 Jahre nach einander mit abnehmender Stärke; in der Zwischenzeit ist die Anzahl der Sternschnuppen dieser Epoche unbedeutend. Das Datum rückt, wie schon erwähnt, successive vorwärts, in einem Jahrhundert um 3 Tage. Es ist bereits gelungen, die Hauptverhältnisse dieses Schwarmes ziemlich sicher fest zu stellen. Die Meteore desselben, die sich ebenfalls in einer langgestreckten Ellipse um die Sonne bewegen, sind nicht über die ganze Bahn zerstreut, wie die Perseïden; sie bilden also keinen geschlossenen Ring, sondern eine dichte, nur wenig in die Länge gezogene Meteorwolke, die $33\frac{1}{4}$ Jahr zu ihrem Umlauf um die Sonne braucht und welche die Erdbahn an derjenigen Stelle durchschneidet, an welcher die Erde gegen den 13. November sich befindet. Die Neigung der Bahnebene der Leoniden gegen die Erdbahn

beträgt 17° 44′, der Strom ist ebenfalls **rückläufig**, die grosse Axe der Bahnellipse ist etwa 10,34 mal so gross, als der Durchmesser der Erdbahn, also circa 410 Millionen Meilen, die Excentricität $\varepsilon = 0{,}90$. Der Radiationspunkt liegt im Mittel nach den Bestimmungen von Schmidt und Heis in $\alpha = 149°$ und $\delta = 26°$ im Löwen. Der nächste grosse Sternschnuppenregen der Leoniden wird am 12. und 13. November 1899 eintreten.

Bemerkenswert ist, dass gewisse Radianten sich gruppenweise in verschiedenen Himmelsregionen ansammeln und die Zeiten, zu welchen die zu derselben Gruppe gehörigen Meteorschwärme ein Maximum an Sternschnuppen liefern, nur wenig auseinander liegen und sich meist über einige Wochen ausdehnen. Es scheint hiernach, dass gewisse Radianten einem gemeinsamen System von Meteorströmen angehören, da die erwähnte Gleichzeitigkeit wohl nicht zufällig ist.

Die wichtigsten Radianten, welche die meisten Meteore liefern, haben nur eine kurze Thätigkeitsdauer. **W. Fr. Denning**, Astronom in Bristol, hat nach seinen Beobachtungen die folgenden 9, welche die meisten Sternschnuppen liefern, zusammengestellt; sie sind für die Epoche 1890 berechnet und enthalten auch die beiden Hauptströme. Man hat ihnen nach dem Sternbilde, in welchem der Radiant liegt, einen Namen gegeben:

Schwärme	Thätigkeitsdauer	Maximum der Thätigkeit	Ort des Radianten: Rectasc.	Declin.	Entdecker
Quadrantiden	28. Dez.—4. Jan.	2. Januar	229°,8	+52°,5	Heis
Lyriden	16. April—22. April	20. April	269,7	+32,5	Herrick
η Aquariden	30. April—6. Mai	6. Mai	337,6	— 2,1	Tupmann
δ »	23. Juni—25. Aug.	28. Juli	339,4	−11,6	Quetelet
Perseïden	11. Juli—22. Aug.	10. August	45,9	+56,9	Musschenbrœk
Orioniden	9.—29. Oktober	18. Oktober	92,1	+15,5	Schmidt
Leoniden	9.—17. November	13. Novemb.	150,0	+22,9	Humboldt
Andromediden	25.—30. November	27. Novemb.	25,3	+43,8	Brandes
Geminiden	1.—14. Dezember	10. Dezemb.	108,1	+32,6	Greg

Neulich hat nun derselbe unermüdliche Meteorforscher F. Denning ein **Verzeichnis von 918 Radiationspunkten von Sternschnuppen** veröffentlicht. (Monthly Notices 50 Nr. 7 1889). Derselbe hat seit 1866 die Bahnen von beinahe 10,000 Meteoren in Sternkarten eingetragen und daraus die Radianten bestimmt. Ein bemerkenswertes

Resultat seiner Beobachtungen ist der Nachweis einer verhältnismässig grossen Zahl von Meteorschwärmen aus bestimmten Radianten, welche **längere Zeit** andauern, als die Theorie anzunehmen gestattet, die Wochen und selbst Monate hindurch Meteore aussenden, während die Erde einen Meteorstrom, selbst wenn derselbe einen Querschnitt von einer Million Meilen hätte, in 3—4 Tagen durchsetzen würde. Einige wenige Radianten bewegen sich rasch unter den Sternen fort, während andere stationär bleiben. Die Perseïden, sagt Denning, beginnen sicher schon am 8. Juli zu fallen aus einem Radianten in $\alpha = 3^0$, $\delta = +49^0$, und sie setzen erst aus am 22. August, wenn ihr Radiant 78° Rectasc. und + 58° Declination passirt hat; am 10. August zur Zeit des Maximums liegt der Radiant in $\alpha = 46^0$, $\delta = +57^0$, entsprechend dem des Kometen III 1862. Die Lyriden des April besitzen einen Radianten, der seinen Ort am Himmel während ihrer nur 6 tägigen Dauer ändert, während der Radiant der Orioniden des Oktobers keine Spur einer Wanderung zeigt; derselbe bleibt während der dreiwöchentlichen Thätigkeitsdauer (9—29. Oktober) unverändert an seiner Stelle in $\alpha = 92^0$, $\delta = 15^0$.

Die Thatsache der **langen Thätigkeitsdauer** gewisser stationärer Radianten hat **Denning** zuerst im Dezember 1884 veröffentlicht, und seither wurde ihm dieses Resultat durch mehr als 5000 Beobachtungen bestätigt. Als einen Beweis für die lange Dauer gewisser stationärer Radiationspunkte gibt Denning ein Verzeichnis von 45 solchen Punkten. Unter diesen befindet sich der Radiant, dessen mittlere Lage $\alpha = 47^0$, $\delta = 44^0$ ist, der dem Meteorstrom zwischen α und β Persei angehört. Die Thätigkeit desselben erstreckt sich über die Zeit vom 20. Juli bis 12. März, also über volle 234 Tage.*)

Diese von Denning gefundene merkwürdige Erscheinung, dass es Sternschnuppenschwärme gibt, welche drei Monate und länger aus demselben Punkt des Himmels ausstrahlen, wurde erst in neuerer Zeit erklärt. **Tisserand** hat hierüber eine mathematische Erklärung gegeben,**) zunächst für die Meteore, welche ihren Radianten in der Nähe von β Trianguli haben, welche nach Denning vom 16. Juli bis 14. November von dort ausstrahlen, indem er zu dem Ergebnis gelangt, dass dieselben nicht einem und demselben Schwarm angehören können, weil sonst ihre Bewegung bald rechtläufig, bald rückläufig sein müsste. Wahrscheinlich haben **verschiedene** Meteorschwärme ihre Radiations-

*) Jahrbuch der Astronomie und Geophysik von Klein 1890.
**) Comptes rendus 109, 1882.

punkte nahe bei β Trianguli, die in der Zeit von Mitte Juli bis Mitte November nacheinander aus denselben Meteore ausstrahlen; in der Zwischenzeit vermischen sich die einzelnen Erscheinungen und stellen gleichsam stabile Radiationen her. Analog wird es sich in andern Fällen lang dauernder Radianten verhalten. Diese Erklärung wird neuestens von dem schon erwähnten bekannten Meteorforscher Professor von Niessl durch Untersuchungen über die Bahnen verschiedener Feuerkugeln bestätigt.*)

Dr. Neumayer und von Niessl haben die wichtige Thatsache entdeckt, dass es auch für die Meteoriten und Feuerkugeln feste Radiationspunkte gibt, die von Zeit zu Zeit thätig werden, und dass diese Radianten mit gut ermittelten Sternschnuppenradianten fast immer gut übereinstimmen. Obgleich also die Meteoriten und Feuerkugeln nur vereinzelt auftreten, so stimmen sie doch darin mit den Sternschnuppen überein, aus bestimmten Punkten des Himmels herzukommen und zwar aus solchen Radianten, die auch Sternschnuppen liefern. Das nämliche hat **Denning** auch für die Boliden nachgewiesen. Diese treten häufiger auf, als die eigentlichen Feuermeteore, deshalb konnten für dieselben mehr Radianten festgestellt werden. Aus diesen Thatsachen folgt wieder der wichtige Schluss, dass zwischen Sternschnuppen, Boliden, Feuerkugeln und Meteoriten kein unterscheidendes Merkmal vorhanden ist.

Seit dem grossartigen Sternschnuppenregen des Jahres 1833 sind schon verschiedenartige Hypothesen aufgestellt worden, um das Wesen der Meteorerscheinungen zu erklären. Schon **Chladni, Morstadt** (Prag 1838), **von Reichenbach, Daniel Kirkwood** (Philadelphia) und **d'Arrest** vermuteten eine gewisse Beziehung zwischen Kometen und Sternschnuppenschwärmen. Aber erst **Schiaparelli** fasste alle bis dahin bekannten Erscheinungen zusammen und zeigte, dass zwischen Kometen und Sternschnuppenschwärmen ein inniger Zusammenhang besteht. Dass die absolute Geschwindigkeit, mit welcher die Meteore der Erdatmosphäre begegnen, sehr nahe die einer parabolischen Bewegung entsprechende ist, hatte Schiaparelli schon früher gefunden, nun zeigte er, dass sowohl die Kometen, als auch die Sternschnuppenschwärme in gleichartigen, lang gestreckten Kegelschnitten um die Sonne laufen, dass manchmal in einem Teile einer solchen Bahn ein Komet und an einer andern Stelle derselben Bahn ein Sternschnuppenschwarm sich bewegt, und dass sehr wahrscheinlich die Sternschnuppen das Produkt der Zerstreuung von Kometenmaterie sind.

*) Jahrbuch der Astronomie 1891, II. Jahrgang.

Um die Übereinstimmung der Bahnen gewisser Sternschnuppenschwärme mit Kometenbahnen zu finden, hat Schiaparelli die Bahnen einiger Schwärme berechnet und mit bekannten Kometenbahnen verglichen. Die erste Berechnung führte er 1866 an dem Augustschwarm, den Perseïden aus, indem er die Bahn, entsprechend ihrer Bewegung, als Parabel voraussetzte. Schiaparelli nahm dabei als Radiationspunkt derselben nach Alex. Herschel den Punkt von 44° Rectasc. und 56° nördlicher Deklin. des Himmels an, und als Augenblick des Durchgangs der Meteorwolke durch die Ebene der Erdbahn im Jahre 1866 den 11. August morgens 6 Uhr. Die Dauer der Umlaufszeit bestimmte er aus einer Anzahl aussergewöhnlich glänzender Erscheinungen der Augustmeteore, die er den Katalogen von Quetelet und Ed. Biot entnahm und fand sie zu 108 Jahren, doch ist dieselbe sehr unsicher. Schiaparelli fand eine grosse Übereinstimmung der Bahnelemente des Augustschwarmes mit denjenigen des von **Oppolzer** im Sommer 1862 beobachteten Kometen III; die Bahnelemente der Perseïden von Schiaparelli und diejenigen des Kometen III 1862 von Oppolzer berechnet, nebeneinander gestellt, sind nämlich:

	Für den Augustschwarm	Für den Kometen III 1862
Durchgang durch das Perihel	Juli 23,62 (1866)	Aug. 22,9 (1862)
Länge des Perihels	343° 38′	344° 41′
Länge des aufsteigenden Knotens	138° 16′	137° 27′
Neigung der Bahn gegen die Eklipt.	64° 3′	66° 26′
Periheldistanz	0,9643	0,9626
Umlaufszeit	108 Jahre	121,5 Jahre
Bewegung	rückläufig	rückläufig.

Aus den obigen Bahnelementen ergibt sich die relative Geschwindigkeit, mit welcher die Augustmeteore der Erde begegnen; zu 8 Meilen, ziemlich übereinstimmend mit dem durch Alex. Herschel aus Beobachtungen gefundenen Werte von 7,5 Meilen. Die obigen Elementensysteme zeigen nur eine geringe Abweichung von einander; dieser Unterschied rührt daher, dass sich der Radiationspunkt und der Knoten der Perseïden nur ungenau angeben lässt. Grössere Abweichung zeigen die Umlaufszeiten, weil eben dieses Element sich in beiden Bahnen nur unsicher bestimmen lässt; sie ist deshalb ohne grosse Bedeutung. Der Komet III 1862 ist also nichts anderes, als eine dichtere Stelle des seit über 1000 Jahren bekannten Meteorstromes der Perseïden.

Für den **Novemberschwarm, die Leoniden,** wurde durch die Rechnungen von Schiaparelli, Oppolzer, Peters und Le Verier, der erzeugende Komet ebenfalls gefunden; es ist der **Tempelsche Komet** von 1866 I, der zuerst von **Tempel** in Marseille beobachtet wurde. Die Elemente des Sternschnuppenschwarmes der Leoniden und diejenigen des Tempelschen Kometen neben einander gestellt sind nämlich:

	Für die Leoniden	Für den Kometen 1866 I.
Durchgang durch das Perihel 1866	Nov. 10,092	Jan. 11,16
Länge des Perihels	56° 26′	60° 28′
Länge des aufsteigenden Knotens	231° 28′	231° 26′
Neigung der Bahn gegen die Eklipt.	17° 44′	17° 18′
Periheldistanz	0,9873	0,9765
Excentricität	0,9046	0,9054
Halbe grosse Bahnaxe	10,340	10,324
Umlaufszeit	33,250 Jahre	33,176 Jahre
Bewegung	rückläufig	rückläufig.

Es läuft also der Tempelsche Komet 1866 I. in der Bahn des Meteorstroms der Leoniden und ist die dichteste Stelle desselben.

Ein frappantes Beispiel, dass Kometen unter gewissen Bedingungen sich in Sternschnuppenschwärme auflösen können, bildet der im Jahre 1805 von Pons entdeckte und im Jahre 1826 von dem östreichischen Hauptmann **W. v. Biela** wieder entdeckte und berechnete **Bielasche Komet.** Seine Umlaufszeit wurde zu $6^{3}/_{4}$ Jahren befunden. Im Jahre 1832 kam er, wie vorausberechnet, wieder; im Winter 1845/46 teilte er sich unter den Augen der Beobachter in 2 völlig gesonderte Kometen von gleichem Aussehen; im Jahre 1852 kehrte der Doppelkomet wieder zurück, aber der Abstand der beiden einzelnen Kometen war von 34,000 auf 300,000 Meilen gestiegen. In den Jahren 1859 und 1866 konnte, trotz der eifrigsten Nachforschungen, der Doppelkomet nicht aufgefunden werden, und man schloss, dass sich derselbe teilweise aufgelöst habe. Auch zur Zeit der folgenden Wiederkehr im Herbst 1872 konnte keiner der Kometen des Paares aufgefunden werden, dagegen trat in der Nacht vom 27. auf den 28. November 1872, zu welcher Zeit die Erde dicht an der Bahn des Bielaschen Kometen vorbeiging, ein grossartiger Sternschnuppenregen ein; an einigen Orten fielen die Sternschnuppen zur Zeit des Maximums so dicht, dass an ein Zählen nicht zu denken war. Der Radiationspunkt lag in γ Andromedæ. Aus der Lage des Radianten und

der beobachteten Geschwindigkeit der Meteore berechnete Schiaparelli die Bahn des den Sternschnuppenregen erzeugenden Schwarmes und fand dabei eine sehr grosse Übereinstimmung mit derjenigen des Bielaschen Kometen. Hätte der Komet noch als solcher bestanden, so würde die Erde am 27. November gar nicht mit ihm zusammengetroffen sein, weil derselbe schon einige Monate früher die Erdbahn in diesem Punkte gekreuzt hätte. Die Umlaufszeit des Schwarmes ergab sich zu $6^1/_2$ Jahren. Prof. Klinkerfues in Göttingen kam bei Anlass dieses Sternschnuppenregens vom 27. November 1872 zu der Meinung, es könnte der Kopf der betreffenden Meteorwolke einige Zeit nach ihrem Durchgang durch die Erdbahn in dem Gegenpunkte des Radiationspunktes, im Centauren, als Komet gesehen werden; dieser konnte aber nur auf der südlichen Halbkugel sichtbar werden, er forderte daher Pogson in Madras telegraphisch auf, in jenem Sternbilde nach einem Kometen zu suchen. Wirklich fand Pogson an dem angegebenen Orte einen Kometen, konnte denselben aber nur an 2 Abenden beobachten. Da aber 2 Beobachtungen zu einer unabhängigen Bahnberechnung eines Kometen nicht hinreichen, so lässt sich nicht entscheiden, ob jener von Pogson gesehene Komet mit einem der beiden Bielaschen Kometen identisch ist. Der dem Bielaschen Kometen entsprechende Schwarm hat sich dann aber auch am 27. November 1885 wieder reichlich eingestellt; nach den Untersuchungen von Prof. **Newton** betrug um die Zeit des grössten Glanzes die stündliche Zahl der aufleuchtenden Meteore 75,000. Der Radiant war derselbe wie 1872. Auch im Jahr 1892 waren die Biela-Meteore sehr reichlich, und zwar zeigte das Phänomen seine grösste Intensität schon am 23. November, während die beiden früheren Erscheinungen erst am 27. November stattgefunden hatten. Der Kreuzungspunkt des Schwarmes und der Erdbahn hat sich somit um 4 Grade, entgegen der Richtung der Erdbewegung, verschoben. Diese Verschiebung der Bahn der **Bieliden** hat **Bredechin** in Pulkowa erklären können durch die störende Wirkung des Jupiter in den Jahren 1889 bis 1891. Es ist somit nicht zu bezweifeln, dass der Bielasche Komet sich wirklich in einen Sternschnuppenschwarm aufgelöst hat, höchst wahrscheinlich hat die Teilung und der vollständige Zerfall des Kometen schon im Jahre 1846 begonnen. Weil der Radiationspunkt des Schwarmes im Sternbild der Andromeda liegt, heissen diese Meteore auch die **Andromeden.** Die nächste, mit grossem Sternschnuppenregen verbundene Wiederkehr der Bieliden geschieht Ende November 1898.

Man hat seither die Bahnen vieler Meteorströme berechnet und sie mit den Bahnen bekannter Kometen verglichen. Professor **Alb. Herschel** gibt zwar in einer Zusammenstellung aller Meteorströme und Kometen 71 Beispiele, die bezüglich ihrer Bahnen eine gewisse Verwandtschaft verraten, allein im ganzen ist eine sichere Übereinstimmung nur in den folgenden 4 Fällen nachgewiesen:

Meteorströme.	Kometen.
Lyriden (Aprilschwarm)	Komet d'Arrest I. 1861
Perseïden (Augustschwarm)	Komet III 1862
Andromeden (Novembermeteore)	Bielas Komet
Leoniden (Novemberschwarm)	Tempels Komet I. 1866.

In Anbetracht der grossen Anzahl berechneter Bahnen von Kometen und Meteorschwärmen ist diese Zahl der Übereinstimmungen ziemlich klein und die Erwartung, dass sich bald zahlreiche andere Übereinstimmungen finden werden, hat sich als irrig erwiesen.

Die Erde und die übrigen Planeten üben in Folge ihrer Anziehung einen **störenden Einfluss** aus auf die Bahnen der Sternschnuppen und die Kenntnis der Grösse desselben ist von grosser Wichtigkeit. Schiaparelli hat diesen Einfluss genau untersucht und findet, dass die Erde als störender Planet die ganz nahe an der Erde vorbeigehenden Novembermeteore in ihrer relativen Bewegung um einen Winkel von $1^0\ 28'$ im Maximum ablenkt, und dass durch diese Störung in den Grenzfällen die mittlere Umlaufszeit der Leoniden von $33^1/_4$ Jahren bis auf 28,67 Jahre vermindert oder bis auf 49,92 Jahre vergrössert werden kann. Hieraus folgt, dass derjenige Teil der Leoniden, der sehr nahe an der Erde vorbeigeht, nach und nach seine Umlaufszeit ändert und sich im Laufe der Zeit in einen ringförmigen geschlossenen Strom über die ganze Bahn ausdehnen kann. Die Änderung im Ausstrahlungspunkt wird aber trotzdem keine bedeutende sein, denn, wie Schiaparelli gezeigt hat, kann ein Meteorstrom mit fast geometrischer Genauigkeit von einem Punkte ausstrahlen, während seine Elemente verschiedene Bahnen im Raume beschreiben.

Einen bedeutend grössern störenden Einfluss auf die Meteore als die Erde, haben die grossen Planeten, besonders Jupiter. Durchschneidet ein solcher grösserer Planet einen Meteorstrom, oder kommt er ihm sogar nur auf einige 100,000 Meilen nahe, so werden die zunächst liegenden Teile des Stromes so stark abgelenkt, dass für diesen Teil der Strom als zerstört angesehen werden kann. Nach

mehreren solchen Bewegungen wird der ursprüngliche Zusammenhang zwischen diesen Meteoren nicht mehr zu erkennen sein; sie werden als **sporadische Meteore** durch den Raum ziehen.

Es drängt sich uns nun die Frage auf, nach dem **Ursprung und der Entstehung der Meteorströme.** Wie früher erwähnt, haben die Untersuchungen über die Bahnen der Feuerkugeln und Meteoriten, besonders diejenigen von Prof. Niessl, unzweifelhaft auf **hyperbolische Bahnen** derselben geführt, und weil man die Sternschnuppen mit den Feuerkugeln und Meteoriten als Körper derselben Klasse ansieht, so müssen für die Sternschnuppen, neben parabolischen und elliptischen, auch hyperbolische Bahnen zugelassen werden. Schiaparelli hat nun aber gezeigt, dass, wenn ein Himmelskörper aus den Fixsternräumen in den Bereich der Sonnenanziehung tritt und selbst in das Innere unseres Sonnensystems dringt, er eine entschieden hyperbolische Bahn beschreiben muss, somit umgekehrt eine hyperbolische Bahn eines Himmelskörpers seine Herkunft aus den Fixsternräumen bedingt. Ein aus dem Sternraum kommender Körper kann nur dann eine fast parabolische Bahn beschreiben, wenn die Geschwindigkeit und Richtung seiner Bewegung fast genau gleich ist der Geschwindigkeit und Richtung der Eigenbewegung der Sonne. Da ferner die starken Neigungen der Bahnen und die rückläufigen Bewegungen der Meteorströme und Kometen keine Wahrscheinlichkeit zulassen, ihre Entstehung mit derjenigen der planetarischen Körper des Sonnensystems nach der Kant-Laplaceschen kosmogonischen Hypothese, in Zusammenhang zu bringen, so drängt sich uns die schon von **Halley** vermutete Hypothese auf, dass die Sternschnuppen, sowie die Kometen ausserplanetarischen Ursprungs sind, dass sie aus den Fixsternräumen als Fremdlinge in unser Sonnensystem kommen. Da die Sternschnuppen zu Systemen vereinigt zu uns gelangen, so ist die Vorstellung, dass sie schon ausserhalb des planetarischen Raumes sich zu Systemen vereinigen und dass sie dort kugelförmige Anhäufungen von äusserst dünner Materie bilden, naturgemäss. Schiaparelli hat nun in sehr scharfsinniger Weise gefunden, dass ein System von kugelförmiger Gestalt, gleichgiltig, ob dasselbe aus kontinuierlicher Materie oder aus diskreten Teilchen bestehe, unter der Voraussetzung, dass seine Dichte sehr gering ist, sich auflösen muss, sobald es sich bis zu einer gewissen Grenze der Sonne nähert. Die Grenze, bei welcher die Auflösung beginnt, hängt keineswegs von der Grösse des kugelförmgen Systems ab, sondern nur von der Menge der in ihm enthaltenen Materie und von seiner Entfernung von der Sonne.

Diese auflösende Kraft der Sonne ist nur eine Folge ihrer Anziehung, denn die der Sonne näher liegenden Massenteilchen des Systems werden von derselben stärker angezogen, als die entfernteren und müssen sich daher an beiden Orten vom Mittelpunkt des ursprünglich kugelförmigen Systems in der Richtung ihrer Bahn entfernen, sobald die Anziehung der Sonne die nach dem Mittelpunkt des Systems gerichtete Massenanziehung überwiegt, und denselben Einfluss üben auch die Planeten aus. Ist das der Sonne sich nähernde kosmische System überall gleich dicht, so beginnt die Auflösung desselben, sobald die Gleichgewichtsgrenze überschritten ist, in allen seinen Schichten gleichzeitig; nimmt die Dichte nach dem Innern zu, so beginnt die Auflösung in den äussern Schichten. Unter dem Einfluss der Sonnenanziehung wird sich daher die aus einem Schwarm kleiner Körperchen bestehende kosmische Wolke deformieren, indem sie sich längs ihrer Bahn ausdehnt und verlängert und so einen sog. **Meteorstrom** bildet; ein Planet kann durch seine Störungen zu einer elliptischen Bahn Veranlassung geben. Im Laufe der Zeit wird die ganze Bahn mit Meteorkörperchen besetzt sein, so dass ein geschlossener elliptischer Ring, ein **geschlossener Meteorstrom**, entsteht.

Die Kometen sind nun, nach allem, was wir von ihnen wissen, als eine Anhäufung von kosmischer Materie von sehr geringer Dichte zu betrachten, welche den Bedingungen einer solchen Auflösung entsprechen, wie dies beim Bielaschen Kometen am sichersten beobachtet wurde. Die Kometen werden aus dem Weltraum von der Anziehung der Sonne in unser System eingeführt und zwar ist, wie Prof. Höck bemerkt hat, die Möglichkeit sehr wahrscheinlich, dass sie nicht als isolierte Massen zu uns gelangen, sondern als Glieder von zusammengesetzten Systemen, indem sie ebenfalls Ströme bilden. In Folge der auflösenden Kraft der Sonne und der Einwirkung der Planeten erfahren die Kometen eine fortdauernde Umformung in einen parabolischen oder elliptischen Meteorstrom, in welchem die Materie sehr ungleich verteilt ist. Der Strom ist in eine Menge einzelner Haufen geteilt, eine Art Flocken von ausserordentlicher Leichtigkeit, welche nichts mit einander gemein haben, als die Richtung und Geschwindigkeit ihrer Bewegungen. Wenn aber in einigen Teilen des ursprünglichen Haufens oder des Stromes, welchen er gebildet hat, eine oder mehrere Konzentrationen existieren, so dass infolge der gegenseitigen Anziehung die darin angehäufte Materie der Auflösung in einzelne isolierte Wolken widersteht, so können diese Teile in grosser Entfernung als Kometen gesehen wer-

den. Ein Sternschnuppen- oder Meteorschwarm kann also bald da, bald dort die physikalischen Bedingungen erlangen, welche ihn als Kometen erscheinen lassen. Wenn nun ein solcher Strom die Erdbahn alljährlich kreuzt, so wird er zu periodischen Sternschnuppenfällen von verschiedener Intensität Veranlassung geben, je nach der grösseren oder kleineren Annäherung der wolkigen Flocken.

Was die **sporadischen Sternschnuppen** anbetrifft, welche sich unbestimmt nach allen Richtungen durch den Raum bewegen, so können diese von kosmischen Flocken herrühren, die isoliert aus der Tiefe des Weltraums angekommen, oder von Meteorschwärmen, die durch starke Anziehung der Planeten zerstört und sehr stark zerstreut worden sind.

Nach Betrachtung der Beziehungen zwischen den Sternschnuppen und den Kometen wollen wir noch auf die Verwandtschaft zwischen den Sternschnuppen und Meteoriten eintreten. Im Verlaufe dieses Vortrages ist schon mehrfach die von den meisten Astronomen vertretene Ansicht begründet worden, dass zwischen Sternschnuppen, Meteoriten und Feuerkugeln kein principieller Unterschied besteht, dass sie alle derselben Klasse von Himmelskörpern angehören. Allein die Thatsache, dass auffallend starke Sternschnuppenschauer, wie sie die Leoniden, Perseïden und die Andromeden des Bielaschen Kometen schon mehrmals erzeugt haben, trotz vielseitiger Beobachtung des Himmels keine nachweisbaren Meteoritenfälle lieferten, wird von einigen Astronomen als ein grosser Einwurf gegen die Identität der Sternschnuppen mit den Meteoriten betrachtet.

Vielleicht rührt dies daher, dass die Substanz, aus welcher die Sternschnuppen bestehen, infolge der grossen Geschwindigkeit, mit welcher sie in die Erdatmosphäre eindringen, immer schon in grosser Höhe aufgelöst wird, wie nachher noch begründet werden soll, oder dass in einem Sternschnuppenschwarm überhaupt keine so grossen Massen vorkommen, wie sie als Meteoriten auf die Erde fallen.

Schiaparelli führt zwar einige Fälle an, in welchen Sternschnuppensubstanz auf den Erdboden gefallen sein soll. Der erste gehört dem grossen Sternschnuppenregen zur Zeit des Konzils zu Clermont im Jahre 1095 an. Den zweiten Fall berichtet Haidinger von einem am 31. Juli 1859 in Steiermark beobachteten Meteor, und der dritte Fall ereignete sich am 16. November 1859 abends $8^1/_2$ Uhr zu Charleston in Süd-Carolina.

In der äusseren Erscheinung zwischen einer still dahinziehenden Sternschnuppe und einer Meteoriten niedersendenden, alles taghell erleuchtenden und mit Donnergetöse explodierenden Feuerkugel besteht allerdings ein grosser Unterschied. Allein dieser Übergang von den Sternschnuppen zu den Feuermeteoren ist kein sprungweiser, zwischen beiden Erscheinungen gibt es eine Menge den Übergang vermittelnder Formen und jene beiden Meteore bilden nur die Endpunkte **einer** und derselben Skala. Immerhin bleibt die Frage, ob die uns bekannten kometarischen Sternschnuppenströme auch solche grössere Massen, wie solche als Meteorite zur Erde gelangen, mit sich führen, einstweilen eine offene.

Einen weitern Einwurf gegen die Identität der Sternschnuppen und der Meteorite haben einige darin zu finden gemeint, dass die Periode der Meteoritenfälle eine ganz andere ist als diejenige der Sternschnuppen. Schon Haidinger fand, dass die Anzahl der Nachmittagsfälle um 40 % grösser sei als die der Vormittagsfälle, und Julius Schmidt hat folgende Zusammenstellung für die jährlichen Meteoritenfälle gegeben: (Dr. F. Klein, Kosmolog. Briefe.)

	Meteoritenfälle	Detonationen	Schweife
Januar	22	52	39
Februar	19	44	32
März	27	51	38
April	27	37	26
Mai	41	40	27
Juni	31	33	31
Juli	39	44	50
August	25	34	108
September	18	36	59
Oktober	28	50	54
November	20	61	67
Dezember	26	53	44

Die Tabelle zeigt, dass die grösste Anzahl der Meteoritenfälle im Mai stattfindet, in welchem Monat auch die meisten Detonationen, aber die wenigsten Schweife vorkommen. Wie Schmidt bemerkt, will es scheinen, dass der vollständigste Verbrennungsprozess die häufigsten Schweife und die seltensten Steinfälle bedingt.

Die Ursache der verschiedenen periodischen Häufigkeit der Sternschnuppen und Meteorite lässt sich ziemlich befriedigend erklären. Wie wir früher gesehen, besteht der Grund der täglichen Variation der

Meteorhäufigkeit in der Bewegung der Erde in ihrer Bahn, in Verbindung mit ihrer Axenumdrehung; es scheint daher die Umgebung des Apex eine grössere Anzahl von Sternschnuppen auszusenden als die entgegengesetzten Regionen, und zwar tritt das Maximum gegen morgens 6 Uhr ein. Ohne das Vorhandensein der Erdatmosphäre wäre dies ohne Zweifel auch für die auf die Erde stürzenden Meteorite der Fall. Setzen wir aber voraus, dass die Bahnen der Meteorite Parabeln sind, so wird die Fallgeschwindigkeit derselben in der Richtung des Apex zur entgegengesetzten sich verhalten wie 4,34 : 1. Aus diesem Grunde wird in einer von der Seite des Apex herabstürzenden Masse, weil der Luftwiderstand mit dem Quadrat der Geschwindigkeit des Meteors wächst, $(4{,}34)^2$ oder 19 mal so viel Wärme erzeugt als in einer von der entgegengesetzten Richtung herabstürzenden, gleich grossen Masse, und daher wirkt auch die Ursache, welche die Auflösung bedingt, in der Nähe des Apex 19 mal stärker als in der Nähe des Antiapex. Ist nun auch die Anzahl der in der Nähe des Apex fallenden Meteore grösser, so überwiegt doch die Ursache der langsameren Bewegung, welche den weniger zahlreichen von der entgegengesetzten Seite kommenden ein Herabfallen auf die Erde gestattet. Aus diesem Grunde ist die Zahl der Nachmittagsfälle grösser als die der Vormittagsfälle, weil am Nachmittag der Apex unter dem Horizonte steht, und aus demselben Grunde erklärt sich nun auch die vorher erwähnte Thatsache, dass bei den grossen Sternschnuppenregen der Leoniden und Perseïden nicht mehr Meteore zur Erde kommen als zu andern Zeiten. Ihre Radianten sind 10° und 40° vom Apex entfernt, und die Meteore derselben stürzen sich mit so grosser Geschwindigkeit in die Erdatmosphäre, dass, wie Schiaparelli sagt, ihre gänzliche Auflösung in der Atmosphäre keine absurde Annahme ist. Im Falle hyperbolischer Bahnen gilt dasselbe noch in höherem Maasse.

Ist die obige Erklärung richtig, so müssen die Meteorregen von kleiner Geschwindigkeit mehr Meteorite liefern als sonst für dieselbe Periode im Mittel zu erwarten wäre. Ein solcher Fall tritt aber z. B. ein für die alljährlich anfangs Dezember sich zeigenden Sternschnuppen. Wirklich finden auch in den ersten Tagen des Dezember zahlreiche Aërolithenfälle statt, so dass schon d'Arrest auf die Möglichkeit hingewiesen hat, dass diese Meteorite von der Auflösung der Bielaschen Kometen herstammen. Sämtliche bisher betrachtete Thatsachen sprechen also mehr oder minder deutlich für die Identität der Sternschnuppen mit den Meteoriten.

Was die Frage nach dem **Ursprung der Aërolithen** anbelangt, so ist diese im Vorhergehenden schon gelöst, wenigstens so weit überhaupt aus dem vorliegenden Material eine Lösung möglich ist. Weil nämlich, wie schon mehrmals erwähnt, nach der am meisten vertretenen Ansicht die Meteorite von demselben Ursprung sind, wie die Sternschnuppen und Kometen, so wäre die Fixsternwelt ihre ursprüngliche Heimat, wie auch der hyperbolische Charakter der Bahn eines Teiles derselben direkt beweist. Allein die Mineralogen widersetzen sich dieser Ansicht wegen der merkwürdig übereinstimmenden mineralogischen Zusammensetzung und der gleichförmigen innern Struktur der Meteorite, wodurch sie uns fast als Mineralien desselben Bergwerks erscheinen, so dass man beinahe versucht wird, denselben einen irdischen Ursprung beizulegen. Ein Teil der Astronomen, wie Faye, H. J. Klein, nimmt daher die Hypothese Lagrange an, nach welcher die Meteorite planetarischen Ursprungs sind, durch Vulkane der Planeten in den Raum geschleudert, die, wenn sie der Erde begegnen, von ihr angezogen werden und unter Umständen auf den Erdboden fallen, nachdem sie mehr oder weniger lange im Raum herumgeirrt sind. Bei der Annahme, die Meteorite seien irdischen Ursprungs, bleibt aber eine grosse Schwierigkeit zu erklären, nämlich die ungeheure Geschwindigkeit, mit welcher jene Massen fortgeschleudert werden mussten, um sie aus dem Bereich der Anziehung der Erde zu bringen. Man könnte nun diese Schwierigkeit überwinden durch die einigermassen begründete Annahme, dass die vulkanischen Kräfte der Erde in Urzeit bedeutend stärker gewesen seien als gegenwärtig. Welch gewaltige vulkanische Kräfte auch jetzt noch wirken, hat der Ausbruch des Kratakau am 26. August 1883 gezeigt, indem dabei eine Rauchsäule bis zu 30 km. Höhe emporgeschleudert wurde, die noch lange nachher, auch in unsern Gegenden, in den höchsten Luftschichten zu prachtvollen Dämmerungserscheinungen Anlass gab. Die Hypothese des irdischen Ursprungs der Meteorite ist aber neulich von dem amerikanischen Astronomen Newton aus guten Gründen endgiltig zurückgewiesen worden.

Anders verhält es sich aber, nach D. H. J. Klein (Jahrb. der Astr. u. Geophysik. 1890), mit der **Herleitung der Meteorite vom Monde**, allerdings unter dem Vorbehalte, solange die hyperbolischen Bahnen derselben nicht vollkommen sicher erwiesen sind. «Man kann, sagt er, ziemlich sicher annehmen, dass der Mond dieselbe innere Zusammensetzung hat, wie die Erde, daher können die Aërolithen

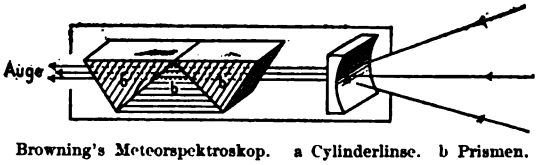
gerade so gut von ihm abstammen wie von der Erde; zudem müssen die innern Kräfte des Mondes viel gewaltiger gewirkt haben als auf der Erde, wegen der 6 mal geringeren Schwere. Betrachtet man die ungeheuren vulkanischen Formationen der Mondoberfläche, jene Krater von 10 — 20 Meilen Durchmesser, so muss man zu der Überzeugung gelangen, dass auf dem Monde einst vulkanische Kräfte gewaltet haben müssen, gegen welche diejenigen unserer Erde verschwindend klein sind. Der Umstand, dass ein vom Monde fortgeschleuderter Körper, der bei der Erde mit einer Geschwindigkeit von 4—5 Meilen pro Sekunde ankommt, selbst eine Anfangsgeschwindigkeit von 33,000 m. gehabt haben muss, ist kein Grund, an dem lunaren Ursprung desselben zu zweifeln. Wir können uns diese Explosion so denken, dass sie, minenartig aus der Tiefe gegen die Oberfläche wirkend, ein gewaltiges Ringgebirge schuf, indem sie die Trümmer aus der Höhlung mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 4—5 Meilen in den Raum schleuderte, wofür auch das Fehlen der Lavakegel sprechen würde. Diese Gesteinsbrocken werden dann Bahnen um den Mond beschreiben, die meist Ellipsen sind von verschiedener Lage und Excentricität. In solchen Bahnen können unzählig viele Körperchen viele Jahrtausende hindurch um den Mond oder auch um die Erde kreisen, bis ihre Bahnen infolge der Störungen des Mondes und der Erde so geändert werden, dass bald dieses, bald jenes auf die Erde fällt».

Die sehr übereinstimmende mineralogische Zusammensetzung der Meteorite, der Umstand, dass rückläufige Bahnen bei denselben selten sind, und dass, wie Prof. Newton gefunden, bei fast allen untersuchten Meteoritenbahnen das Perihel zwischen 10 und 20 Millionen Meilen liegt, legte auch die Vermutung nahe, mit **L. Smidt** und **S. Meunier** an einen gemeinsamen Mutterkörper der Meteorite zu denken; anzunehmen, dass die meteoritischen Massen durch explosionsartige Zertrümmerung eines Körpers unseres Planetensystems entstanden seien, welcher sich in rechtläufiger Bahn um die Sonne bewegte.

Wie wir hieraus ersehen, ist die Frage nach dem Ursprung der Meteorite noch nicht gelöst, wir müssen die Lösung derselben, sowie diejenige nach der physischen Einheit der Sternschnuppen der Zukunft überlassen und einstweilen durch weitere Beobachtungen jene Lücken auszufüllen suchen, die uns gegenwärtig sichere Schlüsse noch nicht gestatten.

Gegenüber den Resultaten, welche die direkte Beobachtung über den Zusammenhang und die Natur der Kometen, Sternschnuppen,

Feuerkugeln und Meteorite geliefert hat, sind die **Ergebnisse der Spektralanalyse** über dieselben sehr dürftig. Es rührt dies von der grossen Geschwindigkeit her, mit welcher die feurigen Meteore die Atmosphäre durchfliegen, sodass dieselben bereits erloschen sind, bevor das Spektroskop auf eines derselben gerichtet und eingestellt ist. Die Möglichkeit, die Spektra einiger derselben zu erhalten, besteht ausschliesslich in denjenigen Nächten, in denen ein reichlicher Sternschnuppenfall erwartet werden kann; indem man dann ein eigens zu diesem Zwecke (von Herschel und von Browning) konstruiertes **Meteorspektroskop** auf den Radiationspunkt des Schwarmes richtet. Nach den Beobachtungen von Alex. Herschel, John Browning, Secchi, v. Konkoly u. a. erwiesen sich die Spektra der **Meteorkerne** als meist kontinuierlich, in denen alle Farben des Sonnenspektrums, mit Ausnahme von Violett vorhanden waren. In einzelnen Fällen herrschte Gelb vor, in zwei Fällen bestand es aus homogenem grünem Lichte; v. Konkoli fand sehr oft auf dem kontinuierlichen Spektrum die helle Natriumlinie projiziert, und Secchi sah im Spektrum zweier Sternschnuppen sehr schön die Magnesiumlinie und ausserdem Linien im Rot. Ein auffallender Unterschied zwischen den Spektra der **Kerne** der August- und November-Meteore zeigte sich nicht.



Browning's Meteorspektroskop. a Cylinderlinse. b Prismen.

Im Spektrum der **Schweife** der August-Meteore blieb, wenn dieselben zu verschwinden anfingen, im allgemeinen nur eine intensiv gelbe Linie, welche auf das Vorhandensein von glühendem Natriumdampf schliessen lässt. Bei den November-Meteoren waren die Spektra der Schweife vorherrschend kontinuierlich und breit, ohne bestimmte Farben, die gelbe Linie der August-Meteore fehlte vollständig.

Nach den neuesten Untersuchungen und Beobachtungen scheinen die im Weltraum zerstreuten Meteormassen und kosmischen Wolken eine viel grössere Rolle zu spielen, als man bisher angenommen hat, eine Reihe von Erscheinungen in unserm Sonnensystem und in der Fixsternwelt lassen sich mit ihrer Hülfe befriedigend erklären, und zu den alten Hypothesen sind neue hinzugetreten.

Prof. Seeliger in München hat mit Anwendung theoretischer Formeln den Einfluss untersucht, den das Zusammentreffen von Planeten und Kometen mit meteorischen Massen auf die Bewegung der ersteren ausüben muss. (Über Zusammenstösse und Teilungen meteor-

ischer Massen. Abh. der bayr. Akademie der Wissenschaften 1891.) Es zeigt sich dabei, dass die Bewegung der ersteren um die Sonne einen Widerstand erfährt, unter der Annahme, dass aus allen möglichen Himmelsrichtungen eine gleich grosse Anzahl Meteore auf den betreffenden Himmelskörper stürzt. Bei specieller Anwendung jener Formeln auf die Erde und ihren Mond fand Seeliger die schon von Oppolzer erkannte Möglichkeit, die von der Störungstheorie unerklärte **säculare Acceleration** des Mondes, die in einem Jahrhundert 6,11 Sekunden beträgt, durch **meteorischen Einfluss** abzuleiten, ohne Zuhilfenahme der Hypothese von Delauney, welcher dieselbe durch die Verzögerung der Erdrotation infolge der Flutwirkungen der Meere erklärt. Die Verzögerungen der Erdrotation durch die Meteore, die Vergrösserung der Masse des Mondes, die Verlangsamung der tangentialen Bewegung desselben durch den Stoss der auffallenden Meteore müssen nämlich gemeinsam die Umlaufszeit des Mondes so verkürzen, dass sich dies durch eine Beschleunigung der Winkelbewegung des Mondes sehr wohl bemerklich machen könnte. Sie lässt sich auch durch die Annahme erklären, dass die in jedem Jahrhundert sich mit der Erde vereinigende kosmische Staubmenge einer rings die Erde umgebenden Schicht von $^1/_2$ mm. Dicke und von der mittleren Dichte der Erde gleichkomme.

Von grösserer Bedeutung erwiesen sich die Anwendungen der Formeln für den durch Meteore erzeugten Widerstand auf die **Kometen,** weil auf diese Weise die Abweichungen, welche der **Enckesche Komet** in seinem Umlauf um die Sonne gezeigt hat, völlig erklärt werden können.

Bekanntlich zeigte der Enckesche Komet, dessen Umlaufszeit beinahe 1200 Tage beträgt, eine fortschreitende Abnahme dieser Umlaufszeit, welche Erscheinung zuerst von **Encke** bemerkt wurde. So ist von 1819 bis 1868 die Rückkehr zum Perihel um 12 Tage vorgerückt, für jeden Umlauf um 6 Stunden. Aber diese bis zum Jahr 1868 regelmässige Abnahme der Umlaufszeit hat sich aus noch unbekannten Ursachen plötzlich geändert. Die Beschleunigung der mittlern Bewegung, welche zuerst 0,10″ war, beträgt jetzt nach den Beobachtungen von 1871—1885 nur noch die Hälfte. Encke erklärte die Zunahme jener Geschwindigkeit durch die Wirkung eines im Weltraum verteilten widerstehenden Mittels, das beständig seine Bahn stärker krümmen, dieselbe der Sonne nähern und so die Dauer seiner Umlaufszeit verkürzen sollte, sodass schliesslich der Komet in

die Sonne stürzen müsste. Encke nahm den Widerstand dieses Mittels proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit des Gestirns, und umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung von der Sonne an. Auch von andern Astronomen wurde dieses Mittel angenommen. Seither wurden noch einige periodische Kometen von kurzer Umlaufszeit auf die Wirkung des widerstehenden Mittels untersucht, wie der Komet von Faye 1861 durch Möller, der Komet von Winnecke durch Oppolzer in den Jahren 1858—1868; ferner nähern sich nichtperiodische Kometen der Sonne noch viel mehr, als der Encke'sche, der grosse Komet von 1882 z. B. streifte im Perihel beinahe die Sonnenoberfläche, so dass, wenn das widerstrebende Mittel in Encke's Sinne existierte, seine Wirkung hätte beträchtlich sein müssen. Allein in diesen wie in andern Fällen konnten alle Beobachtungen gemacht werden, ohne ein widerstehendes Mittel annehmen zu müssen, der Encke'sche Komet bietet das einzige bis jetzt bekannte Beispiel dieser Anomalie. Dieses Resultat, zusammen mit der unerklärten Änderung von 1868, ist dem Vorhandensein eines widerstehenden Mittels nicht günstig, es wurde auch bereits von Bessel und Faye bekämpft und in neuerer Zeit wendet man sich immer mehr von demselben ab.

Seeliger hat nun vermittelst seiner Formeln gezeigt, dass sich die Änderungen in der Umlaufszeit des Encke'schen Kometen vollkommen erklären lassen durch den Widerstand von meteorischen Massen, mit denen der Komet in seiner Bahn zusammentraf, sogar die Unregelmässigkeiten in der Veränderung der Umlaufszeit desselben lassen sich erklären, sobald man als Ursache derselben den Zusammenstoss mit Meteormassen, die nicht ganz gleichförmig im Raum verteilt sein werden, betrachtet. Der Encke'sche Komet kehrt im Frühjahr 1895 zum Perihel zurück und wird wahrscheinlich schon im Spätherbst 1894 gesehen werden.

Seeliger macht noch speziell darauf aufmerksam, dass unter dem zur Erklärung der Bewegung des Encke'schen Kometen herangezogenen «widerstehenden Mittel» keineswegs der Lichtäther zu verstehen sei, was jetzt noch vielfach geschieht, denn der Lichtäther kann nicht die fortschreitende Bewegung des Sonnensystems im Raum mitmachen, was vom widerstehenden Mittel verlangt wird, und dann müsste die schon an und für sich unzulässige Annahme einer Dichtigkeitszunahme des Lichtäthers in der Sonnennähe Lichtbrechungen bedingen, welche gewisse, in Wirklichkeit nicht wahrgenommene Anomalien in der Bewegung der innern Planeten zur Folge haben müsste.

An dieser Stelle mag auch das **Zodiakal-** oder **Tierkreis-Licht** erwähnt werden, weil dasselbe nach einer vielfach verbreiteten Ansicht mit den im Raum verteilten meteorischen Massen und kosmischen Staubwolken in enger Beziehung steht. Das Zodiakallicht besteht aus einem matten, dem Glanze der Milchstrasse ähnlichen Lichtschimmer, in Gestalt einer schmalen, leuchtenden Pyramide, deren Basis in der zur Zeit seiner Sichtbarkeit unter dem Horizonte stehenden Sonne liegt. Die Axe der Pyramide liegt in der Ebene der Erdbahn, so dass die ganze Lichterscheinung in den Tierkreisgürtel fällt, aus diesem Grunde wurde sie von **D. Cassini** mit dem obigen Namen bezeichnet. Man kann diesen Lichtschimmer bei klarem Himmel im Frühling nach Sonnenuntergang im Westen, im Herbst vor Sonnenaufgang am Osthimmel wahrnehmen, am schönsten in den Tropen, aber auch noch deutlich in den gemässigten Zonen. Ausser dieser leuchtenden Pyramide wird unter günstigen Verhältnissen auch auf der, der Sonne gerade entgegengesetzten Seite stets ein schwächerer Lichtschimmer sichtbar, der sog. «**Gegenschein**».

Das Spektrum des Zodiakallichtes ist ein **kontinuierliches**, das wahrscheinlich von reflektiertem Sonnenlicht herrührt; wegen seiner Lichtschwäche sind die Frauenhofer'schen Linien nicht sichtbar. Die Reflexion des Sonnenlichts denkt man sich durch einen frei um die Sonne rotierenden, über die Erdbahn hinausreichenden, aus **kosmischem Staub** oder aus **sehr kleinen Meteorkörperchen bestehenden Ring** hervorgebracht, damit stimmt auch die Aussage des **Polariskopes** überein; aber man kann sich den Lichtschimmer des Tierkreislichtes auch durch einen zwischen der Venus- und Marsbahn frei schwebenden Gürtel von **selbstleuchtender, kosmischer Materie** erzeugt denken. Dieser mit kosmischer Materie erfüllte Ring ist von einigen, besonders von **Faye**, als das Auflösungsprodukt von Kometen betrachtet worden, die sich in engen, elliptischen Bahnen um die Sonne bewegten, deren Ebenen nur wenig von der Erdbahn abwichen.

Schiaparelli hat nun aber bestimmt nachgewiesen, dass, wenn das Zodiakallicht aus einer Anhäufung von phosphoreszierenden oder selbstleuchtenden Körpern bestände, oder wenn es durch Reflexion des Sonnenlichtes an einer Wolke oder an einem Ring von festen Körpern entstände, alsdann die geringste Helligkeit am Himmel sich auf der der Sonne diametral gegenüberliegenden Seite zeigen müsste, was den Beobachtungen gerade widerspricht. Genau dasselbe gilt auch, wenn man das Tierkreislicht als aus leuchtender oder erleuchteter

Nebelmaterie bestehend ansieht. Es ist daher das Zodiakallicht noch immer eine völlig rätselhafte Erscheinung und über seine physische Natur, sowie über seine kosmische Stellung im Planetensystem herrschen heute noch ebenso unsichere Anschauungen wie vor 50 und mehr Jahren.

Die Meteorschwärme und kosmischen Wolken dienen in neuester Zeit auch zur Erklärung eines Teils der sog. **neuen** und **veränderlichen Sterne**, sowie der **Nebelflecke**..

Prof. Seeliger ist der Ansicht, dass das plötzliche Aufleuchten eines Himmelskörpers, eines **neuen Sterns (Nova)**, hervorgerufen wird durch sein Eindringen in eine kosmische Wolke, die aus sehr verdünnter Materie besteht, wodurch seine Temperatur und Leuchtkraft vorübergehend sehr stark gesteigert wird. Prof. G. Hoffmann, der im letzten Jahre die verschiedenen neuen Sterne, die seit Tycho de Braha's «neuem Stern in der Cassiopeja» (im Jahr 1572) erschienen sind, und die verschiedenen Theorien zu ihrer Erklärung einer Untersuchung unterworfen hat, ist geneigt, der Ansicht Seeligers beizustimmen. Hoffmann glaubt auch, dass alle neuen Sterne im wesentlichen zu demselben Typus gehören, wie die veränderlichen Sterne von langer Periode.

Unter den **veränderlichen Sternen** gibt es nämlich eine Klasse von Sternen, deren Lichtwechsel sich in grossen Perioden vollzieht, die nie weniger als 65 Tage, meist aber mehr als 100 Tage und in 41% aller Fälle 300—400 Tage beträgt. Gewöhnlich beträgt der Wechsel 5—8 Grössenklassen, was einer Aenderung des Glanzes um das 100- bis 1500-fache entspricht. Der allgemeine Verlauf der Lichtänderung ist dabei für fast alle Sterne dieser Klasse derselbe, und fast alle wachsen schneller zu ihrer grössten Helligkeit an, als sie von dieser aus zu ihrem geringsten Glanz herabsinken. Beinahe alle Sterne dieser Klasse sind von roter Farbe und wie bei den andern Klassen der veränderlichen Sterne scheint auch bei diesen das Gesetz zu gelten, dass der Grad der Röte um so höher wird, je länger die Periode ist. Das Spektrum dieser Sterne ist der Farbe entsprechend, vom Spektraltypus III, mit starken Absorptionsbanden.

Alle die verschiedenen Theorien, die über die Ursache der Veränderlichkeit aufgestellt wurden, treffen hier nicht zu. Wäre der Stern vom Algoltypus mit dunklem Begleiter, so müsste das Licht wenigstens während der halben Umlaufszeit konstant sein. Die verschiedene Ausstrahlungsfähigkeit verschiedener Teile der Oberfläche

bei einer Axendrehung des Sterns kann den eigentümlichen Gang der Änderung ebenfalls nicht erklären. Auch die Hypothese von Klinkerfues, von mächtigen Flutwirkungen eines Trabanten, ist zu verwerfen, da dann der Zwischenraum vom Maximum zum Minimum der Helligkeit ebenso oft kürzer, wie länger sein müsste als das andere; endlich ist auch die Fleckentheorie nicht zur Erklärung zu gebrauchen, da die Differenz der Helligkeit im Maximum und Minimum zu gross ist.

Es bleibt schliesslich nur noch die Hypothese von Lockyer übrig, dass diese veränderlichen Sterne gar keine kompakte Körper, keine eigentlichen Sterne sind, sondern aus einer Anhäufung kleiner Körperchen, aus einem dichten **Meteorschwarm** bestehen. Auf Grund dieser Theorie lässt sich die Erscheinung erklären. Nehmen wir nämlich an, dass um einen solchen als Stern erscheinenden Meteorschwarm in einer sehr excentrischen Bahn sich ein zweiter herumbewegt, dann kann es vorkommen, dass zu gewissen Zeiten die beiden Schwärme einander nahe genug kommen, um die Zusammenstösse zwischen den einzelnen Meteoren zu vervielfältigen und ein stärkeres Leuchten des Gestirns hervorzubringen, als zu andern Zeiten.

Veränderlicher Stern nach Lockyer.

Bedenkt man, dass die seit langer Zeit bekannten Meteorschwärme der Leoniden und Andromeden, trotz ihres langen Bestandes, noch nicht in Meteorringe aufgelöst sind, so hat diese Art der Erklärung eine gewisse Wahrscheinlichkeit für sich, nur die spektralanalytischen Untersuchungen stehen mit derselben noch nicht im Einklang. Auch nach Ritter können die Meteorschwärme als fördernde, wie als störende Ursachen der Leuchtkraft mancher Gestirne auftreten, da die Meteoriten in denselben eine viel höhere Temperatur erreichen können, als man bis jetzt angenommen hat.

Was die **Nebelflecke** anbetrifft, so findet Ritter aus seinen Rechnungen, dass bei dem grossen Volumen und der sehr geringen Dichte derselben ein blosser Verdichtungsprocess nicht genügen würde, um eine bis zum Glühen der Nebel hinreichende Wärmemenge hervorbringen zu können, man müsste denn annehmen, dass Nebelflecke existieren, die mehr als das 1000-fache der Sonnenmasse betragen.

Ritter ist daher geneigt, den Glühzustand der Nebel durch den Zusammenstoss ausgedehnter kosmischer Wolken zu erklären, welche beim Beginn ihrer gegenseitigen Annäherung bereits eine gewisse interstellare Anfangsgeschwindigkeit gehabt haben.

Zu einer wahrhaft universellen Bedeutung will Lockyer die Meteoriten erheben. Aus einer gewissen Übereinstimmung in den spektralen dunkeln und hellen Banden des Kohlenstoffes und in den Absorptionslinien einiger Metalle (Mangan, Magnesium, Blei) in den Spektra der Kometen, der Nebelflecke, der Fixsterne der Klasse III und der Sterne mit hellen Linien, stellte Lockyer die Ansicht auf, dass die Nebelflecke aus kosmischem Staub in möglichst gasförmigem Zustande bestehen, der sich nach und nach zu Meteoriten verdichtet, so dass Meteorschwärme entstehen und dass jene Sterne der Klasse III nicht eigentliche Sterne, sondern dichte Schwärme von Meteormassen sind. Das Leuchten denkt sich Lockyer zu Stande gebracht durch Zusammenstösse der einzelnen Meteoriten, die infolge dessen eine sehr hohe Temperatur erreichen und von glühenden Dämpfen umgeben sind. Durch weitere Condensation dieser Meteorschwärme wächst die Temperatur und es entstehen nach und nach die Sterne von der Klasse I, welches die heissesten Himmelskörper sind. Bei fortgesetzter Condensation findet zuletzt durch Ausstrahlung Abkühlung zur Klasse II und nachher Erstarren und Erlöschen statt. Die Hypothese Lockyers befürwortet also den **meteoritischen Ursprung aller kosmischen Himmelskörper,** vom kosmischen Nebel bis hinauf zu den hellsten und heissesten Sternen der Klasse I und hinunter bis zur dunkeln, kalten Kugel.

Wie schon aus diesem Abschnitt über Meteorastronomie zu ersehen ist, existieren eine ganze Reihe der verschiedenartigsten Hypothesen über Entstehung, Ursprung, physische Beschaffenheit und Zusammenhang der unzählbaren Körper aller Grössen, welche den unermesslichen Weltraum durchstreifen, und es bleibt noch eine sehr grosse Arbeit zu thun übrig, diese Hypothesen zu sichten und diejenigen herauszufinden, welche der Wahrheit am nächsten kommen, so dass sich alle beobachteten Erscheinungen vermittelst derselben ungezwungen erklären lassen. Von allen diesen Körpern, vom grössten bis zum kleinsten, wissen wir nur das sicher, dass sie dem Newton'schen Gravitationsgesetze gehorchen, aber die Natur, die Ursache und die Wirkungsweise der anziehenden Kräfte selbst, mit welchen alle diese Körper aufeinander wirken, sind für uns bis jetzt noch in ein

undurchdringliches Dunkel gehüllt. Ausserdem deuten uns eine Reihe anderer unerklärter Naturerscheinungen, wie das Nordlicht, die Schwankungen der Magnetnadel und der Zusammenhang beider Erscheinungen mit der Sonnenthätigkeit, die Abstossung der Kometenschweife durch die Sonne u. a. an, dass ausser den anziehenden noch andere Kräfte, besonders magnetischer und eektrischer Art, im Weltall thätig sind; vielleicht sind sie im Grunde alle ein und derselben Natur. Es bleibt der Zukunft vorbehalten, diesen Schleier zu lüften, auch jetzt noch, wie vor 1900 Jahren gelten im weitern Sinne die Worte des grossen Römers **Seneca: „Wir müssen uns mit dem begnügen, was bis jetzt gefunden ist, und es unsern Nachkommen überlassen die Wahrheit näher zu ergründen.“**

Neben der im Text angegebenen Litteratur wurde bei der Abfassung dieses Vortrages noch folgende benutzt:

Dr. H. J. Klein. Kosmologische Briefe. 3. Auflage.

Dr. H. J. Klein. Jahrbuch der Astronomie und Geophysik. I., II. und III. Jahrgang 1890—1893.

Dr. Schellen. Die Spektralanalyse in ihrer Anwendung auf die Stoffe der Erde und die Natur der Himmelskörper. 3. Auflage 1883.

R. Wolf. Handbuch der Astronomie. Zürich 1890—1893.

Verschiedene Abhandlungen aus naturwissenschaftlichen und astronomischen Zeitschriften.

Bern, im Januar 1894.

F. Stähli.

Die Cylinderfokalen.

Eingereicht im Januar 1894.

I. Fokalen des elliptischen Cylinders.

Durch eine Gerade im Raume, deren Richtung normal ist zu derjenigen Hauptebene eines elliptischen Cylinders von den Halbaxen a und b, welche durch die Längsaxe und durch die grosse Axe desselben geht, legen wir ein Ebenenbüschel. Sämtliche Ebenen desselben schneiden dann die Cylinderfläche in Ellipsen, von konstanter kleiner und variabler grosser Axe. Die Brennpunkte aller dieser Schnittellipsen liegen in jener Hauptebene; ihr. Ort ist daher eine *ebene Kurve,* welche Cylinderfokale heissen möge. Dieselbe zu untersuchen, ist Aufgabe der vorliegenden Arbeit. —

Aufstellung der Gleichung.

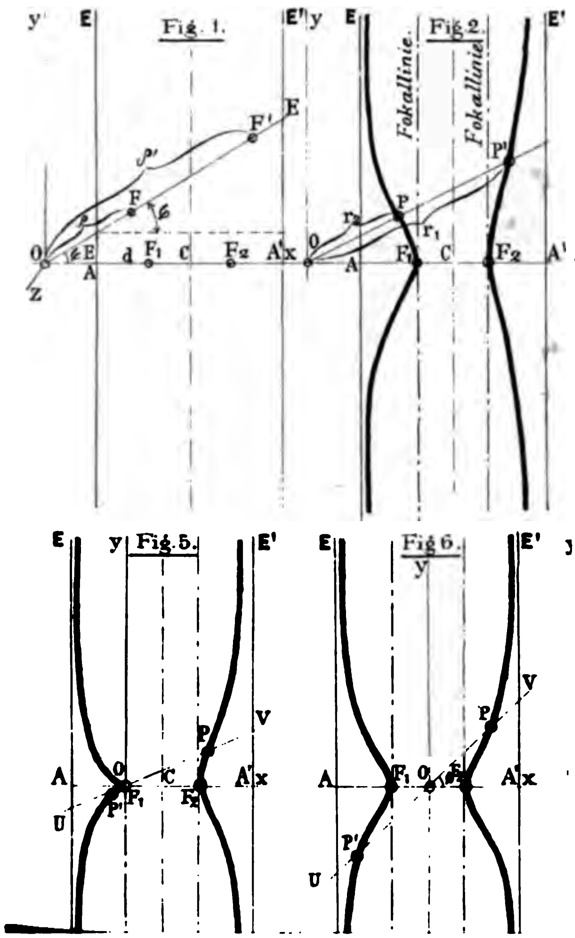
Zum Zwecke der Ermittlung der Kurvengleichung legen wir ein 3 rechtwinkliges Koordinatensystem zu Grunde. Die Cylinderaxe sei vertikal stehend. Als (xy) Ebene wählen wir diejenige Hauptebene des Cylinders, in der die Fokale liegt; die (yz) Ebene legen wir parallel zu den Erzeugenden des Cylinders durch die Axe des Ebenenbüschels; durch diese Axe gehe auch die 3. Ebene des Systems senkrecht zur Cylinderaxe. In dem Fall liegt der Koordinatenursprung O auf der Büschelkante und diese letztere ist die Axe z.

Eine beliebige Ebene E (Fig. 1) des Büschels bilde mit der (xz) Ebene den Winkel φ. Dieselbe schneidet die Cylinderfläche in einer Ellipse mit den Brennpunkten F und F'. Bezeichnen wir ihre Abstände vom Koordinatenursprung mit ϱ und ϱ', setzen ferner $OC = d$, so ergeben sich für ϱ und ϱ' die Gleichungen:

$$\varrho = \frac{d}{\cos\varphi} - e, \quad \varrho' = \frac{d}{\cos\varphi} + e,$$

wo e die Excentricität der Schnittellipse bedeutet.

Blatt 1.



unter Anwendung des obigen Ganges genau dieselbe Gleichung; sie stellt uns also den Ort der Brennpunkte aller Schnittellipsen dar. *Gleichung (1)* ist daher die Gleichung der Cylinderfokalen, und diese ist mithin eine Kurve 4. Ordnung. (Fig. 2)

Lässt man d, den Abstand der Büschelkante von der Cylinderaxe, positiv von 0 bis ∞ variieren, so erhält man ein System von unendlich vielen Fokalen. Das ganz gleiche System, nur in symmetrischer Lage zur Cylinderaxe, ergibt sich für sämtliche Werte von d von 0 bis $-\infty$. Wir betrachten deshalb in der Folge nur positive Werte von d.

Lösen wir die Kurvengleichung (1) nach y auf, so wird:

$$y = \pm\sqrt{\frac{(a^2 - b^2)\,x^2 - (x - d)^2 . x^2}{(x - d)^2 - a^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(1a)}.$$

Zu jedem Werte von x gehören also 2 gleiche, dem Vorzeichen nach aber entgegengesetzte Werte von y; die Kurve liegt also symmetrisch zur x-Axe.

Um die Natur der unendlich fernen Kurvenpunkte zu untersuchen, machen wir die Gleichung (1) mit $x = \frac{x}{z}$ und $y = \frac{y}{z}$ homogen und setzen dann $z = 0$; dadurch erhalten wir die Gleichung:

$$x^2 . (x^2 + y^2) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \text{(2)},$$

welche uns die Richtungen, die vom Nullpunkt aus nach den Schnittpunkten der Kurve mit der unendlich fernen Geraden ($z = 0$) gehen, gibt. — Der 2. Faktor dieser Gleichung: $x^2 + y^2 = 0$ zeigt an, dass die Cylinderfokale durch die imaginären Kreispunkte im Unendlichen geht. Der 1. Faktor: $x^2 = 0$ sagt uns, dass die Kurve die unendlich ferne Gerade in der Richtung der y-Axe in 2 zusammenfallenden Punkten schneidet. Um die Art dieses Punktes zu ermitteln, substituieren wir in der allgemeinen Gleichung der Kurve für die Variablen x und y die Werte:

$$y = \frac{1}{y'}, \quad x = \frac{x'}{y'};$$

dann werden für $y' = 0$ x und y unendlich gross; es wird der unendlich ferne Punkt der y-Axe in den Nullpunkt projiciert und umgekehrt.

Dies ausgeführt, gibt:

$$\left(\frac{x'}{y'} - d\right)^2 . \left(\frac{x'^2}{y'^2} + \frac{1}{y'^2}\right) - (a^2 - b^2) . \frac{x'^2}{y'^2} - a^2 . \frac{1}{y'^2} = 0$$

oder $(x' - dy')^2 . (x'^2 + 1) - (a^2 - b^2)\,x'^2 y'^2 - a^2 y'^2 = 0 \ldots\ldots$ (3).

In dieser transformierten Gleichung haben wir nun den Nullpunkt
$' = 0$, $y' = 0$) zu untersuchen, welcher dem unendlich fernen Punkte
r ursprünglichen Fokalen entspricht.

Für $y' = 0$ wird: $x'^2 . (x'^2 + 1) = 0$,

also: 1. $x'^2 = 0$,

2. $x'^2 = -1$ oder $x' = \pm i$.

Für $x' = 0$ wird: $d^2y'^2 - a^2y'^2 = 0$;

also: 3. $y'^2 = 0$.

Aus der 1. und 3. dieser Gleichungen geht hervor, dass der
llpunkt ($x' = 0$, $y' = 0$), also auch der unendlich ferne
unkt Doppelpunkt für sämtliche Fokalen ist.

Um die Gleichungen der Tangenten in ihm zu erhalten, setzen
r in der transformierten Gleichung (3) die Glieder 2. Grades gleich
also:

$$(x' - dy')^2 - a^2y'^2 = 0;$$

d es stellen uns dann also die Gleichungen:

$$\frac{y'}{x'} = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - d^2 + a^2}}{d^2 - a^2} = \frac{d \pm a}{d^2 - a^2} \quad \ldots . \quad (4)$$

s Tangentenpaar im Nullpunkt der transformierten Kurve dar.

Um die beiden Tangenten im unendlich fernen Punkt selbst zu
halten, transformieren wir rückwärts ins alte System. Wir haben
nn in obigen Gleichungen

$$\text{für } y' = \frac{1}{y} \quad \text{und für } x' = xy' = \frac{x'}{y}$$

setzen, wodurch dieselben die Form annehmen:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{1. Tangente: } \dfrac{\frac{1}{y}}{\frac{x}{y}} = \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{d-a}, & \text{also: } x = d - a \\ \text{2. Tangente: } \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{d+a}, & \text{somit: } x = d + a \end{array}\right\} (5).$$

; sind dies die beiden in der Kurvenebene liegenden Erzeugenden
und E' der Cylinderfläche, welche Tangenten sind im unendlich
rnen Doppelpunkt.

Hieraus folgt:

Die beiden in der Kurvenebene liegenden
arallelen Erzeugenden des Cylinders sind
symptoten an sämtliche Fokalen, die man bei

variablem d erhält. Sie berühren die Kurve im unendlich fernen Doppelpunkt. In der That wird in Gleichung (1a) für $x = d \pm a$, die Ordinate y unendlich gross.

Aus der Form der Kurvengleichung (1) ist ersichtlich, dass der Nullpunkt O, d. h. der Schnittpunkt der x-Axe mit der Büschelaxe ein Doppelpunkt der Kurve ist. Die Tangenten in demselben erhalten wir, wenn wir die quadratischen Glieder der Kurvengleichung (1) gleich 0 setzen; also aus:

$$(d^2 - a^2)(x^2 + y^2) + b^2x^2 = 0 \text{ und hieraus:}$$

$$\frac{y}{x} = \pm\sqrt{\frac{d^2 - a^2 + b^2}{a^2 - d^2}} \quad \ldots\ldots\ldots (6).$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, dass die Tangenten im Ursprung O nur reell ausfallen für $d < a$ und $> \sqrt{a^2 - b^2}$, d. h., wenn die Büschelaxe den Cylinder zwischen dem Berührungspunkt A und dem Brennpunkt F_1 der Grundellipse schneidet; O ist in diesem Falle Knotenpunkt der Kurve.

Für specielle Lagen der Büschelkante und damit des auf ihr liegenden Doppelpunktes O ergeben sich folgende Fälle:

1. Liegt die Büschelkante im Unendlichen, also $d = \infty$, so werden sämtliche Ebenen des Büschels unter sich parallel und schneiden die Cylinderfläche normal zu deren Axe; die Schnittkurven sind in diesem Fall kongruente Ellipsen und der Ort ihrer Brennpunkte besteht aus zwei zur Cylinderaxe und den Asymptoten parallelen Geraden im Abstand $\pm\sqrt{a^2 - b^2}$ von derselben; sie gehen durch die Brennpunkte F_1 und F_2 der Grundellipse.

2. Die Büschelkante berührt die Cylinderfläche im Punkte A, mit welchem nun der Nullpunkt O zusammenfällt; es wird $d = a$, und die allgemeine Gleichung (1) nimmt die Form an:

$$(x - a)^2 . (x^2 + y^2) - (a^2 - b^2) . x^2 - a^2y^2 = 0$$

oder $$x^4 - 2ax^3 + x^2y^2 - 2axy^2 + b^2x^2 = 0.$$

Dieses Polynom zerfällt in 2 Faktoren, nämlich:

$$\{x\} \cdot \{x^3 - 2ax^2 + xy^2 - 2ay^2 + b^2x\} = 0.$$

Es ist daher: $$x = 0,$$

und $$x(x^2 - 2ax + b^2) + y^2 . (x - 2a) = 0 \ldots\ldots (7).$$

Die 1. Gleichung ($x = 0$) stellt die y-Axe dar, die Cylindererzeugende E; der 2. Faktor aber repräsentiert eine Kurve 3. Ordnung. Es zerfällt also in diesem Specialfall die Cylinderfokale in eine Gerade und eine Kurve

Ordnung. Diese letztere besteht aus zwei getrennten Teilen, nem Oval, das in O die Erzeugende E berührt und durch F_1 geht, der Weise, dass die x-Axe dasselbe halbirt, und einem nach iden Seiten ins Unendliche gehenden Kurvenast durch F_2 mit der zeugenden E' als Asymptote. (Fig. 3.) — Die Tangenten im Punkte fallen nach Gleichung (6) für $d = a$ zusammen in die Gerade: $\frac{}{} = \infty$, d. h. in die von der Fokalen 4. Ordnung sich absondernde ylindererzeugende E, welche das Oval der Kurve 3. Ordnung berührt. er Punkt O ist ein einfacher Punkt der Kurve 3. Ordnung. (Fig. 3.)

3. Denken wir uns die Büschelkante parallel nach dem Brennunkt F_1 verschoben, wodurch $d = \sqrt{a^2 - b^2} = e$ wird, so fallen die eiden Tangenten im Doppelpunkt O von den Gleichungen (6) zuammen mit der Geraden: $y = 0$, d. h. mit der x-Axe. Die Gleichung er Kurve nimmt in diesem Fall die Form an:

$$(x - e)^2 . (x^2 + y^2) - e^2 x^2 - a^2 y^2 = 0$$

der

$$x^3 . (x - 2e) + y^2 ((x - e)^2 - a^2) = 0 \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Für $y = 0$, wird: $x^3 = 0$,
» $x = 0$, » $y^2 = 0$, d. h.

ler Nullpunkt O im Abstand $d = e$ von der Cylinderaxe ist ein Rückkehrpunkt mit der -Axe als Rückkehrtangente (nach Gl. 6). (Fig. 5).

4. Schneidet die Büschelkante die Cylinderaxe, so liegt O auf lieser letzteren; es ist daher $d = 0$, und die Gleichung der Fokalen wird:

$$x^2 . (x^2 + y^2) - (a^2 - b^2) . x^2 - a^2 y^2 = 0 \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

ie enthält nur gerade Potenzen von x und y; die Kurve st deshalb symmetrisch in Bezug auf beide oordinatenaxen. Die Tangenten (6) im Doppelpunkt O verden:

$$\frac{y}{x} = \pm \sqrt{\frac{-(a^2 - b^2)}{a^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

ie sind imaginär; der Punkt ist also ein isolirter Doppelpunkt.

Das obige Polynom ist sowohl nach x als auch nach y aufsbar, und zwar entsprechen jedem Werte der einen Variablen zwei leiche, dem Vorzeichen nach aber entgegengesetzte Werte der andern.

Nach y aufgelöst lautet die Gleichung:

$$y = \pm x \sqrt{\frac{x^2 - a^2 + b^2}{a^2 - x^2}} .$$

Für x erhalten wir:

$$x = \pm\sqrt{\frac{-(y^2 - a^2 + b^2) \pm \sqrt{(y^2 - a^2 + b^2) + 4a^2 y^2}}{2}}.$$

Diese Gleichung gibt zu jedem y 4 Werte von x, von denen aber stets zwei imginär sind. Die Kurve besteht aus 2 congruenten unendlichen Ästen, bezüglich durch die Brennpunkte F_1 und F_2, die symmetrisch liegen zur Cylinderaxe und welche die Erzeugenden E und E′ ebenfalls zu Asymptoten haben.

Fassen wir die oben gefundenen Resultate zusammen, so haben wir folgendes:

Jedem Werte von d entspricht eine eigene Kurvenform, welche im allgemeinen aus zwei sich nach beiden Seiten ins Unendliche erstreckenden Ästen besteht. Für $d = \infty$ werden diese Äste zu parallelen Geraden zur Cylinderaxe; mit kleiner werdendem d schnürt sich derjenige Ast, der gebildet ist von den Brennpunkten F_1, von oben und unten gegen die x-Axe zusammen, während der andere Zweig sich in seiner Form nicht wesentlich ändert. Ist die Büschelkante zur Cylindertangente geworden, oder fällt O mit A zusammen, so löst sich von dem Kurvenast durch F_1 die Erzeugende E ab; der übrig bleibende Teil bildet ein Oval, welches zwischen O und F_1 symmetrisch zur x-Axe liegt; die Ordnung der Kurve ist in diesem Specialfalle um 1 gesunken (Fig. 3). Mit noch kleiner werdendem d erhalten wir wiederum eine Kurve 4. Ordnung, deren Ast durch F_1 eine Schleife (Fig. 4) bildet; für $d = \sqrt{a^2 - b^2}$ degeneriert diese Schleife in eine Spitze; (Fig. 5) nimmt d Werte an $< \sqrt{a^2 - b^2}$, so entstehen wiederum 2 einfache, unendliche Kurvenäste, (Fig. 6) und wenn $d = 0$ ist, so besteht die Fokale aus zwei zu den Koordinatenaxen symmetrischen, nach beiden Seiten ins Unendliche gehenden Ästen. Für negative Werte von d gehen diese beschriebenen Kurvenformen mit grösser werdendem d in umgekehrter Reihenfolge ineinander über; sie haben also symmetrische Lage zu denjenigen für positive d.

Die Fokale des elliptischen Cylinders besitzt 2 Doppelpunkte, den Schnittpunkt der x-Axe mit der Büschelkante und den unendlich fernen Kurvenpunkt. Der erstere ist nur dann ein Knotenpunkt, wenn $d < a$ und $> \sqrt{a^2 - b^2}$ ist; in allen andern Fällen ist er isolierter Doppelpunkt; denn die Tangenten in ihm sind imaginär, während sie im ersten Falle reell ausfallen. Ist $d = e$, so liegt das Tangentenpaar in O vereinigt in der x-Axe;

wächst d, so wächst auch die trigonometrische Tangente des Richtungswinkels der beiden Tangenten, den wir mit α bezeichnen wollen; es wird also auch α selbst grösser und für:

$$\pm\sqrt{\frac{d^2-a^2+b^2}{a^2-d^2}}=1,$$

also

$$d=\sqrt{\frac{a^2+e^2}{2}}$$

wird $\alpha=\pm 45^0$, die Tangenten stehen aufeinander senkrecht. Bei noch grösser werdendem d wächst auch α stetsfort und erreicht für $d=\pm a$ mit 90^0 sein Maximum; das Tangentenpaar fällt zusammen mit der Erzeugenden E, bezüglich E'. (y-Axe).

Die Tangenten im unendlich fernen Doppelpunkte sind für alle Fokalen die in der Kurvenebene liegenden Erzeugenden des Cylinders.

Tangenten der Kurve parallel zur y-Axe.

Zum Aufsuchen derselben transformieren wir zuerst die allgemeine Kurvengleichung (1) nach C, dem Schnittpunkt der x-Axe mit der Cylinderaxe, als Ursprung.

Wir setzen zu dem Zweck: $x=x'+d$;

und $y=y'$.

Dann wird:

$$y'=\pm(x'+d).\sqrt{\frac{e^2-x'^2}{x'^2-a^2}} \quad \ldots\ldots (11).$$

Die Gerade: $x'=p$ schneidet die Kurve in zwei zusammenfallenden Punkten: 1. für $p=x'=-d$, $(y'=0)$ Doppelpunkt O,

und 2. „ $p=x'=\pm e$,

für welche Werte von x' beide Werte von $y'=0$ werden.

Diese beiden Parallelen zur Cylinderaxe: $x'=\pm e$ sind Tangenten an die Fokale in den Punkten F_1 und F_2; weil sie von d unabhängig sind, so sind sie Tangenten an alle Fokalen, die man für ein veränderliches d erhält. Diese beiden Parallelen sind die Fokallinien des Cylinders, und daraus folgt:

Alle Fokalen, die einem veränderlichen d entsprechen, berühren die Fokallinien des Cylinders in den Brennpunkten F_1 und F_2 der Grundellipse. Diese Fokallinien sind identisch mit der Cylinderfokalen: $d=\infty$.

Wird in Gleichung (11) $x = \pm a$, so wird $y = \pm \infty$.

Dies sind die Koordinaten des unendlich fernen Punktes, der, wie aus der Gleichung hervorgeht, für alle Werte für d, also für sämtliche Fokalen, ein Doppelpunkt ist. —

Gleichungen der Kurve in elliptischen Funktionen.

Die Gleichung der Cylinderfokalen, wie sie uns in der allgemeinen Form entgegentritt, ist eine solche 4. Grades. Dieselbe weist zwei Doppelpunkte auf, den Koordinatenursprung O und den unendlich fernen Punkt der Kurve; die zugehörige Kurve ist deshalb eine solche vom Geschlecht 1, und es lassen sich demnach die Koordinaten x und y rational durch elliptische Funktionen eines Parameters ausdrücken.

Wir substituieren zu dem Zweck in Gleichung (1), welche lautet:

$$(x - d)^2 . (x^2 + y^2) - (a^2 - b^2)\, x^2 - a^2 y^2 = 0$$

für y den Wert λx und erhalten:

$$(x - d)^2 . (x^2 + \lambda^2 x^2) - (a^2 - b^2)\, x^2 - a^2 \lambda^2 x^2 = 0 \quad (12).$$

Dieses Polynom zerfällt in die beiden Faktoren:

a) $x^2 = 0$;

b) $x^2 - 2dx + d^2 - \lambda^2 x^2 - 2d\lambda^2 x + d^2\lambda^2 - (a^2 - b^2) - a^2\lambda^2 = 0$.

Die Gleichung (a) repräsentiert den Koordinatenursprung ($x^2 = 0$, $y^2 = 0$); seine Koordinaten spalten sich von der allgemeinen Kurvengleichung ab, weil derselbe, wie schon früher gesehen, ein Doppelpunkt der Kurve ist.

Gleichung (b), nach x aufgelöst, gibt:

$$x = \frac{d(1+\lambda^2) \pm \sqrt{d^2 + 2d^2\lambda^2 + d^2\lambda^4 - (1+\lambda^2)(d^2 + d^2\lambda^2 - a^2 + b^2 - a^2\lambda^2)}}{1 + \lambda^2}$$

Dabei zerfällt der Ausdruck unter der Wurzel in die beiden Faktoren:

$$\left\{ a^2 - b^2 + a^2\lambda^2 \right\} \cdot \left\{ 1 + \lambda^2 \right\} = \left\{ e^2 + a^2\lambda^2 \right\} \cdot \left\{ 1 + \lambda^2 \right\}$$

$$= a^2 \left\{ \lambda^2 + \frac{e^2}{a^2} \right\} \cdot \left\{ \lambda^2 + 1 \right\},$$

wo wieder $e^2 = a^2 - b^2$ bedeutet.

Es ist dann also:

$$x = \frac{d(1 + \lambda^2) \pm \sqrt{a^2 \left(\lambda^2 + \frac{e^2}{a^2} \right)(\lambda^2 + 1)}}{1 + \lambda^2} \quad . . \quad (13).$$

Hierin setzen wir: $\lambda = \frac{\sqrt{1 - z^2}}{z}$, dann geht x über in:

$$x = \frac{d \cdot \frac{1}{z^2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{z^4}(1 - k^2 z^2)}}{\frac{1}{z^2}}$$

er $$x = d \pm a\sqrt{1 - k^2 z^2}.$$

Wir können nun elliptische Funktionen einführen, lem wir nach Jakoby setzen:

$$z = \sin \operatorname{am} u = \operatorname{sn} u.$$

nn wird: $$\sqrt{1 - k^2 z^2} = \Delta \operatorname{am} u = \operatorname{dn} u.$$

so ist:

$$\left.\begin{aligned} x &= d \pm a \operatorname{dn} u \\ y = \lambda x &= \frac{\operatorname{cn} u}{\operatorname{sn} u}(d \pm a \operatorname{dn} u) \\ &= \operatorname{ctg} \operatorname{am} u (d \pm a \operatorname{dn} u) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (14).$$

d

Dividieren wir die untere der obigen Gleichungen durch die ere, so wird:

$$\frac{y}{x} = \operatorname{ctg} \operatorname{am} u; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15).$$

es ist die Gleichung eines Leitstrahls durch O. Jedem Werte es Parameters u entspricht ein solcher Leitrahl, auf welchem zwei Punkte P_1 und P_2 der urve liegen, deren Koordinaten sich dem doppelten Vorichen entsprechend aus den vorigen Gleichungen ergeben. Beichnen wir zwei solche Punkte als zugeordnete Punkte, so gt aus ihren Koordinaten oder auch nach ihrer geometrischen Erugungsweise, dass die Mitten der Verbindungslinien on je zweien derselben auf der Cylinderaxe egen.

Ist u der Parameter eines Punktes, der auf dem rechts von der linderaxe liegenden Kurvenast sich befindet, so ist der Parameter nes zugeordneten Punktes, welcher auf dem andern Kurvenaste gt: $2iK' - u$. Es ist mithin die Summe der Parameter zweier geordneter Punkte immer gleich $2iK'$, wobei $4iK'$ die imaginäre riode der elliptischen Funktionen ist; denn nach den Periodicitätssetzen der letztern ist:

$$\operatorname{dn}(2iK' - u) = -\operatorname{dn} u;$$
$$\operatorname{cn}(2iK' - u) = -\operatorname{cn} u;$$
$$\operatorname{sn}(2iK' - u) = -\operatorname{sn} u;$$

Setzen wir also in den für x und y gefundenen Gleichungen (14) für den Parameter u den Parameter $2iK' - u$, so ändert die Deferente ihr Vorzeichen, während die Cotgamplitude gleich bleibt. Man hat daher in diesen Kurvengleichungen für die Deferente nur das einfache Zeichen zu setzen; dieselben lauten dann also:

$$\left.\begin{aligned} x &= d + a\,\mathrm{dn}\,u \\ y &= (d + a\,\mathrm{dn}\,u).\,\mathrm{ctg\,am}\,u \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (16).$$

Die rechtwinkligen Coordinaten x und y sämtlicher Kurvenpunkte sind daher eindeutig durch elliptische Functionen ausgedrückt; jedem Werte des Parameters u entspricht nur ein ganz bestimmter Punkt der Kurve.

Für $u = 0$ und $= 2iK'$ erhalten wir:

$$\begin{aligned} x &= d \pm a, \\ y &= \pm \infty, \end{aligned}$$

die Coordinaten des unendlich fernen Doppelpunktes der Kurve; in diesem Punkte fallen also zwei zugeordnete Punkte zusammen.

Wird $u = K$ und $= 2iK' - K$, so nimmt die Deferente die Werte an:

$$\mathrm{dn}\,u = \pm\sqrt{1 - k^2} = \pm k' = \pm\frac{e}{a}.$$

Es wird also: $x = d \pm e,$
$y = 0.$

Dies sind die Coordinaten der Brennpunkte F_2 und F_1 der Grundellipse: ihre Parameter sind also **K** bezügl. **$2iK' - K$**; sie sind mithin zugeordnete Punkte.

Es entspricht, wie bereits erwähnt, jedem Werte von u ein bestimmter Punkt der Kurve. Umgekehrt aber entspricht nicht jedem Punkte der Fokalen nur ein Wert von u, sondern unendlich viele; denn bekanntlich haben die elliptischen Functionen 2 Perioden, eine reelle, bezeichnet mit 4 K und eine imaginäre: $4iK'$. Wir erhalten deshalb unendlich viele Werte von u, welche einem und demselben Kurvenpunkte entsprechen; dieselben sind enthalten in der Form:

$$u \pm 4mK \pm 4niK',$$

wo m und n positive ganze Zahlen bedeuten. K und K', die Periodicitätsmoduln werden dargestellt durch die Integrale:

$$\left.\begin{aligned} K &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}\cdot\sin^2\varphi}} \\ K' &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\varphi}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\frac{e^2}{a^2}\cdot\sin^2\varphi}} \end{aligned}\right\} \quad . . (17)$$

d

bei $k^2 + k'^2 = 1$ ist.

Aus den in Parameterform erhaltenen Kurvengleichungen lassen h zwei Eigenschaften der Radien vectoren zweier zugeineter Punkte ableiten für den Fall der Fokalen 3. Ordnung, = a. Bezeichnen wir nämlich die Längen dieser Radien vectoren r$_1$ bezw. r$_2$, so ist:

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2 = (a + a\,dn\,u)^2 + (a + a\,dn\,u)^2 \cdot ctg\,am^2\,u$$
$$= a^2\,\frac{(1+dn\,u)^2}{sn^2\,u};$$
$$r_2^2 = x_2^2 + y_2^2 = (a - a\,dn\,u)^2 \cdot (1 + ctg\,am^2\,u)$$
$$= a^2 \cdot \frac{(1-dn\,u)^2}{sn^2\,u};$$

nit ist:

$$r_1^2 = a^4 \cdot (1-dn^2\,u)^2 \cdot \frac{1}{sn^4\,u} = a^4 \cdot \left(\frac{b^2}{a^2}\cdot sn^2\,u\right)^2 \cdot \frac{1}{sn^4\,u} = b^4;$$

o:
$$r_1 \cdot r_2 = b^2 = \text{constant} \quad . . . . . (18)$$

h.: das Produkt der Abstände je zweier zuordneter Punkte vom Coordinatenursprung f dem Oval ist eine Constante gleich dem adrat der kleinen Halbaxe b des Cylinders.

Da ferner:

$$x_1 \cdot x_1 = a^2\,(1 - dn^2\,u) = a^2\,k^2\,sn^2\,u$$

d
$$y_1 \cdot y_2 = a^2\,k^2 \cdot sn^2\,u \cdot \frac{cn^2\,u}{sn^2\,u} = a^2\,k^2\,cn^2\,u.$$

ist:
$$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = a^2\,k^2 \cdot (sn^2\,u + cn^2\,u)$$
$$= b^2 = r_1 \cdot r_2. \quad . . . . . (19)$$

h., es ist die Summe der Producte der Abissen und Ordinaten zweier zugeordneter nkte constant gleich dem Quadrat über der lben kleinen Axe des Cylinders und gleich m Product ihrer Radien vectoren.

Krümmung der Kurve.

Wir erhalten die Grösse des Krümmungsradius ϱ eines beliebigen Kurvenpunktes mit den Coordinaten x und y aus der in der Parameterform gegebenen Kurvengleichung durch Anwendung der Formel:

$$\varrho = \frac{\pm\left\{\left(\frac{dx}{du}\right)^2+\left(\frac{dy}{du}\right)^2\right\}^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}\cdot\frac{dx}{du}-\frac{d^2x}{du^2}\cdot\frac{dy}{du}} \quad \ldots\ldots\ldots (20)$$

wo: $x = d + a\,.\,dn\,u$ und $y = (d + a\,.\,dn\,u)\,.\,ctg\,.\,am\,u$.

Durch Ausführung der obigen Differentiationen ergibt sich:

$$\varrho = \frac{\{a^2k^4sn^6u\,cn^2u+d^2dn^2u+2ad\,.\,dn^2u+2adk^2\,.\,sn^2u\,.\,cn^2u\,.\,dn\,u+a^2dn^4u+2ak^2sn^2u\,.\,cn^2u\,.\,dn^2u+a^2\,.\,k^4\,sn^4u\,.\,cn^4u\}^{1/2}}{sn^4u\,\{d\,(3sn^2u\,.\,dn^2u-2dn^4u-cn^2u)+a\,dn\,u\,(sn^2u\,.\,dn^2u-3\,cn^2u)\}}$$

Indem wir den Zähler etwas vereinfachen und im Nenner alles durch dn u ausdrücken, erhalten wir für ϱ den Wert:

$$\varrho = \frac{\{a(1-k^2sn^4u)\,.\,(a+2\,d\,.\,dn\,u)-a^2k^2sn^4u\,.\,dn^2u+d^2\,.\,dn^2u\}^{3/2}}{sn^4u\,\{a\,.\,dn^3u+3\,d\,dn^4u+2\,a\,dn^2u-2\,dk'^2\,.\,dn^2u-3\,ak'^2\,.\,dn\,u-dk'^2\}} \quad (21)$$

k' bedeutet hierin den complementären Modul: $\sqrt{1-k^2}$.

Die Argumente der beiden Brennpunkte der Grundellipse fanden wir: $u = K$ und $= 2iK' - K$; diese Werte in Gleichung (21) eingesetzt, gibt für die Krümmungsradien in denselben:

Krümmungsradius von F_1:

$$\left.\begin{aligned}\varrho_1 &= \frac{\left\{a^2(1-k^2)-a^2k^2k'^2\mid d^2k'^2-2adk'(1\quad k^2)\right\}^{3/2}}{-ak'^5+3dk'^4-2ak'^3-2dk'^4+3ak'^3-dk'^2}\\ &= \frac{k'(a^2\,.\,k'^2+d^2-2adk')^{3/2}}{-ak'^3+dk'^2+ak'-d} = \underline{\frac{k'}{k^2}\,(ak'-d)^2};\end{aligned}\right\}$$

Krümmungsradius von F_2:

$$\left.\begin{aligned}\varrho_2 &= \frac{\left\{a^2(1-k^2)-a^2k^2k'^2+d^2k'^2+2adk'(1-k^2)\right\}^{3/2}}{ak'^5+3dk'^4+2ak'^3-2dk'^4-3ak'^3-dk'^2}\\ &= \frac{k'^3\,.\,(a^2k'^2+d^2+2adk')^{3/2}}{k'^2(-ak'k^2-dk^2)} = \underline{\frac{k'}{k^2}\,(ak'+d)^2};\end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Bei den verschiedenen Specialfällen ergeben sich für die Krümmungsradien ϱ_1 und ϱ_2 der Brennpunkte der Grundellipse folgende Werte:

1. $d = a$. In dem Falle geht die Gleichung (21) des Krümmungsradius über in:

$$\varrho = \frac{a^2.(1 - k^2 sn^4 u)^{3/2}.(1 + dn\, u)^2}{sn^4 u\,(dn^4 u + 2dn^3 u - 2k'^2 dn\, u - k'^2)} \quad \ldots \quad (23)$$

und hieraus erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Für den Krümmungsradius in } F_1: \quad \varrho_1 = \frac{a^2.(1-k^2)^{3/2}.(1-k')^2}{k'^4 - 2k'^3 + 2k'^2 - k'^2} \\ &\qquad = \frac{a^2.k^1(1-k')}{1+k'}; \\ &\text{Für den Krümmungsradius in } F_2: \quad \varrho_2 = \frac{a^2.(1-k^2)^{3/2}.(1+k')^2}{k'^4 + 2k'^3 - 2k'^3 - k'^2} \\ &\qquad = \frac{a^2 k'.(1+k')}{1-k'}; \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Nach Multiplication der beiden Gleichungen (24) ergibt sich:

$$\varrho_1 . \varrho_2 = a^4 k'^2 = a^2 e^2;$$

d. h.: Für den Fall, dass $d = a$ ist, ist das Product der Krümmungsradien der beiden Brennpunkte der Grundellipse gleich dem Product der Quadrate aus halber grosser Axe und Excentricität.

2. $d = \sqrt{a^2 - b^2} = e$.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Krümmungsradius in } F_1: \\ &\varrho_1 = \frac{k'}{k^2}\left(a.\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a} - \sqrt{a^2-b^2}\right) = 0; \\ &\text{Krümmungsradius in } F_2: \\ &\varrho_2 = -\frac{a\sqrt{a^2-b^2}}{b^2}\cdot\left(a\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a} + \sqrt{a^2-b^2}\right)^2 = -4a^2.\frac{k'^3}{k^2} \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

Da F_1, derjenige Brennpunkt, in welchem der Coordinatenursprung liegt, in diesem Specialfall zum Rückkehrpunkt wird, wie wir früher gefunden haben, so ist die Richtigkeit des obigen Resultates $\varrho_1 = 0$ damit bestätigt. —

3. $d = 0$.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Krümmungsradius in } F_1: \ \varrho_1 = -\frac{k'}{k^2}.a^2.k'^2 = a^2.\frac{k'^3}{k^2} \\ &\text{Krümmungsradius in } F_2: \ \varrho_2 = -\frac{a^2.k'^3}{k^2} \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

Die Krümmungsradien von F_1 und F_2 sind in diesem Falle einander gleich, weil eben die Fokale symmetrisch liegt zu den Axen. —

Die Coordinaten der diesem Argument entsprechenden Wendepunkte sind dann:

$$x = d - a\,k' = e - a \cdot \frac{e}{a} = 0;$$

$$y = (d - a\,k') \cdot \frac{0}{\pm 1} = 0.$$

Es fallen also zwei Wendepunkte, den Argumenten $\pm (-K + 2iK')$ entsprechend in den Coordinatenursprung, welcher Punkt, wie früher gesehen, in diesem Fall eine Spitze ist.

Die noch fehlenden 8 Wendepunkte liefert uns der 2. Faktor der Gleichung (31):

$$dn^4 u + 2k' \cdot dn^2 u\,(dn\,u - k') + 2\,dn\,u\,(dn\,u - k') - k'^2 = 0. \quad (32)$$

Als eine Gleichung 4. Grades in dn u liefert sie uns 4 Werte für dn u, und diesen entsprechen 8 Argumente, die 8 paarweise symmetrisch zur x-Axe gelegene Wendepunkte ergeben. —

Wendepunkte der Specialkurve: $d = 0$.

Wir erhalten dieselben wiederum aus der allgemeinen Wendepunktsgleichung (27), indem wir dort $d = 0$ setzen; dann wird:

$$sn^4 u\,\{a \cdot dn^5 u + 2a \cdot dn^3 u - 3ak'^2\,dn\,u\} = 0 \quad \ldots \quad (33)$$

Der 1. Faktor enthält wie bei den vorigen Fällen die beiden ins Unendliche fallenden Wendepunkte. Vom 2. Faktor dieser Gleichung (33) spaltet sich die Grösse: dn u ab. Es ist aber $dn\,u = 0$ für $u = \pm (K + iK')$.

Die beiden Wendepunkte, welche diesem Argument entsprechen, sind imaginär, da $cn\,(K \pm iK') = \mp \frac{ik'}{k}$ = imaginär.

Der übrig bleibende Teil der Gleichung (33):

$$a \cdot dn^4 u + 2a\,dn^2 u - 3ak'^2 = 0 \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

liefert uns die weitern 8 Wendepunkte. Da diese Gleichung nur gerade Potenzen von dn u enthält, so kann sie ohne weiteres aufgelöst werden.

Es folgt nämlich:

$$dn\,u = \pm \sqrt{-1 \pm \sqrt{1 + 3k'^2}} \quad \ldots\ldots \quad (35)$$

Dem positiven Zeichen der 2. Wurzel entsprechen 2 reelle Werte für dn u
» negativen » » » » » 2 imginäre » » dn u

Diese Gleichung liefert uns also 4 reelle und 4 imaginäre Wendepunkte, die paarweise symmetrisch zu den beiden Coordinatenaxen liegen.

Zur Bestimmung ihrer rechtwinkligen Coordinaten benützen wir die Gleichungen dieser Fokalen, welche sich aus (16) für $d = 0$ ergeben als:

$$\left.\begin{aligned} x &= a \,.\, dn\, u \\ y &= a \,.\, dn\, u \,.\, ctg\, am\, u \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Da $dn^2\, u = 1 - k^2\, sn^2\, u$, so ist:

$$\left.\begin{aligned} sn\, u &= \pm \frac{1}{k}\sqrt{2 \mp \sqrt{4 - 3k^2}} \\ \text{und} \qquad cn\, u &= \sqrt{1 - \frac{1}{k^2}\cdot(2 \mp \sqrt{4 - 3k^2})} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (37)$$

Setzen wir die Werte von sn u, cn u und dn u in den Gleichungen (36) ein, so erhalten wir als Coordinaten der reellen 4 Wendepunkte:

$$\left.\begin{aligned} x &= \pm\, a\, \sqrt{-1 + \sqrt{4 - 3k^2}}; \\ y &= \pm\, a \,.\, \sqrt{\frac{5 - 2\sqrt{4 - 3k^2} - 3k^2}{3}} \end{aligned}\right\}$$

Es liegen somit die 4 reellen Wendepunkte zu je zweien centralsymmetrisch auf einer durch O gehenden Geraden.

Die Gleichung dieser Wendepunktsgeraden lautet:

$$\frac{y}{x} = ctg\, am\, u$$

wo für cn u und sn u die Werte aus Gleichungen (37) einzusetzen sind. Dies ausgeführt, gibt:

$$\frac{y}{x} = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{4 - 3k^2} - 1}{3}}$$

Setzen wir endlich für k noch seinen Wert $\frac{b}{a}$ ein, so erhalten wir die Gleichung der Wendepunktsgeraden in der Form:

$$\frac{y}{x} = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{4a^2 - 3b^2} - a}{3a}} \quad \ldots\ldots \quad (38).$$

Dieselben schliessen, da die rechte Seite absolut < 1 ist, mit der x-Axe einen Winkel $< 45^0$ ein.

Die 4 reellen Wendepunkte liegen auf einem Kreis um den Coordinatenursprung vom Radius:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ &= a\, \sqrt{\frac{2 + \sqrt{4 - 3k^2} - k^2}{3}} \end{aligned}$$

II. Fokalen des Kreiscylinders.

Modificieren wir die zu Anfang unserer Betrachtungen gemachte Annahme in der Weise, dass wir den elliptischen Cylinder in einen Kreiscylinder übergehen lassen, indem wir $b = a$ setzen, so nehmen die unter den sonst gleichen Bedingungen entstehenden Fokalen wesentlich andere Eigenschaften an.

Wir haben auch hier wieder die verschiedenen Fälle zu unterscheiden, wo die Büschelkante ausserhalb der Cylinderfläche liegt, dieselbe tangirt oder schneidet, und jeder dieser speciellen Annahmen entspricht eine besondere Form der Kurve.

Befindet sich die Büschelaxe ausserhalb dem Cylinder, so erhalten wir die Gleichung der so entstehenden Fokalen aus Gleichung (1) des 1. Abschnittes, indem wir dort einfach $b = a = 1$ setzen, wodurch der elliptische Cylinder in einen Kreiscylinder übergeht vom Radius 1.

Die Gleichung der allgemeinen Kreiscylinderfokalen lautet also:

$$(x - d)^2 . (x^2 + y^2) - l^2 y^2 = 0 \quad \ldots\ldots (39).$$

Diese Gleichung stellt uns ebenfalls eine Kurve 4. Ordnung dar; einem veränderlichen d entspricht auch hier eine Schar von Fokalen und negative Werte von d liefern Kurven, die identisch sind mit denjenigen, welche sich für gleich grosse positive d ergeben und symmetrisch liegen zur Cylinderaxe. (Fig. 7.)

Nach y aufgelöst, lautet die obige Gleichung (39):

$$y = \pm \frac{(x - d)\, x}{\sqrt{l^2 - (x - d)^2}} \quad \ldots\ldots (39^a)$$

und hieraus geht hervor, dass die Kurve symmetrisch zur x-Axe liegt.

Der Coordinatenursprung ist, wie aus der Kurvengleichung ersichtlich, ein Doppelpunkt der Fokalen. Die Tangenten in ihm erhalten wir aus der Gleichung:

$$d^2 . (x^2 + y^2) - l^2 y^2 = 0.$$

Sie sind also enthalten in der Form:

$$\frac{y}{x} = \frac{\pm d}{\sqrt{l^2 - d^2}} \quad \ldots\ldots (40).$$

Ist $d > l$, d. h. liegt die Büschelkante ausserhalb dem Cylinder, so werden die Tangenten im Doppelpunkt O imaginär; dieser ist isolirter Doppelpunkt; für alle Werte von $d < l$ dagegen ist das Tangentenpaar in O reell.

Ein 2. Doppelpunkt der Fokalen ist, wie sowohl aus der Kurvengleichung als auch aus der geometrischen Erzeugungsweise erfolgt: $x = d$, $y = 0$; dies ist der Schnittpunkt C der Cylinderaxe mit der Axe der x. — Um die Tangenten in ihm zu erhalten, machen wir ihn zum Ursprung des Coordinatensystems, indem wir Gleichung (39) linear transformieren. Wir setzen nämlich: $x = x' + d$;

und $y = y'$;

dann erhalten wir als transformierte Gleichung der Kurve:

$$x'^2((x' + d)^2 + y'^2) - l^2y'^2 = 0 \ldots\ldots (41).$$

Aus derselben ergibt sich als Gleichung des Tangentenpaares in C:

$$\frac{y'}{x'} = \pm\frac{d}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots (42).$$

Die Tangenten werden also für alle Werte von d, von 0 bis ∞, reell; der Punkt C ist mithin für alle Fokalen Doppelpunkt.

Der 3. Doppelpunkt der Kreiscylinderfokalen ist der unendlich ferne Punkt. Die Natur desselben wird, indem wir $b = a$ annehmen, nicht geändert. Die Tangenten in ihm sind deshalb auch hier die in der Kurvenebene liegenden Erzeugenden E und E' des Cylinders; dieselben sind also Asymptoten für sämtliche Kreiscylinderfokalen.

Wir haben bereits eingangs erwähnt, dass verschiedenen speciellen Lagen der Büschelaxe in Bezug auf den Cylinder auch hier verschiedene Cylinderfokalen entsprechen.

1. Ist $d = \infty$, so sind sämtliche Schnittebenen des Büschels unter sich parallel und schneiden die Cylinderfläche normal zu deren Axe. Die Schnittfiguren werden in diesem Fall zu congruenten Kreisen; ihre Brennpunkte fallen zusammen im Mittelpunkt und der Ort derselben ist, wie dies geometrisch hieraus hervorgeht, die Cylinderaxe.

2. Für $d = l$ wird die Büschelaxe zur Tangente an die Cylinderfläche, und die allgemeine Kurvengleichung zerfällt in 2 Faktoren:

$$(x) \cdot (x^3 - 2lx^2 + (l^2 + y^2)x - 2ly^2) = 0$$

Der 1. Faktor: $x = 0$ ist die y-Axe. (Erzeugende E)

„ 2. „ $(x - l)^2 \cdot x + y^2 \cdot (x - 2l) = 0 \ldots\ldots (43)$

ist eine Gleichung 3. Grades; dieselbe repräsentiert also eine Kurve 3. Ordnung. Sie besteht aus einer Schleife, deren Zweige

sich im Punkte C durchsetzen und nach beiden Seiten asymptotisch zu E' ins Unendliche gehen. Der Coordinatenursprung O ist in diesem Specialfall ein gewöhnlicher Punkt; denn die Tangenten in ihm fallen zusammen in die Gerade: $\frac{y}{x} = \infty$, welch' letztere die Cylindererzeugende E ist. Für das Tangentenpaar im Doppelpunkt C lauten die Gleichungen (48):

$$\frac{y}{x} = \pm 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

d. h. die Kurve durchsetzt sich im Doppelpunkt C rechtwinklig, und es liegen die beiden Tangenten in ihm symmetrisch zur x- und zur y-Axe. Der unendlich ferne Punkt ist Wendepunkt (Fig. 8) und die Cylindererzeugende E' ist Wendetangente in demselben. Dieser Specialfall der Kreiscylinderfokalen ist bekannt unter dem Namen der «Logocyclischen Kurve» der «Logocycloide» oder der Strophoide; dieselbe besitzt eine grosse Anzahl interessanter Eigenschaften, welche Gegenstand verschiedener mathematischer Arbeiten geworden sind.*) Ihre geometrische Erzeugungsweise ist eine sehr mannigfaltige; einige Constructionen finden sich erwähnt bei S. Günther in der unten genannten Abhandlung und in Ed. Bartl, «Übungsaufgaben aus der Trigonometrie und analytischen Geometrie der Ebene.»

3. Für Werte von $d < 1$ aber > 0 besteht die Kurve aus zwei Ästen, die sich in den Punkten F und C durchsetzen; diese beiden Punkte sind Knotenpunkte; denn die Tangentenpaare in ihnen sind reell. (Fig. 9).

4. Verschieben wir endlich die Büschelaxe parallel zu sich selbst nach dem Schnittpunkt C der x-Axe und der Axe der Cylinderfläche, so wird $d = 0$, und wir erhalten als Gleichung dieser Specialkurve:

$$x^2 \cdot (x^2 + y^2) - l^2 y^2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

Die durch dieses Polynom dargestellte Kurve ist wiederum eine solche 4. Ordnung. Sie besitzt die gleichen symmetrischen Eigenschaften wie die ihr entsprechende Fokale des elliptischen Cylinders, d. h. sie liegt symmetrisch zu beiden Coordinatenaxen. Bei ihr

*) Darunter sind vorzugsweise die 2 folgenden Schriften zu nennen:

J. Booth, A treatise on some new geometrical methods containing essays on tangential coordinates, pedal coordinates, reciprocal polars, the trigonometry of the parabola, the geometric origin of logarithms, the geometrical properties of elliptic integrals and other kindred subjects. London 1873.

S. Günther, Parabolische Logarithmen und parabolische Trigonometrie. Leipzig 1882.

fallen die beiden endlichen Doppelpunkte zusammen in C, nämlich:

$$\left.\begin{array}{r} \text{für } y = 0 \text{ wird } x^4 = 0 \\ \text{und für } x = 0 \quad \text{»} \quad y^2 = 0 \end{array}\right\}$$

Der Nullpunkt C ist mithin Selbstberührungspunkt oder Selbstberührungsknoten; die x-Axe ist Tangente an beide Zweige der Kurve, die sich in ihm berühren. (Fig. 10.)

Construktion der Kreiscylinderfokalen.

Die auf C als Ursprung bezogene Kurvengleichung lautet:

$$x^2 . (x^2 + y^2) + 2\,dx^3 + d^2 x^2 - l^2 y^2 = 0$$

oder

$$(x^2 + y^2) + 2\,dx + d^2 = l^2 . \frac{y^2}{x^2}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

Es ist nun P ein beliebiger Punkt der Kurve, ϱ sein Radius vector CP und φ der Winkel, welchen ϱ mit der x-Axe einschliesst; dann erhalten wir aus (46):

$$\varrho^2 + 2\,d\varrho . \cos\varphi + d^2 . (\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = l^2 . \operatorname{tg}^2\varphi \quad . \quad (47)$$

und hieraus:

$$\varrho = -\,d . \cos\varphi \pm \sqrt{l^2 - d^2\cos^2\varphi} . \operatorname{tg}\varphi; \quad \ldots\ldots \quad (47^a)$$

Ist $d > l$, so erhalten wir auf den durch C gehenden Strahlen nur dann reelle Kurvenpunkte, wenn $\cos\varphi < \frac{l}{d}$.

Die obige Gleichung (47^a) führt nun dazu, Punkte der Cylinderfokalen zu construieren. Sie liefert uns nämlich folgenden Satz:

Schlägt man um C als Mittelpunkt einen Kreis vom Radius l, zieht durch O einen variablen Strahl, der diesen Kreis in 2 reellen Punkten G und G' schneidet, und fällt von diesen Punkten Senkrechte auf OC, so treffen diese das aus C auf den Strahl OG gefällte Lot CQ in 2 Punkten P und P' unserer Fokalen.

Der Beweis ist der folgende: (Fig. 11.)

Es ist: $CQ = d . \cos\varphi$.

Ferner ist: $OGP = \varphi$; denn die Schenkel stehen senkrecht zu denen von A'CP; somit:

$$QP = QG . \operatorname{tg}\varphi$$

und

$$QG = \sqrt{l^2 - d^2 . \cos^2\varphi},$$

also

$$\left.\begin{matrix} QP \\ QP' \end{matrix}\right\} = \pm\sqrt{l^2 - d^2 \cdot \cos^2\varphi} \cdot \operatorname{tg}\varphi.$$

Die Radien vectoren genügen also der Relation (47).

Da der Punkt Q in der Mitte des Strahles PP' liegt, so folgt daraus:

Der Ort der Mitten der durch den Doppelpunkt C gehenden Sehnen unserer Kurve ist der um OC als Durchmesser beschriebene Kreis.

Jeder Lage der Geraden OG entsprechen 2 Punkte der Kurve, die auf einem Strahl durch den Ursprung C gehen. Bewegt sich daher der Strahl OG von der x-Axe aus bis zur Tangentenlage OB', so bewegt sich der Kurvenpunkt P vom unendlich fernen Punkte auf der positiven Seite der y-Axe bis zum Punkte B' und der Punkt P' vom unendlich fernen Kurvenpunkte auf der negativen Seite der Coordinate y bis zum nämlichen Punkte B'. — Die Berührungspunkte der von O an den Kreis um C gezogenen Tangenten, die Punkte B' und B sind also Punkte der Fokalen; in denselben wird dieser Kreis von der Kurve orthogonal geschnitten.

Bezeichnen wir ferner den Abstand des Punktes P der Kurve von der Büschelkante mit r, so haben wir folgende Beziehung:

Es ist:

$$\varrho^2 + 2d\,\varrho \cdot \cos\varphi + d^2 = r^2.$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist aber identisch derjenigen von (47); somit ist:

$$r^2 = l^2 \cdot \operatorname{tg}^2\varphi = r'^2$$

also

$$r = r' = l \cdot \operatorname{tg}\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

oder auch $l \cdot \operatorname{tg}\varphi = A'D = AD'$; d. h.:

Die Entfernung zweier auf einem Strahl durch den Ursprung C gelegener Kurvenpunkte P und P' vom Doppelpunkt O ist dieselbe und gleich den Abschnitten, welche dieser Leitstrahl auf den Cylindererzeugenden E und E' bildet, gemessen von der x-Axe aus.

Construktion der Normalen in einem beliebigen Kurvenpunkte P.

Diese Aufgabe kann gelöst werden mit Hülfe der auf pag. 123 erhaltenen Construktion eines beliebigen Punktes der Fokalen und wird durch sie zurückgeführt auf die folgende:

Es ist ein variables Dreieck PGQ gegeben, dessen eine Seite PQ durch den festen Punkt

Fig. 14.

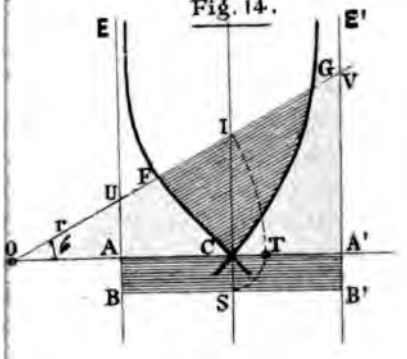
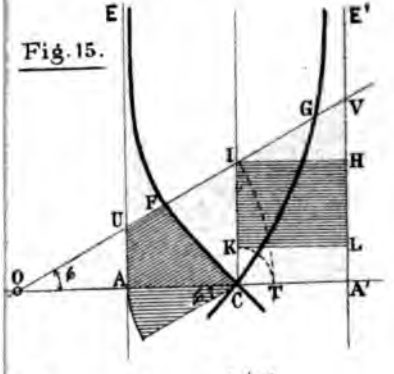
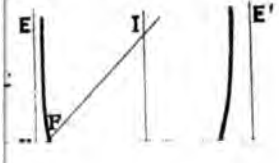


Fig. 15.





dessen 2. Seite QG durch einen andern festen ınkt O geht und dessen 3. Seite sich selbst ırallel bleibt; dabei bewegt sich die Ecke G ıf einem Kreise um C und die Ecke Q auf einem reise um C und die Ecke Q auf einem solchen ım Durchmesser CO. Man construiere die Norale der Ortskurve der 3. Ecke P.

Wir bezeichnen (Fig. 12) die Mitte von OC mit M; M ist dann o der Mittelpunkt des Kreises, auf dem Q liegt, und CG und MQ ıd die Normalen der Ecken G und Q. Eine in O errichtete Senkchte zu OQG schneide diese Normalen in den Punkten R resp. S; nn ist QORC ein Rechteck, somit der Punkt R auch Schnittpunkt r Normalen von Q mit der in C auf QP errichteten Senkrechten. ' sei nun die gesuchte Normale von P; sie treffe die in C auf PQ richtete Senkrechte im Punkte T. Eine im unendlich fernen Punkte n GP errichtete Senkrechte treffe endlich die Normalen GS und PT den Punkten U_∞ resp. V_∞. Wenn nun dG, dQ und dP die Kurvenmente sind, welche in unendlich kleinen Zeiten von diesen Punkten schrieben werden, so ergibt sich nach einem bekannten Satz aus r kinematischen Geometrie:

Es ist:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dG}{dQ} &= \frac{GS}{QR} \\ \frac{dQ}{dP} &= \frac{QR}{PT} \\ \frac{dP}{dG} &= \frac{PV_\infty}{GU_\infty} \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Durch Multiplikation dieser 3 Gleichungen erhalten wir:

$$1 = \frac{GS \,.\, PV_\infty}{PT \,.\, GU_\infty} \quad (b)$$

Wenn wir ferner den Schnittpunkt der Geraden GS und PT t α bezeichnen, so ist:

$$\frac{PV_\infty}{GU_\infty} = \frac{\alpha V_\infty}{\alpha U_\infty} \quad (c)$$

Eine in P errichtete Senkrechte auf PG schneide $G\alpha$ im Punkte ınd die durch $G_{\parallel}$ zu PT gezogene Gerade in γ; dann ist:

$$\frac{\alpha V_\infty}{\alpha U_\infty} = \frac{\alpha P}{\alpha \beta} = \frac{G\gamma}{G\beta} \quad (d)$$

Dann wird die Gleichung (b):

$$1 = \frac{GS}{PT} \cdot \frac{G\gamma}{G\beta} \quad \text{oder} \quad \frac{PT}{G\gamma} = \frac{GS}{G\beta} \text{ (e)}$$

Indem wir von T aus eine Senkrechte GP ziehen, erhalten wir 2 ähnliche Dreiecke PTz und GPγ; in ihnen ist:

$$\frac{PT}{G\gamma} = \frac{Pz}{GP} \text{ (f)}$$

und wir erhalten daher:

$$\frac{Pz}{GP} = \frac{GS}{G\beta} \text{ (g)}$$

Fällen wir endlich das Lot Sδ, so wird:

$$\frac{GS}{G\beta} = \frac{G\delta}{GP} \text{ (h)}$$

also
$$\frac{Pz}{GP} = \frac{G\delta}{GP} \text{ (i)}$$

oder es ist:
$$Pz = G\delta \text{ (k)}$$

oder
$$\delta z = GP \text{ (l)}$$

Der Schnittpunkt T von zT mit der in C errichteten Senkrechten auf QP ist zugleich ein Punkt der gesuchten Normalen PT. Da das Viereck CPzT ein Viereck im Kreise ist mit PT als Durchmesser, so gilt der Satz:

Der Umkreis des Dreiecks CPz berührt im Punkte P unsere Kurve.

Indem wir nun die oben gefundenen Resultate anwenden und zugleich diejenigen Elemente, die nur zur Ableitung der vorigen Construktion gedient haben, unterdrücken, so ergibt sich folgende Construction der Normalen und der Tangente unserer Kreiscylinderfokalen: (Fig. 13)

Die Fokale ist der Ort des Schnittpunktes P der Geraden GH und QC (oder auch der Geraden OP).

Es sei ferner S der Schnittpunkt des Lotes in O mit der Geraden CG und δ der Fusspunkt des Perpendikels von S auf GP, endlich machen wir noch $\delta z = GP$.

Es berührt dann der um CPz beschriebene Kreis in P die Fokale, und die Gerade, welche P mit dem Schnittpunkt der Perpendikel in z und C verbindet, ist die gesuchte Normale der Kurve im Punkte P, oder nehmen wir im Dreieck QPz zu dem durch P gehenden Höhenperpendikel die Winkelgegenlinie, so ist letztere die Normale der Kreiscylinderfokalen im Punkte P.

Die zugehörige Tangente ist die durch P Parallele zu HU, der Verbindungslinie der Fusspunkte der beiden Höhenperpendikel in C und z.

rstellung der Coordinaten eines Punktes der Kreiscylinderfokalen als rationale Functionen eines Parameters.*)

Die Fokale des Kreiscylinders besitzt 3 Doppelpunkte; sie ist also Kurve vom Geschlecht Null, und es lassen sich somit rechtwinkligen Coordinaten (x, y) darstellen als algebraische Funkn eines variablen Parameters.

Zu dieser Darstellung gelangen wir vermittelst der Gleichungen und (18) pag. 113, welche die Coordinaten der Fokalen des ellipen Cylinders in elliptischen Funktionen eines Parameters u ausken. Für den Fall nämlich, dass der elliptische Cylinder in einen scylinder übergeht, wird der Modulus $k = \frac{a}{a} = 1$, und es en die elliptischen Funktionen über in hyperbolische; denn für = 1 wird:

$$u = \int_0^z \frac{dz}{1-z^2} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{Lg} \frac{1+z}{1-z};$$

aus ist:

$$z = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}} = \mathrm{tg.\,hyp.}\, u = \mathrm{tang}\, u;$$

Es ist aber auch: $z = \mathrm{sn}\,(u, 1)$,
it:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{sn}\,(u,1) &= \mathrm{tang}\, u \\ \mathrm{cn}\,(u,1) &= \frac{1}{\mathrm{cof}\, u} \\ \mathrm{dn}\,(u,1) &= \frac{1}{\mathrm{cof}\, u} \end{aligned}\right\} \quad (49)$$

er

Indem wir diese Werte für sn, cn, dn in den Gleichungen (17) (18) einsetzen, gehen diese über in:

$$\left.\begin{aligned} x &= d + a \cdot \frac{1}{\mathrm{cof}\, u}, \\ y &= \left(d + a \cdot \frac{1}{\mathrm{cof}\, u}\right) \cdot \frac{1}{\mathrm{fin}\, u}. \end{aligned}\right\} \quad (50)$$

*) Siehe Prof. Dr. G. Huber, Die Kegelfokalen. Bern, 1893.

oder da wir den Radius des Kreiscylinders mit l bezeichnet haben:

$$\left.\begin{aligned} x &= d + l \,.\, \mathfrak{sekans}\, u \\ y &= d \,.\, \mathfrak{cosekans}\, u + 2\, l \,.\, \mathfrak{cosekans}\, 2\, u \end{aligned}\right\} \quad (50^a)$$

Diese Gleichungen drücken also die rechtwinkligen Coordinaten eines Punktes der Kreiscylinderfokalen in hyperbolischen Functionen eines Argumentes u aus. Jedem Werte von u entspricht ein und nur ein Kurvenpunkt; die Fokale ist mithin durch diese Gleichungen eindeutig bestimmt.

Durch Division der Gleichungen (50) folgt:

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{\mathfrak{sin}\, u} \quad \ldots \quad (51)$$

Dies ist die Gleichung eines Strahls durch den Coordinatenursprung O, der die Fokale in 2 zugeordneten Punkten schneidet von den Argumenten u und $(i\pi - u)$.

$\frac{1}{\mathfrak{sin}\, u}$ stellt in obiger Gleichung (51) den Richtungscoëffizienten des Leitstrahls durch O dar. Setzen wir denselben gleich der trigonometrischen Tangente eines variablen Winkels α, also: $\frac{1}{\mathfrak{sin}\, u} = \operatorname{tg} \alpha$, so erhalten wir die Coordinaten (x, y) eines Punktes der Kreiscylinderfokalen ausgedrückt in rationalen Functionen von trigonometrischen Functionen, nämlich:

$$\left.\begin{aligned} x &= d + l \sin \alpha \\ y &= (d + l \,.\, \sin \alpha) \,.\, \operatorname{tg} \alpha \end{aligned}\right\} \quad (52)$$

Lassen wir hierin α variieren von 0^0 bis 360^0, so erhalten wir sämtliche Kurvenpunkte.

Die Gleichungen (52) gehen für den Fall, dass $d = l$ wird über in:

$$\left.\begin{aligned} x &= l\,(1 + \sin \alpha) \\ y &= l\,(1 + \sin \alpha) \,.\, \operatorname{tg} \alpha \end{aligned}\right\} \quad (52^a)$$

Rückt O nach C oder wird $d = 0$, so werden obige Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} x &= l \,.\, \sin \alpha \\ y &= l \,.\, \sin \alpha \,.\, \operatorname{tg} \alpha \end{aligned}\right\} \quad (52^b)$$

und hieraus ergibt sich auf einfache Weise die Polargleichung der Kreiscylinderfokalen $d = 0$, bezogen auf den Selbstberührungspunkt als Nullpunkt; nämlich:

$$x^2 + y^2 = r^2 = l^2 \,.\, \sin^2 \alpha + l^2 \,.\, \sin^2 \alpha \,.\, \operatorname{tg}^2 \alpha$$

oder

$$r = l \,.\, \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

Mit Hülfe dieser Polargleichung lassen sich nun Punkte der Fokalen construieren; denn aus ihr geht hervor, dass der Radius

vector eines Kurvenpunktes direkt proportional ist der trigonometrischen Tangente des Winkels, den derselbe mit der x-Axe bildet.

Tragen wir also auf einen beliebigen Leitstrahl durch O seinen Abschnitt auf der Cylindererzeugenden E resp. E' ab, so ist dieser Punkt ein Punkt der Fokalen.

Die Gleichungen (52) geben uns die rechtwinkligen Coordinaten eines Punktes der Kreiscylinderfokalen bezogen auf O als Ursprung in trigonometrischen Functionen eines variablen Winkels α.

Setzen wir nun in denselben $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = t$, wo t einen variablen Parameter bedeutet, so gehen sie über in:

$$\left.\begin{aligned} x &= d + l\frac{2t}{1+t^2}; \\ y &= \frac{2(d + 2lt + dt^2)\,.\,t}{1 - t^4} \end{aligned}\right\}$$

oder alles auf gleichen Nenner gebracht:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{(d + 2lt + dt^2)\,.\,(1 - t^2)}{1 - t^4} \\ y &= \frac{2(d + 2lt + dt^2)\,.\,t}{1 - t^4} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (54)$$

Es lassen sich also die Coordinaten sämtlicher Punkte der Kreiscylinderfokalen darstellen mit Hülfe eines variablen Parameters als rationale algebraische Functionen.

Für den Doppelpunkt O ergeben sich die Parameterwerte aus der Gleichung: $d + 2lt + dt^2 = 0$; nämlich:

$$\left.\begin{matrix} t_1 \\ t_2 \end{matrix}\right\} = \frac{-l \pm \sqrt{l^2 - d^2}}{d}.$$

Dieselben sind nur reell für $l \gtrless d$. Für $l = d$, d. h. für den Fall, dass die Büschelaxe den Cylinder tangiert, erhalten wir aus obiger Gleichung nur einen Parameterwert; O ist, was wir schon früher auf andere Weise gefunden haben, unter dieser Voraussetzung ein einfacher Punkt der Fokalen 3. Ordnung.

Für die Parameterwerte $t_1 = 0$ und $t_2 = \infty$ ergeben sich aus Gleichung (54) die Coordinaten des Doppelpunktes C, und $t = \pm 1$ entsprechen die unendlich fernen Kurvenpunkte.

Durch Division der Gleichungen (54) ergibt sich:

$$\frac{y}{x} = \frac{2t}{1-t^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

Dies ist die Gleichung eines Leitstrahls durch O. Derselbe schneidet die Fokale in 2 reellen Punkten, die wir zugeordnete Punkte genannt haben. Jedem dieser Schnittpunkte entspricht ein bestimmter Parameterwert t.

Fassen wir in Gleichung (55) den Ausdruck $\frac{2t}{1-t^2}$ als Richtungscoëfficient des Leitstrahls auf und setzen wir denselben $= m$, so ergeben sich aus dieser Gleichung: $\frac{2t}{1-t^2} = m$ die Parameterwerte zweier zugeordneter Punkte t_1 und t_2 durch:

$$\left.\begin{matrix} t_1 \\ t_2 \end{matrix}\right\} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+m^2}}{m}.$$

Ihr Produkt: $t_1 \cdot t_2 = -1 = \text{constant}$, stellt eine elliptische Punkt- oder Strahlinvolution dar von der Potenz — 1. Der Mittelpunkt derselben ist der Parameterwert 0 des Doppelpunktes C; ihm entspricht der Parameterwert ∞ desselben Punktes.

Für $m = \pm\sqrt{-1} = \pm i$ fallen die sonst verschiedenen Parameterwerte zweier zugeordneter Punkte zusammen in $+i$ resp. $-i$; $y = \pm ix$ ist aber die Gleichung der Leitstrahlen durch O nach den imaginären Kreispunkten im Unendlichen; es ist die Gleichung der Strahlen absoluter Richtung; dieselben sind mithin Tangenten der Fokalen in diesen Punkten.

Die hier gefundenen Resultate lassen sich kurz in folgendem Satz ausdrücken:

Je zwei zugeordnete Punkte einer Kreiscylinderfokalen besitzen Parameterwerte, welche einer elliptischen Involution angehören von der Potenz — 1; der Mittelpunkt derselben ist der Parameterwert 0 des Doppelpunktes C. Die imaginären Doppelpunkte dieser Involution sind die Parameterwerte der imaginären Kreispunkte der Ebene.

Wählen wir statt des Doppelpunktes O, den Punkt C als Ursprung des Coordinatensystems, so gehen die Gleichungen (54) über in:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{2\,lt\,.\,(1-t^2)}{1-t^4} \\ y' &= \frac{2\,(d+2\,lt+dt^2)\,.\,t}{1-t^4} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (56)$$

Es stellt uns dann die Gleichung:

$$\frac{y'}{x'} = \frac{d+2\,lt+dt^2}{l(1-t^2)} \quad . \; . \; . \; (57)$$

einen Strahl durch C dar. Jeder solche Strahl schneidet die Kreiscylinderfokale in 2 Punkten; ihre Parameterwerte ergeben sich aus:

$$d+2\,lt+dt^2 = l\,.\,m\,(1-t^2);$$

sie sind:
$$\left.\begin{matrix} t_1 \\ t_2 \end{matrix}\right\} = \frac{-l \pm \sqrt{l^2-(d^2-l^2\,m^2)}}{d+lm};$$

wo m der Richtungscoëfficient des betreffenden Strahles bedeutet. Diese Schnittpunkte sind jedoch nur reell für $l^2(1+m^2) > d^2$, also für $m > \frac{1}{l}\sqrt{d^2-l^2}$, für den Fall, dass $d > l$.

Wird der Radikant:

$$l^2 + l^2\,m^2 - d^2 = 0,$$

so wird $t_1 = t_2$, und der Leitstrahl ist Tangente vom Doppelpunkt C aus an die Fokale. Dies tritt also ein für

$$m = \pm\frac{1}{l}\sqrt{d^2-l^2}.$$

Es können also vom Doppelpunkt C aus zwei Tangenten an die Kreiscylinderfokale gezogen werden, die symmetrisch liegen zur x-Axe. Diese Tangenten sind jedoch nur reell für $d > l$, also für den Fall, dass die Büschelkante ausserhalb des Cylinders liegt.

Der Ort der Berührungspunkte dieser Tangenten für ein System von Kreiscylinderfokalen, das wir erhalten, indem wir bei constantem Cylinderradius d variieren lassen, ergibt sich aus der auf C als Ursprung bezogenen Kurvengleichung in rechtwinkligen Coordinaten unter Zuhülfenahme des oben für den Richtungscoëfficienten der Tangenten gefundenen Ausdrucks.

Es war diese Gleichung der Fokalen in rechtwinkligen Coordinaten (pag. 121):

$$x'^2\,.\,((x'+d)^2 + y'^2) - l^2\,y'^2 = 0.$$

Es sei ferner: $y' = m\,x'$ die Gleichung einer im Coordinatenursprung an die Kurve gezogenen Tangente, deren Richtungscoëfficient gegeben ist durch:

$$m = \pm \frac{1}{l} \sqrt{d^2 - l^2};$$

dann erhalten wir aus obigen Gleichungen die Coordinaten des Berührungspunktes der Tangente als:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{-d}{1+m^2} \\ y' &= \frac{-md}{1+m^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (58)$$

Führen wir hierin für m die obige Bedingungsgleichung ein und eliminieren den constanten Abstand d, so erhalten wir als Ort der Berührungspunkte sämtlicher durch C gehender Tangenten eines Fokalsystems den Kreis:

$$x^2 + y^2 = l^2 \quad \ldots (59)$$

Dies ist ein Kreis um den Doppelpunkt C mit Radius $= l \leqq$ dem Radius des Cylinders; derselbe berührt also die Cylindererzeugenden E und E' in den Punkten A und A'.

Da die beiden von C aus an die Fokale gehenden Tangenten symmetrisch sind zur x-Axe, so liegen ihre Berührungspunkte auch auf einem Kreis um O, welcher die Kurve in denselben berührt; denn: Ein Kreis mit Radius r um O und unsere Kreiscylinderfokale bezogen auf O als Ursprung haben die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 &= r^2; \\ (x^2 + y^2) \,.\, (x - d)^2 - l^2 y^2 &= 0; \end{aligned}\right\} \qquad (a)$$

Eliminieren wir aus diesen Gleichungen y^2, so erhalten wir eine Gleichung in x^2, welche nach x aufgelöst die Abscissen der Schnittpunkte von Kreis und Fokale liefert.

Die Gleichung in x^2 lautet:

$$(r^2 + l^2) \,.\, x^2 - 2\,d \,.\, r^2 \,.\, x + (d^2 - l^2) \,.\, r^2 = 0. \quad (b)$$

Soll nun obiger Kreis die Kurve berrühren, so müssen die beiden Wurzeln dieser Gleichung (b) zusammenfallen, und hiefür ist die Bedingung:

$$(r^2 + l^2) \,.\, (d^2 - l^2) \,.\, r^2 - d^2 r^4 = 0.$$

Dieses Polynom zerfällt in 2 Faktoren:

$$\left.\begin{aligned} &1.\ r^2 = 0 \\ \text{und} \quad &2.\ (r^2 + l^2) \,.\, (d^2 - l^2) - d^2 r^2 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (c)$$

Die Lösung $r^2 = 0$ bezieht sich auf den isolierten Doppelpunkt O und kommt hier nicht in Betracht.

Aus dem 2. Faktor ergibt sich:

$$r^2 = d^2 - l^2; \qquad (d)$$

Aus Gleichung (b) wird die Abcisse der Berührungspunkte:

$$x = \frac{dr^2}{r^2+l^2};$$

da aber nach (d): $r^2 + l^2 = d^2$, so ist:

$$d \,.\, x = r^2 \;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (60)$$

Fig. 7; Bl. II; d. h. Der um O beschriebene Kreis, welcher durch die Berührungspunkte der von C an die Fokale $d > l$ gelegten Tangenten geht, schneidet in diesen Punkten den Kreis um den Doppelpunkt C mit Radius l orthogonal; dabei berührt er auch die Kurve in diesen Punkten.

Für die Specialkurven $d = l$ (Strophoïde) und $d = 0$ gehen die Gleichungen (54) über in die folgenden:

$$\left.\begin{aligned} d = l: \qquad x &= l\left(1 + \frac{2t}{1+t^2}\right) \\ y &= \frac{2lt\,.\,(1+t)^2}{1-t^4} \end{aligned}\right\} \quad (61)$$

$$\left.\begin{aligned} d = 0: \qquad x &= \frac{2lt}{1+t^2} \\ y &= \frac{4lt^2}{1-t^4} \end{aligned}\right\} \quad (62)$$

Bezeichnen wir auch hier die zwei auf einem Leitstrahl durch den Coordinatenursprung O liegenden Kurvenpunkte als zugeordnet, so gelten im Specialfall $d = l$, nach Gleichung (61), für ihre Radien vectoren und für ihre rechtwinkligen Coordinaten dieselben Gesetze wie bei der entsprechenden Fokalen des elliptischen Cylinders (pag. 113).

Transformieren wir die Gleichungen (54), (61) und (62) auf den Doppelpunkt C als Coordinatenursprung, so lauten dieselben:

$$\text{a. } d > l: \qquad \left.\begin{aligned} x &= \frac{2\,lt}{1+t^2} \\ y &= \frac{2\,(dt^2 + 2\,lt + d)\,.\,t}{1-t^4} \end{aligned}\right\} \quad (63^a)$$

$$\text{b. } d = 1: \quad \left.\begin{aligned} x &= \frac{2lt}{1+t^2} \\ y &= \frac{2l(1+t)\,.\,t}{(1+t^2)\,.\,(1-t)} \end{aligned}\right\} \quad (63^b)$$

$$\text{c. } d = 0: \quad \left.\begin{aligned} x &= \frac{2lt}{1+t^2} \\ y &= \frac{4lt^2}{1-t^4} \end{aligned}\right\} \quad (63^c)$$

Diese Gleichungen zeigen, dass die Abcisse x für sämtliche Fokalen eines Systems mit variablem d, aber constantem Parameter t dieselbe ist.

Es entsprechen aber jedem Werte von x zwei Werte von t, die sich aus obigen Gleichungen für die Abcisse ergeben als:

$$\left.\begin{matrix} t_1 \\ t_2 \end{matrix}\right\} = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - x^2}}{x};$$

Diese Parameterwerte sind nur reell für $l > x$, d. h. für den Fall, dass die zugehörigen Punkte der Fokalen sich innerhalb den Erzeugenden E und E′ befinden, mithin selber reell sind.

Das Produkt der Parameterwerte aus obiger Gleichung ist:

$$t_1 \,.\, t_2 = 1 = \text{constant},$$ d. h.:

Jede Ordinate zwischen den Cylindererzeugenden E und E′ schneidet sämtliche Fokalen eines Kreiscylinders in Punktepaaren, deren Parameterwerte bezogen auf den Doppelpunkt C dieselben sind, und es bilden diese Parameterwerte aller Ordinaten ein hyperbolisches Punktsystem von der Potenz $= +1$. Der Mittelpunkt dieser Involution wird repräsentiert durch den Parameterwert $t_1 = 0$ des Punktes C; diesem entspricht als unendlich fernes Element der andere Parameterwert $t_2 = \infty$ desselben Punktes; die Doppelelemente sind die Parameter der unendlich fernen Kurvenpunkte.

Wendepunkte der Kreiscylinderfokalen.

Lassen wir in der Wendepunktsgleichung (27) pag. 116 den Modulus k in 1 übergehen, so erhalten wir eine Gleichung in hyperbolischen Functionen, die uns die 6 Wendepunkte der Kreiscylinderfokalen liefert.

Es wird also (27) für k = 1:

$$\operatorname{tang}^4 u \,.\left\{1\,.\,\frac{1}{\operatorname{cof}^5 u} + 3\,d\,\frac{1}{\operatorname{cof}^4 u} + 2\,l\,\frac{1}{\operatorname{cof}^3 u}\right\} = 0$$

oder $\operatorname{tang}^4 u \,.\, \{2\,l\,.\,\operatorname{cof}^2 u + 3\,d\,.\,\operatorname{cof} u + l\} = 0;$ . . . . (64)

Diese Gleichung zerfällt also in die beiden:

$$\left.\begin{array}{ll} & 1.\ \operatorname{tang}^4 u = 0 \\ \text{und} & 2.\ 2l\,.\,\operatorname{cof}^2 u = 3\,d\operatorname{cof} u + l = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots (65)$$

Der 1. Faktor liefert die zwei im unendlich fernen Doppelpunkt der Kurve liegenden Wendepunkte; denn diese Gleichung ist erfüllt für $u = 0$ und $u = i\,\pi$, für welche Werte sich aus Gleichung (50) die rechtwinkligen Coordinaten:

$\left.\begin{array}{l} x = d + l \\ y = \infty \end{array}\right\}$ und $\left.\begin{array}{l} x = d - l \\ y = \infty \end{array}\right\}$ ergeben; der unendlich ferne Doppelpunkt ist mithin auch für die Kreiscylinderfokalen doppelter Inflexionsknoten.

Die übrigen 4 Wendepunkte der Kreiscylinderfokalen sind gegeben durch den 2. Faktor der Wendepunktsgleichung (64):

$$2\,l\,\operatorname{cof}^2 u + 3\,d\,\operatorname{cof} u + l = 0;$$

Nach cof u aufgelöst, erhalten wir:

$$\operatorname{cof} u = \frac{-3\,d \pm \sqrt{9\,d^2 - 8\,l^2}}{4\,l}.$$

Jedem Werte für d entsprechen aus dieser Gleichung im allgemeinen zwei Werte für cof u und jeder dieser Werte cof u liefert nach Gleichung (50) die rechtwinkligen Coordinaten zweier Wendepunkte, die symmetrisch liegen zur x-Axe, also gleiche Abscisse und entgegengesetzt gleiche Ordinaten besitzen. Nur für den Fall $d = \pm \frac{2}{3}\,l\,.\sqrt{2}$ fallen die beiden Werte von cof u aus obiger Gleichung zusammen in $\mp \frac{1}{2}\sqrt{2}$, und wir erhalten nur 2 symmetrisch zur x-Axe gelegene Wendepunkte, deren Coordinaten aber imaginär sind.

Die rechtwinkligen Coordinaten der 4 Wendepunkte ergeben sich aus Gleichungen (50) als:

$$\left.\begin{array}{l} x = d + \dfrac{4\,l^2}{-3\,d \pm \sqrt{9\,d^2 - 8\,l^2}} \\[2ex] y = \left(d + \dfrac{4\,l^2}{-3\,d \pm \sqrt{9\,d^2 - 8\,l^2}}\right) \cdot \dfrac{4\,l}{\pm\sqrt{18\,d^2 - 24\,l^2 \mp 3\,d\,.\sqrt{9\,d^2 - 8\,l^2}}} \end{array}\right\} (66)$$

Ist $\mathbf{d < l}$, d. h., schneidet die Büschelkante den Cylinder, so erhalten wir aus obigen Gleichungen 4 imaginäre Wendepunkte, und zwar werden für $l > d > \frac{2}{3} l . \sqrt{2}$ die Ordinaten und für $d < \frac{2}{3} l \sqrt{2}$ die Abscissen derselben imaginär. Hat d den speciellen Wert: $\frac{2}{3} l \sqrt{2,}$ so fallen, wie schon oben gefunden, die beiden imaginären Wendepunktspaare in eines zusammen mit den Coordinaten:

$$x = -\frac{1}{3} l . \sqrt{2}; \left\{ \begin{array}{l} y_1 = \quad \frac{2}{3} l i \\ y_2 = -\frac{2}{3} l i \end{array} \right\}.$$

Für $d = 0$ sind die Coordinaten der Wendepunkte:

$$x_1 = -l i \sqrt{2}; \left\{ \begin{array}{l} y_1 = -\frac{2}{3} l \sqrt{3} \\ y_2 = +\frac{2}{3} l \sqrt{3} \end{array} \right\}$$

und

$$x_2 = +l i \sqrt{2}; \left\{ \begin{array}{l} y'_1 = \quad \frac{2}{3} l \sqrt{3} \\ y'_2 = -\frac{2}{3} l \sqrt{3} \end{array} \right\};$$

sie liegen also c e n t r a l - s y m m e t r i s c h zum Ursprung $O = C$.

Tangiert die Büschelaxe den Cylinder oder wird $d = l$, so liegen 2 Wendepunkte im Punkte $O = A$ vereinigt, und dieser ist ein gewöhnlicher Punkt der Fokale 3. Ordnung. Die beiden andern Wendepunkte sind wieder imaginär und haben die Coordinaten:

$$x = -l; \left\{ \begin{array}{l} y_1 = \quad \frac{4}{3} l i \\ y_2 = -\frac{4}{3} l i \end{array} \right\}$$

Lassen wir endlich $\mathbf{d > l}$ werden, so wird in der nach cof u aufgelösten Gleichung auf voriger Seite nur für das n e g a t i v e Zeichen der Wurzel cof u absolut > 1; dies ist aber die Bedingung dafür, dass die aus den Gleichungen (50) sich ergebenden Coordinaten (x, y) eines Punktes der Fokalen $d > l$ reell ausfallen.

Es besitzt also die Kreiscylinderfokale $d > l$ zwei reelle, symmetrisch zur x-Axe gelegene Wendepunkte, deren Coordinaten wir erhalten, indem wir in den Gleichungen (66) nur das negative Zeichen der Wurzel berücksichtigen; also:

$$(67)\begin{cases} x = d + \dfrac{4l^2}{-3d - \sqrt{9d^2 - 8l^2}} = \dfrac{-d + \sqrt{9d^2 - 8l^2}}{2} \\ y = \dfrac{-d + \sqrt{9d^2 - 8l^2}}{2} \cdot \dfrac{4l}{\pm\sqrt{18d^2 - 24l^2 + 3d\sqrt{9d^2 - 8l^2}}} \\ \qquad = \pm\sqrt{\dfrac{2}{3}(2l^2 - 3d^2 + d\sqrt{9d^2 - 8l^2})} \end{cases}$$

Die beiden andern Wendepunkte sind imaginär; ihre Coordinaten ergeben sich aus den Gleichungen (66) für das positive Wurzelvorzeichen des Ausdrucks für $\cos u$.

Beziehen wir in obigen Gleichungen (67) die Coordinaten der reellen Wendepunkte statt auf O auf C als Ursprung, so gehen dieselben über in:

$$(68)\begin{cases} x' = x - d = \dfrac{-3d + \sqrt{9d^2 - 8l^2}}{2}, \\ y' = \quad y = \pm\sqrt{\dfrac{2}{3}(2l^2 - 3d^2 + d\sqrt{9d^2 - 8l^2}}; \end{cases}$$

Betrachten wir hierin d, den Abstand der Büschelaxe vom Doppelpunkt C, als variabel und eliminieren denselben aus diesen Ausdrücken für x' und y', so erhalten wir eine Gleichung, welche uns den Ort der im Endlichen liegenden, reellen Wendepunkte eines Systems von Fokalen, für die $d > l$ ist, darstellt.

Wir erhalten als Ortskurve dieser reellen Wendepunkte eine Ellipse von der Gleichung:

$$(69)\quad \frac{x'^2}{l^2} + \frac{y'^2}{\left(\frac{2l}{3}\right)^2} = 1; \qquad \text{(Blatt II; Fig. 7;)}$$

Um einen Wert für den Krümmungsradius der Kreiscylinderfokalen zu bekommen, können wir die auf pag. 114, Gl. 20 citierte Formel für ϱ anwenden auf unsere in Parameterform gegebene Kurvengleichung (54). Die in dieser Weise sich ergebenden Ausdrücke werden aber sehr complicierte, und es ist daher vorzuziehen,

mit Hülfe der Polargleichung unserer Kurve deren Krümmung zu bestimmen.*)

Dies ausgeführt, ergibt:

$$\varrho = \frac{\left\{l^2 + d^2 + 2\,dl \sin\varphi\,(1 + \cos^2\varphi) + l^2 \,.\, \sin^2\varphi \,.\, \cos^2\varphi\right\}^{3/2}}{l \,.\, \cos^4\varphi \,.\, (2\,l + 3\,d \,.\, \sin\varphi + l \sin^2\varphi)}; \quad (70)$$

Erteilen wir hierin φ die Werte 0 und π, so erhalten wir die Krümmungsradien der beiden im Doppelpunkt C sich schneidenden Kurvenäste und zwar wird in beiden Fällen:

$\varrho_{(c)} = \frac{(l^2 + d^2)^{3/2}}{2\,l^2}$, was aussagt, dass beide im Doppelpunkt C sich schneidenden Äste in diesem Punkte dieselbe Krümmung haben. Für die Specialkurven $d = l$ und $d = 0$ nimmt $\varrho_{(c)}$ die Werte an:

1. $d = l$: $\varrho_{(c)} = l \,.\, \sqrt{2}$; 2. $d = 0$: $\varrho_{(c)} = \frac{l}{2}$. —

Quadratur von Segmenten der Kreiscylinderfokalen.

Ein durch den Doppelpunkt 0 gehender Strahl (Fig. 14) treffe die Cylindererzeugenden E und E' in den Punkten U und V und die Fokale in F und G.

Dann ist:

$$\text{Sector OCG} = \frac{1}{2}\int_0^{\varphi} r^2 \,.\, d\varphi;$$

Da aber: $r = \frac{d \pm l \sin\varphi}{\cos\varphi}$ (Polargleichung),

so wird:

$$\left.\begin{aligned} \text{Sector OCG} &= \frac{1}{2}\int_0^{\varphi} (d + l\sin\varphi)^2 \,.\, \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} \\ \text{und} \quad \text{Sector OCF} &= \frac{1}{2}\int_0^{\varphi} (d - l\sin\varphi)^2 \,.\, \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} \end{aligned}\right\} \quad (71)$$

Hieraus wird durch Subtraktion:

$$\text{Segment FCG} = 2\,d\,.\,l\int_0^{\varphi} \frac{\sin\varphi \,.\, d\varphi}{\cos^2\varphi} = 2\,d\,.\,l\,.\left\{\frac{1}{\cos\varphi}\right\}_0^{\varphi}.$$

*) Siehe Prof. G. Huber, die Kegelfokalen, S. 49.

Indem wir die Grenzen einsetzen, bekommen wir:

$$\text{Segment FCG} = 2\,d\,.\,l\left\{\frac{1}{\cos\varphi} - 1\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (72)$$

Bezeichnen wir den Schnittpunkt des Leitstrahls OUG mit der Cylinderaxe mit J, so ist: $OJ = \frac{d}{\cos\varphi} = OT$

und $CT = \frac{d}{\cos\varphi} - d;$

Da aber nach Gleichung (72): Fläche $FCG = 2\,l\left\{\frac{d}{\cos\varphi} - d\right\}$, so können wir den Inhalt derselben angeben durch ein Rechteck, dessen eine Seite $= 2\,l =$ dem Durchmesser des Cylinders ist und dessen andere Seite uns durch die Strecke $CT = \frac{d}{\cos\varphi} - d$ dargestellt wird. Tragen wir daher diese letztere Entfernung nach unten oder oben von C aus auf die Cylinderaxe ab und ziehen durch den Endpunkt S eine Parallele zur x-Axe, so ist:

Fläche FCG = AA'B'B, d. h., gleich dem Inhalt des Rechtecks gebildet von den Cylindererzeugenden E und E' einerseits und der x-Axe und der zu ihr im Abstand $\frac{d}{\cos\varphi} - d$ Parallelen andrerseits.

Für den Fall, dass d den speciellen Wert 0 annimmt, lautet die Polargleichung der Fokalen, wie früher gefunden:

$$r = l\,.\,\operatorname{tg}\varphi;$$

r bedeutet dabei die Länge eines Halbstrahls von $O = C$ aus, welcher mit der x-Axe einen Winkel φ bildet.

Es ergibt sich dann als Inhalt des von diesem Halbstrahl r und der Kurve ($d = 0$) eingeschlossenen Flächenstücks:

Fläche OMP

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\varphi} r^2\,.\,d\varphi = \frac{l^2}{2}\int_0^{\varphi} \operatorname{tg}^2\varphi\,.\,d\varphi = \frac{l^2}{2}\left\{\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} - \int_0^{\varphi} d\varphi\right\}$$

$$= \frac{l^2}{2}\cdot\left\{\operatorname{tg}\varphi - \varphi\right\}^{\varphi} = \frac{l^2}{2}\left\{\operatorname{tg}\varphi - \varphi\right\}; \quad \ldots\ldots (73)$$

Da diese Fokale central-symmetrisch ist, so schliesst der nach der negativen Seite verlängerte Strahl r mit der Kurve ein gleich grosses Flächenstück ein, und wir haben daher, wenn wir mit J die Summe der Inhalte der beiden Kurvensegmente bezeichnen:

$$J = l^2 \cdot (\operatorname{tg}\varphi - \varphi) \ldots\ldots\ldots (74)$$

Ferner ist:

Segment OMPGA' = $\measuredangle$OA'G — Sektor OMP;

da aber: $\measuredangle OA'G = \frac{l^2 \cdot \operatorname{tg}\varphi}{2}$, so wird:

$$\text{Flächenstück OMPGA'} = \frac{l^2 \cdot \operatorname{tg}\varphi}{2} - \frac{l^2}{2}(\operatorname{tg}\varphi - \varphi) = \frac{l^2}{2} \cdot \varphi;$$

und für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ erhalten wir, indem wir den Inhalt des unendlich langen Flächenstreifens zwischen der Kurve, der Asymptote A' und der x-Axe mit S bezeichnen:

$$S = l^2 \cdot \frac{\pi}{4};$$

Die Kurve (d = 0) schliesst aber mit den beiden Erzeugenden E und E', welche zugleich Asymtoten sind, 4 solcher unendlich langer Flächenstreifen ein, deren Inhalte einander gleich sind. Es beträgt also die Summe aller 4:

$$4\,S = l^2 \cdot \pi \ldots\ldots\ldots (75) \text{ d. h.,}$$

Die von der Kreiscylinderfokalen (d = 0) und den Asymptoten eingeschlossenen unendlich langen Flächenstreifen haben einen endlichen Inhalt; ihre Summe ist gleich dem Inhalt des Kreises mit Radius l des Cylinders.

Aus der Figur 14 geht weiter hervor:

Es ist: $\text{Fläche ACFU} = \frac{1}{2}\int_0^{\varphi}\left\{r^2 - \frac{(d-l)^2}{\cos^2\varphi}\right\} \cdot d\varphi;$

Da aber: $r = \frac{d - l\sin\varphi}{\cos\varphi}$, so wird:

$$r^2 - \frac{(d-l)^2}{\cos^2\varphi} = \frac{(d - l\sin\varphi)^2 - (d-l)^2}{\cos^2\varphi} = \frac{2d \cdot l \cdot (1 - \sin\varphi) - l^2 \cdot \sin^2\varphi}{\cos^2\varphi}$$

$$= \frac{2dl}{1+\sin\varphi} - l^2 = \frac{dl}{\cos^2\left(45^0 - \frac{\varphi}{2}\right)} - l^2;$$

Setzen wir diesen Wert unter dem Integral ein, so ist:

$$\text{Inhalt von Fläche: ACFU} = -\,\mathrm{dl}\,.\int_0^{\varphi}\frac{\mathrm{d}\left(45^0-\frac{\varphi}{2}\right)}{\cos^2\left(45^0-\frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$-\frac{l^2}{2}\int_0^{\varphi}\mathrm{d}\varphi=\mathrm{dl}\,.\left\{1-\mathrm{tg}\left(45^0-\frac{\varphi}{2}\right)\right\}-\frac{1}{2}\,l^2\,.\,\varphi;\quad\ldots\quad(76)$$

Nun ist:

$$(1-\mathrm{tg}\left(45^0-\frac{\varphi}{2}\right)=1-\frac{1-\mathrm{tg}\,\varphi\big|_2}{1+\mathrm{tg}\,\varphi\big|_2}=\frac{2\,\mathrm{tg}\,\varphi\big|_2}{1+\mathrm{tg}\,\varphi\big|_2}=\frac{2\sin\varphi\big|_2}{\sin\varphi\big|_2+\cos\varphi\big|_2}$$

$$\frac{\sqrt{2}\,.\,\sin\varphi\big|_2}{\sin\left(45^0+\varphi\big|_2\right)};$$

Also wird dann:

$$\text{Fläche ACFU}=\frac{\mathrm{d}\,.\,l\sqrt{2}\,\sin\varphi\big|_2}{\sin\left(45^0+\varphi\big|_2\right)}-\frac{1}{2}\,l^2\,\varphi\quad\ldots\ldots\quad(76^a)$$

Setzen wir endlich in Gleichung (76) eine trigonometrische Funktion des ganzen Winkels ein, also:

$$\mathrm{tg}\left(45^0-\varphi\big|_2\right)=\frac{1-\sin\varphi}{\cos\varphi},$$

so geht sie über in:

$$\text{Fläche ACFU}=\mathrm{dl}\,.\,\mathrm{tg}\,\varphi-\mathrm{dl}\left(\frac{1}{\cos\varphi}-1\right)-\frac{1}{2}\,l^2\,.\,\varphi\quad(76^b)$$

Diese Formel gibt mit Berücksichtigung der Ausdrücke (71) folgende Construktion des Inhalts des Flächenstückes ACFU. (Fig. 15.)

Es ist also:

Fläche ACFU = Rechteck HIKL — Kreissector ACS;

Vorteilhafter als diese Gleichung ist die Formel für den Inhalt des Flächenstückes ACFU, welche uns gegeben wird durch Construktion vom Ausdruck (76). (Fig. 16.)

Derselbe war:

$$\text{Fläche ACFU}=\mathrm{dl}\left\{1-\mathrm{tg}\left(45^0-\varphi\big|_2\right)\right\}-\frac{1}{2}\,.\,l^2\,.\,\alpha.$$

Dies construiert, ergibt die Gleichung:

Inhalt von Fläche ACFU = Rechteck DEGH — Kreissectors A′CS;

Die letztere Construction, sowie auch die Gleichungen (76) oder (76ª) lassen sich auf den Grenzfall ausdehnen, wo $\varphi = \frac{\pi}{2}$ wird, und es rückt für diesen Wert von φ der Kurvenpunkt F ins Unendliche.

Aus den Gleichungen (76) oder (76ª) ergibt sich für $\varphi = \frac{\pi}{2}$:

Fläche $F = dl - \frac{\pi l^2}{4}$ als unendlich langer Flächenstreifen

zwischen der Kurve, der Erzeugenden E und der x-Axe, und hieraus folgt durch Construction: (Fig. 17.)

Unendl. langer Flächenstreifen F = Fläche AOKLM, d. h.

Es besitzt auch bei der Fokalen ($d > l$) der unendlich lange Flächenstreifen, begrenzt von der Erzeugenden E, der x-Axe und der Kurve einen endlichen Inhalt gleich dem Flächenstück AOKLM, gleich dem Rechteck OKLC vermindert um den Kreissector CAL.

Betrachten wir in Fig. 14 den Flächenstreifen CA′VG in analoger Weise, so ergibt sich für ihren Inhalt der Ausdruck:

$$\text{Inhalt von } CA'VG = \frac{1}{2}\int_0^{\varphi}\left\{\frac{(d+l)^2}{\cos^2\varphi} - r'^2\right\} . d\varphi;$$

Da nun aber

$$\frac{(d+l)^2}{\cos^2\varphi} - r'^2 = \frac{(d+l)^2 - (d+l\,.\,\sin\varphi)^2}{\cos^2\varphi} = \frac{2\,d\,l\,(1-\sin\varphi)}{\cos^2\varphi} + l^2,$$

so sehen wir, dass sich dieser Integrant von demjenigen, den wir bei der Quadratur der Fläche ACFU erhielten, nur durch das Vorzeichen des Gliedes l^2 unterscheidet.

Es ergibt sich also:

Inhalt v. Fläche CA′VG — Inhalt v. Fläche ACFU $= l^2\varphi$ (77)

und ferner:

$$\text{Fläche } (CA'VG) = d\,.\,l\left\{1 - \operatorname{tg}\left(45^0 - \frac{\varphi}{2}\right)\right\} + \frac{1}{2}\,l^2\,.\,\varphi$$

Gehen wir zur Grenze über und setzen $\varphi = \frac{\pi}{2}$, so wird:

$$F' = d.l + \frac{\pi l^2}{4}, \text{ d. h.:}$$

Der von der Erzeugenden E', der x-Axe und dem Kurvenast CG∞ eingeschlossene, unendlich lange Flächenstreifen hat ebenfalls einen endlichen Inhalt, und zwar ist derselbe gleich dem auf voriger Seite gezeichneten Rechteck OCLK vermehrt um den Kreissector CLA'.

Addieren wir die Inhalte aller 4 von den Erzeugenden und der Fokalen eingeschlossenen Flächenstücke, so ergibt sich, es ist:

$$S = 2F' + 2F = 4d.l; \ldots\ldots \text{(78) d. h.:}$$

Die Kreiscylinderfokale ($d > l$) schliesst mit ihren Asymptoten zwei unendlich lange Flächenstreifen ein, deren Summe gleich ist dem Inhalt eines Rechtecks von den Seiten 2d und 2l.

Subtrahieren wir diese beiden zwischen der Fokalen ($d > l$) und den beiden Cylinderzeugenden E und E' liegenden unendlich langen Flächenstreifen 2 F' und 2 F, so wird ihre Differenz:

$$D = 2F' - 2F = \pi . l^2; \ldots\ldots\ldots (78^a)$$

da diese Differenz von d unabhängig ist, so folgt der Satz:

Die Differenz der Flächeninhalte der beiden unendlich langen Streifen zwischen der Fokalen und den zugehörigen Asymptoten ist constant für alle Fokalen $d > l$ gleich dem Inhalt eines Kreises vom Radius des Cylinders und gleich dem Inhalt der entsprechenden unendlich langen Flächenstreifen der Fokalen $d = 0$.

Ist $d < l$, also O ein Knotenpunkt, so lautet die Polargleichung der Fokalen ebenfalls:

$$r = \frac{d \pm l . \sin\varphi}{\cos\varphi}$$

Die Tangenten im Doppelpunkt O haben die Richtungswinkel:

$$\sin\varphi = \mp \frac{d}{l},$$

$$\varphi = \mp \text{ arc sin } \frac{d}{l} = \mp \varphi_0$$

Für Werte von φ zwischen $-\varphi_0$ und $\frac{\pi}{2}$ stellt die Gleichung: $r = \frac{d + l \sin\varphi}{\cos\varphi}$ den rechts von O liegenden Teil des obern Astes (Fig. 9) dar, der Gleichung $r = \frac{d - l \sin\varphi}{\cos\varphi}$ aber entspricht der links von O gelegene Teil des obern Astes für φ zwischen $\frac{\pi}{2}$ und $\pi - \varphi_0$.

Es ist nun der Inhalt des Segmentes OLC, welches begrenzt wird von dem Kurvenbogen OLC und der x-Axe und welches gleich ist der Hälfte des Segmentes OLCKO, eingeschlossen von den beiden zwischen den Doppelpunkten O und C liegenden Kurvenbogen:

$$\frac{S}{2} = \frac{1}{2}\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} r^2 \,.\, d\varphi = \frac{1}{2}\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \frac{(d + l\sin\varphi)^2}{\cos^2\varphi} \,.\, d\varphi$$

$$= \frac{d^2}{2}\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} + d\,.\,l\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \frac{\sin\varphi}{\cos^2\varphi} \,.\, d\varphi + \frac{l^2}{2}\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \operatorname{tg}^2\varphi_0 \,.\, d\varphi$$

$$= \left[\frac{1}{2}(d^2 + l^2) \,.\, \operatorname{tg}\varphi + \frac{d\,.\,l}{\cos\varphi} - \frac{l^2}{2}\varphi\right]_{-\varphi_0}^{\varphi_0}.$$

Setzt man die Grenzen 0 und $-\varphi_0 = -\text{arc sin } \frac{d}{l}$, $\sin\varphi_0 = \frac{-d}{l}$ ein, so ergibt sich:

$$\frac{S}{2} = d\,.\,l - \frac{1}{2}(d^2 + l^2) \,.\, \frac{-d}{\sqrt{l^2 - d^2}} - \frac{d\,.\,l^2}{\sqrt{l^2 - d^2}} - \frac{l^2}{2} \,.\, \text{arc sin } \frac{d}{l}$$

$$= d\,.\,l - \frac{1}{2} \,.\, d\sqrt{l^2 - d^2} - \frac{l^2}{2} \,.\, \text{arc sin } \frac{d}{l}; \text{ also:}$$

$$S = 2\,d\,.\,l - d\sqrt{l^2 - d^2} - l^2 \,.\, \text{arc sin } \frac{d}{l} \quad \ldots\ldots \quad (79)$$

als Inhalt jenes doppelten Segmentes OLCKO;

Für $d = l$ geht dieses Doppelsegment in die Schleife der Strophoïde über, und es wird der Inhalt derselben aus obiger Formel, wie schon gefunden:

$$S_r = 2\,l^2 - l^2 \,.\, \frac{\pi}{2} = l^2 \,.\, \left(2 - \frac{\pi}{2}\right);$$

F ü r **d = 0** verschwindet das Doppelsegment, da sich die beiden rvenäste in O = C berühren, und damit übereinstimmend gibt ichung (79) den Wert: S = 0.

Der Inhalt des oberhalb der x-Axe liegenden und von dem rvenast M und dem Leitstrahl OG begrenzten Sectors OCMG wird:

$$\text{Fläche (OCMG)} = \frac{1}{2}\int_0^{\varphi} \frac{(d + l\sin\varphi)^2}{\cos^2\varphi}\,.\,d\varphi$$

$$= \left[\frac{1}{2}(d^2 + l^2)\,.\,\operatorname{tg}\varphi + \frac{d\,.\,l}{\cos\varphi} - \frac{l^2}{2}\,.\,\varphi\right]_0^{\varphi}$$

Grenzen eingesetzt, gibt:

$$\text{che OCMG} = \frac{1}{2}(d^2 + l^2)\,.\,\operatorname{tg}\varphi + \frac{d\,.\,l}{\cos\varphi} - \frac{l^2}{2}\varphi - d\,.\,l\,. \quad (80)$$

Nun wird das zwischen der Kurve, der Erzeugenden E', der x- und dem Leitstrahl GV liegende Flächenstück:

$$\text{Fläche CA'VGMC} = \text{Dreieck OA'V} - \text{Fläche OCMG}$$

$$= \frac{1}{2}(d + l)^2\,.\,\operatorname{tg}\varphi - \frac{1}{2}(d^2 + l^2)\operatorname{tg}\varphi - \frac{d\,.\,l}{\cos\varphi} + \frac{l^2}{2}\varphi + d\,.\,l$$

$$= d\,.\,l\,.\,\operatorname{tg}\varphi - \frac{d\,.\,l}{\cos\varphi} + \frac{l^2}{2}\varphi + d\,.\,l$$

$$= -d\,.\,l\left(\frac{1 - \sin\varphi}{\cos\varphi}\right) + \frac{l^2}{2}\varphi + d\,.\,l$$

$$= -d\,.\,l\,.\,\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) + d\,.\,l + l^2\,.\,\frac{\varphi}{2},$$

r endlich:

$$\text{he CA'VGM} = d\,.\,l + l^2\,.\,\frac{\varphi}{2} - d\,.\,l\,.\,\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad \ldots \quad (81)$$

Für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ erhält man den unendlich langen Flächenstreifen rhalb der x-Axe zwischen Kurve und Cylindererzeugenden E'; nämlich:

$$F = d\,.\,l + l^2\,.\,\frac{\pi}{4},$$

it wird der Inhalt des ganzen Streifens, der sich nach beiden en der Asymptote A' ins Unendliche erstreckt:

$$2F = 2\,d\,.\,l + l^2\,.\,\frac{\pi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (82)$$

Dieselbe Formel haben wir früher auch erhalten für den entsprechenden unendlich langen Flächenstreifen der Fokalen $d > l$; es wächst also der Inhalt desselben proportional mit d, d. h., mit der Entfernung der Büschelkante vom Doppelpunkt C.

Für $d = l$ (Strophoïde) wird: $2F = 2l^2 + l^2 \frac{\pi}{2} = l^2\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)$

Für $d = 0$ wird: $2F = l^2 . \frac{\pi}{2}$ welch letztere Gleichung übereinstimmt mit der früher gefundenen Gleichung 75.

Der Inhalt des links der y-Axe oberhalb der x-Axe gelegenen Sectors ONFO der Kurve wird:

$$\text{Sector (ONF)} = \frac{1}{2}\int_{\varphi_0}^{\varphi} r^2 . d\varphi = \frac{1}{2}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{(d - l\sin\varphi)^2}{\cos^2\varphi} . d\varphi$$

$$= \left[\frac{1}{2}(d^2 + l^2) . \operatorname{tg}\varphi - \frac{d . l}{\cos\varphi} - \frac{l^2}{2}\varphi\right]_{\varphi_0}^{\varphi};$$

Die Grenzen eingesetzt, erhalten wir:

$$\text{Sector (ONF)} = \frac{1}{2}(d^2 + l^2) . \operatorname{tg}\varphi - \frac{d . l}{\cos\varphi} - \frac{l^2}{2}\varphi + \frac{d}{2}\sqrt{l^2 - d^2} + \frac{l^2}{2} \arcsin\frac{d}{l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (83)$$

Ferner wird der Inhalt des Flächenstreifens OAUF oberhalb der x-Axe zwischen der Kurve und der Erzeugenden E:

$$\text{Fläche (OAUF)} = \text{Dreieck OAU} - \text{Sector ONF}$$

$$= \frac{1}{2}(l - d)^2 . \operatorname{tg}\varphi - \frac{1}{2}(l^2 + d^2) . \operatorname{tg}\varphi + \frac{d . l}{\cos\varphi} + \frac{l^2}{2}\varphi - \frac{d}{2}\cdot\sqrt{l^2 - d^2} - \frac{l^2}{2} \arcsin\frac{d}{l}$$

$$= -l\,d . \operatorname{tg}\varphi + \frac{d . l}{\cos\varphi} + \frac{l^2}{2} . \varphi - \frac{d}{2}\cdot\sqrt{l^2 - d^2} - \frac{l^2}{2} \arcsin\frac{d}{l}$$

oder

$$\text{Fläche OAUF} = l\,d . \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{l^2}{2} . \varphi - \frac{d}{2}\sqrt{l^2 - d^2} - \frac{l^2}{2} \arcsin\frac{d}{l} \quad (84)$$

Für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ erhält man den unendlich langen Flächenstreifen oberhalb der x-Axe zwischen Kurve und Asymptote A; es wird also:

$$F' = \frac{l^2 . \pi}{4} - \frac{d}{2}\sqrt{l^2 - d^2} - \frac{l^2}{2} \text{ arc sin } \frac{d}{l},$$

somit der Inhalt des ganzen Streifens, der sich nach beiden Seiten der Asymptote A zwischen dieser und der Kurve ins Unendliche erstreckt:

$$2F' = l^2 . \frac{\pi}{2} - d . \sqrt{l^2 - d^2} - l^2 . \text{arc sin} \frac{d}{l}, \quad . . (85)$$

welcher Ausdruck sich leicht geometrisch darstellen lässt.

Für $d = l$ wird $2F' = 0$ und

Für $d = 0$ » $2F' = l^2 . \frac{\pi}{2}$, wie schon gefunden.

Aus den Gleichungen (79), (82) und (85) folgt ferner:

$$S + 2F - 2F' = 4 d.l \ldots\ldots\ldots (86)$$

d. h.: Das zwischen den Doppelpunkten O und C liegende Doppelsegment vermehrt um den unendlich langen Flächenstreifen längs der Erzeugenden E und vermindert um den unendlich langen Flächenstreifen längs der Erzeugenden E' hat gleichen Inhalt mit einem Rechteck von den Seiten 2l und 2d und ist gleich der Summe der beiden unendlich langen Flächenstreifen 2F' und 2F der Fokalen $d > l$ (Gleichung 78).

Ferner folgt aus den auf voriger Seite citirten Gleichungen:

$$2F + 2F' - S = l^2 \pi \ldots\ldots\ldots (87)$$

d. h.: Die Summe der beiden zwischen den Asymptoten und den entsprechenden Kurvenästen liegenden unendlich langen Flächenstreifen vermindert um das zwischen den Doppelpunkten O und C gelegene Doppelsegment der Fokalen $d < l$ ist constant für alle Fokalen des Systems ($d < l$) gleich dem Inhalt des Kreises mit Radius l und gleich der Summe der beiden unendlich langen Flächenstreifen, welche die Fokale $d = 0$ mit den Asymptoten einschliesst.

Statt von der Fokalen $d < l$ auf die Quadratur der Strophoïde ($d = l$) überzugehen (pag. 146), können wir auch die früher gefundenen Flächengleichungen der Kurve $d > l$ anwenden auf diesen

Specialfall. Es gibt uns dann dieses so gefundene Resultat eine Kontrolle für die Richtigkeit obiger Sätze.

Wenden wir also die früher gefundenen Flächengleichungen (76) an auf den Specialfall (d = l); (Strophoïde), so wird: (Fig. 8.)

$$\text{Sector: } ACF = l^2 \cdot \left\{1 - \operatorname{tg}\left(45^0 - \frac{1}{2}\varphi\right)\right\} - \frac{1}{2} l^2 \varphi$$

$$\text{Fläche: } CA'VG = l^2 \cdot \left\{1 - \operatorname{tg}\left(45^0 - \frac{\varphi}{2}\right)\right\} + \frac{1}{2} l^2 \varphi$$

und diese Resultate lassen sich analog den frühern konstruiren. (Fig. 8.)

Für $\varphi = 90^0$, wird:

$$\text{Halbe Schleifenfläche: } ACFA = l^2 - \frac{\pi l^2}{4},$$

$$\text{Streifen } F = l^2 + \frac{\pi l^2}{4},$$

daher:

$$\text{Ganze Schleife} + \text{Streifen } F = 4 l^2; \quad \ldots\ldots \quad (88)$$

d. h.: Die Summe der Inhalte von Schleife und unendlich langem Flächenstreifen, der von der Strophoïde und der Cylindererzeugenden E (Asymptote) eingeschlossen wird, ist gleich dem Quadrat über dem Durchmesser des Cylinders.*)

Mit Ausnahme der Strophoïde führt die Rektifikation unserer Kurven auf elliptische Integrale, und wir erhalten deshalb hier keine einfachen Beziehungen.

Schlussbemerkung.

Über die Fokalen des elliptischen Cylinders, sowie über den allgemeinen Fall $d \gtrless l$ und die Specialkurve $d = 0$ des Kreiscylinders habe ich mit Ausnahme einer jüngst erschienenen Arbeit von Herrn Prof. Huber über «Die Kegelfokalen» in der vorhandenen Litteratur nichts finden können. Dagegen die Strophoïde (specielle Kreiscylinderfokale $d = l$) ist in zahlreichen Arbeiten behandelt worden, und es dürfte daher der Umstand, dass diese letztere ein Specialfall einer Klasse von Kurven ist, welche in vielen Eigenschaften mit ihr über-

*) S. Günther hat in seiner schon früher erwähnten Schrift über «Die logocyklische Kurve» diese Beziehung mit Hülfe von hyperbolischen Funktionen gefunden.

einstimmen, einiges Interesse bieten. Ob vielleicht die hier behandelten Cylinderfokalen für die Weiterentwicklung der Bessel'schen Funktionen von Wert sind, das muss die Untersuchung lehren. Eigentümlich ist immerhin, dass bei einigen Integralformen dieser Funktionen Wege in Betracht kommen, welche Ähnlichkeit haben mit den hier behandelten Fokalen des Cylinders.

Von der über die Strophoïde vorhandenen Litteratur sind neben der bereits in der Arbeit angeführten Schriften noch folgende zu nennen:

1. H. Durège. Über die Kurve 3. Ordnung, welche den geometrischen Ort der Brennpunkte einer Kegelschnittschar bildet. Clebsch Annal. V 83—95.
2. St. Gervais. Etude géometrique sur la unoïde et de la strophoïde. Mathesis X 9—14.
3. W. W. Johnson. The strophoïds, Sylv. Ann. J. III. 320—355.
4. E. Barnes. A note on the strophoïds; J. Hopkins circ. II. 145,
5. P. Mansion. Longueur de la boucle de la logocyclique ou strophoïde. Mathesis, VI. 108—110.
6. C. Moser. Über Gebilde, welche durch Fixation einer sphärischen Kurve und Fortbewegung des Projektionscentrums entstehen; Inaugural-Dissertation, vorgelegt der phil. Fakultät Bern, 1887.

Weitere Litteraturangabe siehe: S. Günther, Parabolische Logarithmen und parabolische Trigonometrie, Seite 58.

Bern, 20. Juni 1893.

Mit Vergnügen benutze ich die hier sich bietende Gelegenheit, um dem Direktor des physikalischen Instituts, Herrn Prof. Dr. Forster, ebenso wie den Herren Prof. Dr. Huber, Prof. Dr. Graf, Prof. Dr. Sidler und Privatdocent Dr. Moser meinen herzlichsten Dank für das mir während meiner Studienzeit stets entgegengebrachte Wohlwollen auszusprechen.

E. Baumberger.

Über die geologischen Verhältnisse

am linken Ufer des Bielersees.

Orographischer Überblick.

Das Hauptgewölbe zwischen dem Thal des Bielersees (438 m über Meer) und dem St. Immerthal (St. Immer 800 m) ist der Chasseral (1609 m). Südlich sind demselben drei kleinere Falten vorgelagert: der Spitzenberg (1350 m), die Seekette (Twannberg 874 m, Studmatten 1080 m) und das kleine Kapfgewölbe (670 m). Der Spitzenberg beginnt bei Nods, erreicht schnell eine bedeutende Höhe und verflacht sich östlich in das Thälchen von Orvin (700 m). Die Seekette zieht sich dem See entlang und verliert sich bei Grenchen. Dieser Falte gehören an die Twannbachschlucht und die Taubenlochschlucht. Das kleine Kapfgewölbe beginnt bei Twann, nähert sich in einem spitzen Winkel der Seekette, um sich oberhalb Alfermée mit derselben zu vereinigen. Zwischen dem Kapfgewölbe und der Seekette liegt das fruchtbare Thälchen von Gaicht (650). Von hier gelangt man durch das enge, steile Crosthälchen in das Rebgelände von Twann. Im Engpass des Jorat treten Seekette und Spitzenberg sehr nahe zusammen. Das Plateau von Diesse (800 m) und östlicher das Thälchen von Orvin, welche durch den Jorat mit einander in Kommunikation stehen, trennen die Seekette vom Spitzenberg und Chasseral.

Orientierung über die geologischen Stufen des Gebietes.

Die auf dem Rücken und an den Flügeln der früher genannten Gewölbe zu Tage tretenden Gesteine sind hellgefärbte Kalke der jüngsten Jurastufen. An den Flanken der zwei südlichen Falten, also am Kapfgewölbe und der Seekette, finden wir die Kreide entwickelt. Dem ganzen See entlang fällt die obere Grenze der Rebenkultur fast

überall zusammen mit der Scheidelinie zwischen Jura- und Kreidegestein. Durch die untere Süsswassermolasse, welche zwischen Tüscherz und Wingreis sich über der Kreide findet, sind auch die Bildungen der Tertiärzeit repräsentiert. In einer späteren Epoche hat der Rhonegletscher das ganze Gebiet der zwei südlichen Gewölbe reichlich mit Geschiebematerial bedacht. Ein theoretisches Profil bietet folgende Formationen:

I. Alluvium
II. Diluvium
III. Molasse
IV. Kreide { *Cenomanien* / *Hauterivien* / *Valangien*
V. Purbeck
VI. Oberer Jura *(Portlandien und Kimméridgien).*

Wir finden also recente, glaciale, tertiäre, cretaceische und jurassische Bildungen. Da in der vorliegenden kleinen Arbeit hauptsächlich Kreide und Purbeck berücksichtigt werden, so folgt nur über diese zwei Stufen ein allgemeiner Überblick. Die übrigen Formationen fallen nur insoweit in Betracht, als es sich um Mitteilung von einigen lokalen Beobachtungen handelt.

Bemerkungen über alluviale Bildungen.

1) Dazu gehören die sog. Strandböden, welche den untersten Teil des Rebgebietes bilden und ein Aufschwemmungsprodukt des Sees darstellen. Die Erde ist sehr fruchtbar infolge der Anhäufung organischen Materials. Während die Dörfer Alfermée und Tüscherz auf solide Kreidefelsen gebaut sind, ruhen Twann, Bipschal und Liegerz auf angeschwemmtem Boden von unbekannter Mächtigkeit und variabler Komposition. Ohne Zweifel ist derselbe den Schichtenköpfen der steil gegen den See fallenden Neocomsedimente aufgelagert.

Auf der Nordseite der obern Häuserreihe in Twann gibt es mehrere Sodbrunnen bis zu einer Tiefe von 10—12 m. Man hat eckige Kalkblöcke und Kies, in eine graue, kalkreiche Masse eingebettet, ausgehoben bis in genannte Tiefe, ohne die felsige Unterlage zu erreichen. Es sind dies offenbar Schuttanhäufungen, deren Material den höher gelegenen, durch die Verwitterung stark in Angriff genommenen Partien der Juragewölbe entstammt. Klein-Twann ruht ohne

Zweifel auf einem alten Geschiebekegel, dessen Material aus der Erosionsrinne des Twannbachs dem See zugeführt und das infolge eingetretener Senkung des Seeniveaus trocken gelegt worden ist. Der mittlere Teil des Dorfes (sog. Moos) ruht auf torfigem Untergrunde, in welchem, nach verschiedenen Mitteilungen, bei Erdarbeiten Artefakten, Knochen und Überreste einer Pfahlbaustation zum Vorschein kamen. Bei Bipschal finden sich bis auf eine Tiefe von 2 m abwechslungsweise Sand- und Kieslager.

2) In die Kategorie der recenten Bildungen gehören die Tropfstein- uud Tuffgebilde der Twannbachschlucht. Erstere finden sich im Hohliloch ob Twann, im Wasserhohliloch am Eingang zur Schlucht und hier noch in mehreren Höhlen und Kammern, in denen beständig kohlensäurehaltiges Wasser, das den Kalkstein in Solution enthält, niederträufelt. In der Schlucht sind längst vom Wasser verlassene Galerien im Portlandkalk von tuffartigem Material ausgefüllt; leicht erkennt man darin ein Schwemmprodukt, das sich in der Hauptsache als kalkreichen Gletscherlehm, aus dem Moränenschutt des Dessenberges stammend, erweisen dürfte. Dieses Füllungsmaterial lieferte die Hälfte einer *Fimbria*, die der Bach dem Nordflügel der Kreide entführt.

3) In der tiefsten Partie der Dessenbergmulde hat die Stagnation des Oberflächenwassers die Bildung eines Torfmoores veranlasst. Die wasserundurchlässige Schicht ist ein grauer Gletscherlehm, der hie und da Gneiss- und Granitblöcke (Mont Blanc-Granit) enthält. Die Bildung dieser Unterlage ist jedenfalls durch das Ausschlämmen des auch an den Thalseiten mächtigen Moränenmaterials zu erklären. Das Torfmoor ist ein Wasserreservoir, das in seinem östlichen Teile den Twannbach speist.

Glaciale Ablagerungen.

Das Material, das der Rhonegletscher bei seinem letzten Vorrücken und Abschmelzen zurückliess, wird als neoglaciale (jungglaciale) Bildung bezeichnet. Das Gebiet, in dem diese Ablagerungen sich vorfinden, heisst Gebiet oder Zone der inneren Moränen. Nach Du Pasquier[1] hat der östliche Arm des Rhonegletschers bei dem letzten Vorrücken die erste Jurakette nicht überstiegen. Die innere Moränenzone ist in unserem Gebiet nach Norden begrenzt durch den Chasseral.

an das Urgonien (Urg. jaune) anschliessen. In Hauterive werden dieselben als geschätzte Bausteine ausgebeutet. Die Stadt Neuenburg ist zum grossen Teil aus diesem Material gebaut und erhält dadurch ein eigenartiges Gepräge. Aber auch bis in die Dörfer dem Bielersee entlang haben die Hauterivesteine schon in alter Zeit ihren Weg gefunden, zu einer Zeit, da die guten Verkehrsstrassen noch nicht existierten, der Transport des Materials einzig per Schiff möglich war (Kirchen in Ligerz und Twann, Fenstereinfassungen der alten Gebäude in Twann etc.). Interessant ist das Auftreten von Kieselknollen *(rognons siliceux)* in gewissen Partien der genannten Kalke (westlich vom Bahnhof in Neuenburg, Hauterive). Dem Bielersee entlang finden sich nur noch die untersten Schichten des Pierre de Neuchâtel.

2) Es folgen unter denselben hellgelbe, wenig widerstandsfähige Mergelkalke *(Calc. marneux)*. In Landeron und unter der Besitzung Bellvue bei Cressier sind gute Beobachtungspunkte für diesen Horizont. Am Wege von Cressier nach Combes sehen wir:

1) Pierre de Neuchâtel mit *Eudesia semistriata Def.*,
Mergelkalkzone:
2) hellgelbe Mergelkalke mit *Toxaster complanatus Ag.*,
3) gelbe Mergel mit Hauterivefossilien,
4) Mergelkalke mit *Toxaster complanatus Ag.*,
5) gelbe Mergel mit zahlreichen Fossilien,
6) grau-bläuliche Hauterive-Mergel mit den charakteristischen Petrefakten.

Dem Bielersee entlang ist der Mergelkalk einzig zu sehen im Brüggli bei Tüscherz.

Die nun folgende Mergelzone (Hauterive-Mergel) hat bei Landeron eine Mächtigkeit von 12 m. Die untere Partie, welche die Hauptmasse darstellt, ist von grauer bis bläulicher Farbe. Oben folgen gelbe Mergel. Die grauen Mergel sind ausgezeichnet durch eine massenhafte Anhäufung von Kalkkonkretionen. In der Cros ob Twann und am Waldrand zwischen Alfermée und Vingelz ruhen die gelben Mergel direkt auf dem Limonit. Zwischen Twann und Wingreis kommen bei tiefem Rigolen auch die grauen Mergel mit den Konkretionen zum Vorschein.

Die Hauterive-Mergel haben von jeher durch ihren Reichtum an Fossilien die Aufmerksamkeit der Sammler auf sich gezogen. Leider sind die Mehrzahl der Petrefakten blosse Steinkerne, die oft eine genaue Bestimmung sehr erschweren (namentlich Acephalen). *Rhynchonella multiformis* Römer und *Terebratula acuta Quenst.* erscheinen an

1 m mächtigen Oberflächenschicht, in welcher gar keine Geschiebe auftreten, folgen dicke Sandschmitzen, welche durch dünne Kiesbänke geschieden werden. Die Tiefe der Grube beträgt 3 m. Etwas westlicher, in der obern Partie des Purbeckaufschlusses, findet sich ein Querschnitt durch dieses Terrain (vide Purbeckprofil). Mit den eckigen Blöcken (Mont Blanc-Granit) mischen sich auch Geschiebe (Gabbro, Quarzite). Es treten auch Sandschmitzen auf. Um die Karte nicht mit Details zu überladen, ist diese Ablagerung nicht eingezeichnet worden.

2) *Tüscherzberg* (Gaichterboden). Das hier auf dem obern Portlandien ruhende Gletschermaterial ist ausgezeichnet durch zahlreiche erratische Blöcke. Grössere Findlinge sind zwischen dem oben erwähnten Plateau, am Wege gegen den Tüscherzberg.

3) *Gaicht.* Der einzige Aufschluss der Gaichtermulde ist oberhalb des Dorfes, an der Strasse gegen den Twannberg. In dem gelblichen Gletscherlehm finden sich vorherrschend eckige Blöcke (Gneiss, Mont Blanc-Granit). Einzelne Geschiebe sind stark geritzt. Wenig jurassisches Material. Hier finden sich: Quarzit (Fettquarz), Mont Blanc-Granit, Gneisse, Serpentin, Amphibolite, Gabbro, Alpenkalk, Konglomerate, seltener Euphotide und Eklogite. Höher gelegen, an derselben Strasse (Franzen Ried), ist noch ein Überrest der glacialen Ablagerungen; es seien von dieser Lokaliät speciell erwähnt: typischer, grüner Schiefer und Actinolithschiefer. Die Gaichtermulde ist ausserordentlich fruchtbar.

4) *Plateau von Diesse.* Die Schichten der Jura- und Kreidesedimente des Nordflügels der Seekette zeigen ein sehr schwaches Fallen nach Norden (10°); darum ist hier die Quartärdecke bis fast auf den Rücken des Gewölbes erhalten geblieben. Zwischen dem engen Thälchen des Jorat und dem Dorfe Prêles sind alle ältern Bildungen (Kreide, event. Molasse) darunter verborgen. Bei den Mühlen von Lamboing einzig ist der Quartär- und Kreidemantel durch die erodierende Thätigkeit des Twannbachs quer durchsägt worden. Etwas westlich von Prêles, an der Strasse nach Lignières, treffen wir einen Aufschluss in den glacialen Ablagerungen, in welchem Sand und Kies gewonnen werden. Die Lagerung des Materials, sowie die Zusammensetzung stimmen überein mit den Anschnitten auf Les Esserts hinter dem Twannberg. Hier treten neben den vorherrschenden jurassischen Geschieben auf: Granit, Gneiss, Serpentine, Gabbros, Amphibolite, Quarzite, Euphotide, Eklogite, alpine Kalke und Konglomerate.

(Hauterive, ferner ob Cressier, wo in einer Combe die grauen Mergel anstehen.)

1) *Gebiet westlich der Twannbachschlucht.* Die im Rebgebiet gefundenen Fossilien dürften kleinen Überresten der Hauterivemergel entstammen, die unter der reichlich mit Gletschermaterial vermischten Oberflächenschicht versteckt sind. Aufschlüsse sind keine vorhanden. Wären die Petrefakten nicht so gut erhalten, so dürfte sich das Vorkommen auch durch den Transport mit Gletscherschutt erklären. Es wurden gesammelt:

Rhynchonella multiformis Röm.
Terebratula acuta Quenst.
Waldheima pseudojurensis Leym.
Pleurotomaria Bourgueti de Lor.
Venus Dupini d'Orb.
Venus Robinaldi d'Orb.
Venus Galdryna d'Orb.
Cyprina bernensis Leym.
Pecten Robinaldi d'Orb.

In Bezug auf Chavannes schreibt Gilliéron[4] pag. 112: «Les creusages faits pour la construction d'une maison ont mis à jour la base de la Pierre de Neuchâtel ainsi que le calcaire néocomien proprement dit.»

2) *Haslen und Cros ob Twann.* An erstgenannter Stelle führt die Dessenbergstrasse durch das untere Valangien; zwischen «Burgweg» und Strasse sind auch Limonit und Hauterivemergel zu beobachten. Letztere haben geliefert:

Fimbria corrugata P. et C.
Cyprina Deshayesi de Lor.
Pholadomya Gillieroni P. et C.
Exogyra Couloni d'Orb.
Toxaster complanatus Ag.
Pyrina incisa d'Orb.

Die Reben ob dem Dorfe Twann gedeihen auf den Mergeln und Mergelkalken der untern Hauterivestufe, und es dürften die alluvialen Bildungen, auf denen das Dorf erbaut ist, auf den Schichtenköpfen des obern Hauterivien ruhen.

In der Cros finden sich gelbe Hauterivemergel direkt über dem Limonit. Sie sind etwas blättrig und enthalten Knollen aus härterem, grau gefärbtem Material.

Die Aufschlüsse lieferten:

Odontaspis gracilis Ag.
Am. radiatus Brug.
Am. Leopoldi d'Orb.
Nautilus neocomiensis d'Orb.
Rhynchonella multiformis Römer.
Terebratula acuta Quenst.
Terebratula salevensis de Lor.
Waldheimia pseudojurensis Leym.
Pleurotomaria Bourgueti de Lor.
Cardium Cottaldi d'Orb.
Arca Gabrielis d'Orb.
Arca securis d'Orb.

5) Zwei grössere Blöcke aus Montblanc-Granit (als graue Steine bekannt) im Junkernholz, nordwestlich von Tüscherz.
6) Zahlreiche kleinere Blöcke (Montblanc-Granit, Gneiss) auf dem Tüscherzberg und dem kleinen Plateau ob Tüscherz. (Block aus Montblanc-Granit beim Scheibenstand 4,5 m l., 3 m h. und 2,6 m br.)
7) Ein grosser Block aus Montblanc-Granit in den Reben nordöstlich vom Gottstatterhaus (Längistein).
8) Zu beiden Seiten des Weges, der von Vingelz zum Nidauberg ansteigt, finden sich in der Waldzone eine Menge von Blöcken, meist Montblanc-Granit (beachtenswert namentlich eine grosse Granittafel in der Nähe der Strassenbiegung).

Beobachtungen über die Molasse.

In den Brüggli- und Roggetenreben zwischen Wingreis und Tüscherz tritt über der Strasse bei tieferem Rigolen (tiefem Umgraben) ein sehr glimmerreicher, grauer, wenig widerstandsfähiger Sandstein auf. Im Brüggli, wo offenbar die untersten Schichten-Lagen zum Vorschein kommen, ist das Material rötlich angehaucht. Die Spaltungsflächen weisen eine Menge von rostroten Blattabdrücken auf, die aber nicht bestimmt werden können. Hie und da treffen wir Thonknöllchen von schmutzig-bläulicher Färbung. Interessant ist das Auftreten von Knollen, deren Kruste ganz mit Eisen imprägniert ist und die einen Hohlraum aufweisen. Diese Erscheinung erinnert an die sog. Klappersteine. Es war nicht möglich, die Mächtigkeit der Molasse zu bestimmen und über die stratigraphischen Verhältnisse sichern Aufschluss zu erhalten. Zwischen den genannten Molasseaufschlüssen treten das Hauterivien und das Valangien zu Tage; berücksichtigen wir das Fallen und die Niveauverhältnisse dieser Schichten, so dürfte sich als wahrscheinlich herausstellen:

1) dass die Molasse infolge präglacialer Erosion bis auf Überreste von unbedeutender Mächtigkeit verschwunden ist,

2) dass die Molasse direkt auf dem Hauterivien ruht und auf demselben discordant auflagert,

3) dass, falls zwischen Molasse und Hauterivien noch das Cénomanien sich finden sollte, dasselbe sehr schwach entwickelt oder vor Ablagerung der Molasse zum grossen Teil abgetragen worden ist.

Die zwischen Wingreis und Tüscherz untersuchten Aufschlüsse gehören nach einer Mitteilung von H. Rollier, der die ihm zugesandten Handstücke zu prüfen die Güte hatte, der sog. Blättermolasse (*Molasse alsacienne; molasse d'Aarwangen)* an.

Der genannte Autor fügt hinzu: «Ce sont les premiers dépôts provenant des Alpes dans le Jura. Cette molasse s'étend à travers tout le Jura bernois, jusqu'à Mulhouse et plus loin. On la reconnait à ses grandes paillettes de mica blanc, et la présence de feuilles et débris flottés est générale.» (Vergleiche: Rollier, Etude stratigraphique sur les terrains tertiaires du Jura bernois, partie septentrionale 1893.)

Auch aus den Reben nördlich vom Dorfe Twann und westlich von Chavannes sind kleine Molasseüberreste bekannt geworden. Es ist anzunehmen, dass miocene Bildungen auch auf dem Dessenberg und im Gaichterthälchen existieren, aber von einer bedeutenden Quartärdecke überlagert werden. Immerhin mögen dieselben vor der Bedeckung durch die glacialen Bildungen in ihrer vertikalen Ausdehnung stark reduziert worden sein.

Der einzige bis jetzt bekannte Molasseaufschluss auf dem Dessenberg findet sich am Eingang in das enge Tälchen des Jorat, zwischen dem Gehöfte La Praize und der Ziegelhütte. Unter einer Thonschicht, die an verschiedenen Punkten zur Fabrikation von Ziegeln ausgebeutet wird, treten stark sandige Mergel auf mit Molasseblöcken, die an der Luft ausserordentlich hart werden. Die Molasse enthält, wie die von Tüscherz, viele Thonknollen und stellenweise auch grosse Glimmerblättchen. Blattabdrücke konnten keine beobachtet werden. Es dürfte diese Molasse ebenfalls dem Horizonte der Molasse alsacienne angehören. Unmittelbar südlich der Ziegelhütte ist sie von einem mächtigen Walle von Schuttmaterial bedeckt. (Vide Blatt VII der geolog. Karte, Werner Rollier, Mat. Pag. 157.)

In der Nähe der Poudeille (Wissenrain), zwischen Neuenstadt und Chavannes, ist die Molasse alsacienne am Ufer des Sees durch Ch. Gisely beobachtet worden (vide Greppin, Mat. Pag. 247). Offenbar ruht der ganze Hügel zwischen Strasse und Seekette, welcher aus Gletschermaterial besteht, auf diesem Sandstein.

Über die Cenomanstufe.

In einem kompleten stratigraphischen Profil der Kreideformation liegt die Cenomanstufe auf diejenigen Sedimente, die als Gault oder

Terebr. acuta Queust. III.
Rhynchonella multiformis Röm.
Natica spec. III.
Pleurotomaria Bourgueti de Lor. III. und II.
Pleurotomaria saleviana de Lor. III.
Exogyra Couloni d'Orb. III.
Astarte transversa Leym. III.
Panopaea neocom. d'Orb. III. II.
Venus Dupini d'Orb. III.
Toxaster complanatus Ag. III. II.
Holectypus macropygus Desor III.
Pseudodiadema rotulare Ag. III.
Serpula heliciformis Röm. III.

Aus dem Pierre de Neuchâtel konnten bestimmt werden:

Pecten Cottaldi d'Orb.
Cardium peregrinum d'Orb.
Astarte numismalis d'Orb.
Astarte Marcoui P. et C.
Alectryonia tuberculifera Koch et Dunk.
Terebratula spec.
Reptomulticava micropora Röm.

5) *Waldrand ob dem Vogelsang.* Über dem *Calc. roux* des obern Valangien können dem Waldrand entlang kleine Fetzen gelber Mergel konstatiert werden, welche die charakteristischen Hauteriveversteinerungen führen. Es wurden gesammelt (Brünnlireben):

Ammonites radiatus Brug.
Am. Astieri d'Orb.
Nautilus neocomiensis d'Orb.
Rhynchonella multiformis Röm.
Terebratula acuta Quenst.
Cyprina Deshayesi de Lor.
Venus Galdryna d'Orb.
Pecten Carteroni d'Orb.
Exogyra Couloni d'Orb.
Holaster intermedius Ag.
Toxaster complanatus Ag.
Serpula heliciformis Röm.

II. Valangien.

Die Schichten, die unter dem Namen *Valangien* zusammengefasst werden, repräsentieren die ältesten Niederschläge des Kreidemeeres. Petrographisch und paläontologisch lassen sich dieselben in zwei Abteilungen unterbringen.

A. Oberes Valangien (Limonit und Calcaire roux).

Die hieher gehörenden Kalke sind regelmässig geschichtet *(Landeron)*, mehr oder weniger oolithisch, von rostroter Färbung *(Calc. roux.)* und infolge der unbedeutenden Härte leicht zu bearbeiten. An vielen Punkten ändert sich der petrographische Habitus; das Gestein schliesst eine Menge kleiner linsenförmiger bis unregelmässig gerundeter Eisenkörner ein. Diese petrogr. Abänderung heisst Limonit. Im südl. Jura beginnt das obere Valangien mit einer fossilreichen Mergelschicht *(Marnes d'Arzier; Jaccard*[8]*; Schardt*[10]*)*; in Landeron ist dieser Horizont durch ein 70 cm. mächtiges Band aus grauen Mergeln repräsentiert mit *Rhynchonella valangiensis de Lor., Natica Sautieri*

Coq. u. Pidanceti P. et C. und Cardium Verreceum de Lor. Auf der Kapfplatte bei Twann findet sich über den hellen, stellenweise rosafarbig angehauchten Bänken des untern Valangien ein rostroter, körniger Mergelkalk, dessen Übergang in den typ. *Calc. roux* unter der Kulturschicht des anstossenden Rebberges versteckt ist. Von den hier gesammelten Fossilien konnten sicher bestimmt werden: *Tylostoma fallax P. et C. Pholadomya Sanctae Crucis, P. et C., Pholadomya elongata Münst., Terebratula Carteroni d'Orb.* Alle andern Aufschlüsse dem See entlang bieten für ein detaillierteres Studium der stratigraphischen Verhältnisse keine Anhaltspunkte. Die Fauna des *Calc. roux* hat ein ganz anderes Gepräge als die der Hauteriveperiode; sie entlehnt verhältnismässig wenige Formen dem untern Valangien und leiht wenige dem Hauterivien. Interessant ist die Beobachtung, dass an einzelnen Lokalitäten bestimmte Geschlechter sich zu einer Kolonie zusammenschliessen; an einem Orte sind ausschliesslich Brachiopoden, am andern Acephalen. So finden wir in Landeron fast nur Terebrateln, im Brüggli bei Tüscherz ausschliesslich Acephalen. Als charakteristisch können gelten *Ammonites Thurmanni, Pygurus rostratus, Terebratula Carteroni. Terebrirostra neocomiensis, Pterocera Desori, Natica helvetica, Thracia Nicoleti.* Interessant ist die reiche Entwicklung der *Echiniden*, der *Spongien* und *Bryozoën*. Auf der Nordflanke der Seekette (Dessenberg und *Val d'Orvin*) fehlen die Aufschlüsse, und dem See entlang sind *Calc. roux* und *Limonit* nur noch in kleinern Überresten vorhanden.

1) *Haslen ob Twann.* Westlich der Twannbachschlucht ruht der Rebberg auf dem untern Valangien. Es ist indes möglich, dass hie und da noch unbedeutende Fetzen des *Calc. roux* sich erhalten haben, aber unter der Kulturschicht verborgen sind. Aus dem Ligerzrebberg stammen Pecten *Robinaldi d'Orb., Lima dubisiensis P. et C.* Östlich der Twannbachschlucht finden wir unter der Dessenbergstrasse (Haslen) den *Calc. roux* und *Limonit* mit

Ammonites Thurmanni P. et C. in Fragmenten
Terebratula Carteroni d'Orb.
Terebratula valdensis de Lor.
Aporrhais valangiensis P. et C.
Astarte Marcoui P. et C.
Lima dubisiensis P. et C.
Pygurus rostratus Ag.

2) *Crosthälchen.* Der Limonit steht an in der obern Partie des Thälchens (C) und am Gaichtersträsschen (G), bevor man auf das Feld

Der Scheibenstand ob Vingelz ist auf Limonit gebaut.

B. Unteres Valangien.

1) *Petrographie und Technologie.* In dieser Unterstufe können zwei petrographische Horizonte unterschieden werden. Über dem Purbeck finden wir zuerst eine Serie alternierender Kalk- und Mergelschichten, die namentlich westlich von Tüscherz gut beobachtet werden können *(vide Purbeckprofil Tafel I).* Die Mergellager sind wenig mächtig, spielen überhaupt in der Zusammensetzung des untern Valangien eine wenig hervorragende Rolle. Sie sind meist von grauer Färbung, stellenweise oolithisch und geschichtet (blättrig). Sie erinnern mancherorts in ihrem Habitus an einzelne Purbeckschichten (Laube bei Alfermée). Die gelblichen Kalke varieren in Härte und Struktur; es gibt Übergänge von mergeligen, oolithischen, leicht verwitterbaren Kalken bis zu solchen aus sehr solidem, feinkörnigem Material. Auf diesen Horizont folgen in bedeutender Mächtigkeit gut geschichtete, compakte Kalkbänke (Bipschal) von heller bis gelblicher Färbung, oft auch etwas rosafarben angehaucht (Kapfplatte ob Twann). Das ist der Horizont des marbre bâtard *(calc. compacte),* welcher einen geschätzten Baustein, fast ausschliesslich das Material zu den Mauern im Rebberg liefert. Die Böschungsmauern des Hagneckkanals sind zum grössten Teil aus Steinen aufgeführt, die den Brüchen am linken Seeufer entstammen.

2) *Paläontologie.* Es sind hauptsächlich die Mergel gegen die Basis der Stufe, welche uns über die damalige Tierwelt Aufschluss geben. Im marbre bâtard sind die Fossilien wenig zahlreich und schwer herauszuarbeiten; es sind in diesem Horizont kleine Mergeleinlagerungen, welche gut erhaltene Repräsentanten liefern, die nämlichen, welche im untern Horizont auftreten. Die Gasteropoden beherrschten die damalige Schöpfung des Meeres. Einzelne Geschlechter liefern ausgezeichnete Leiter: *Natica Leviathan P. et C., N. Pidanceti P. et C., Nerinea Etalloni P. et C., Pterocera Jaccardi P. et C.* Letztere Species erscheint westlich von Tüscherz in der untersten Kalkbank des Valangien, bei der Laube (Alfermée) und beim Gottstatterhaus in einem höhern Niveau, bei Bipschal in dem knolligen Mergelkalk direkt unter dem marbre bâtard, bei Prêles in Mergellagern des zweiten petrographischen Horizontes. Ebenso verhält sich *Natica Leviathan in Bezug* auf die vertikale Verbreitung. Unter den Brachiopoden ist zahlreich vertreten *Terebratula valdensis de Lor;* unter den zahlreichen Echiniden seien genannt *Toxaster granosus d'Orb.* und

yllobrissus Duboisi Desor. Ammoniten und Belemniten, sowie die phalen spielen eine untergeordnete Rolle.

3) *Orographie.* Die kompakten Kalke des untern Valangien ha- der Verwitterung siegreich getrotzt und bilden daher einen Wall r Grat, der von den aufsteigenden Wänden des obern Jura ge- mlich durch eine Purbeckcombe getrennt ist. Eine derartige oro- phische Erscheinung ist das Lachengrätchen über den Reben schen Wingreis und Twann, durch die Lachencombe von der Kreuz- (Portlandien) geschieden. Zwischen Crosthälchen und M. Bijoux et der marbre bâtard einen ähnlichen Grat. Anderorts, wo das beck nicht zu einer Depression erodiert werden konnte, scheint untere Valangien auf die hellen Kalke der Portlandstufe aufgeklebt. sind die Verhältnisse oberhalb Twann und östlich vom sog. Bruch Wingreis. Von Tüscherz bis Vingelz, ferner zwischen Kleintwann Ligerz ist das untere Valangien auf dem Niveau der Strasse zu bachten (Aufschlüsse zum grossen Teil durch die Strassen- und nbahnanlage entstanden). Bei Bipschal dürfte die Mächtigkeit des bre bâtard noch 11—18 m betragen.

Das untere Valangien besitzt von allen Kreidebildungen die grösste izontale Ausdehnung. Auf dem Nordflügel der Seekette kann einzig e Unterstufe beobachtet werden. Bei Biel erreicht die Kreide die grenze ihrer Entwicklung; östlich vom Goldberg bei Vingelz sind noch zwei unbedeutende Überreste des untern Valangien als letzte gen des früheren Kreidemantels nachgewiesen.

1) *Goldberg bei Vingelz.* Bei der Handelsgärtnerei Krebs finden die Purbeckschichten aufgeschlossen. Sie sind etwas westlicher von rostroten, mehr oder weniger oolithischen Kalken und Mergeln des rn Valangien überlagert (vide Profil Pag. 178). Die untersten grauen gel können leicht mit gewissen Purbeckschichten verwechselt den. In der untersten Kalkbank fand sich *Pseudomelania Gresslyi t C.*, etwas höher *Astarte gigantea Leym.* und in den mergeligen en *Toxaster granosus d'Orb.* und *Terebratula valdensis de Lor.* ittelbar westlich vom Fussweg zu den Goldbergreben lieferte der gelkalk *Natica Pidanceti. Pterocera Jaccardi. eine Tylostoma spec.*, estimmbare Acephalen und *Toxaster granosus.* Letztere Species iemlich häufig in der Goldbergsteingrube. Gilliéron [4] erwähnt von gelz Pag. 119 noch folgende Species:

nea Marcoui d'Orb.	*Trigonia caudata Ag.*
nea funifera P. et C.	*Arca Raulini d'Orb.*
stoma naticoide P. et C.	*Pygurus Gillieroni Desor.*

Natica praelonga Desh.
Aporrhais valangiensis P. et C.
Aporrhais Sanctae Crucis P. et C.
Strombus Etalloni P. et C.
Panopaea cylindrica P. et C.
Pholadomya elongata Münst.
Pholadomya Sanctae Crucis P. et C.
Cardium Gillieroni P. et C.
Phyllobrissus Duboisi Desor
Phyllob. Renaudi Desor
Holectypus macropygus Desor
Pseudodiadema rotulare Ag.
Cyphosoma nobile Cott.
Salenia folium-querci Desor
Acrosalenia patella Desor
Goniopygus decoratus Desor

2) *Gottstatterhaus.* Zwischen Gottstatterhaus und Bahnübergang ist eine der besten Fundstellen für Petrefakten des untern Valangien. Der Mergelkalk unter dem marbre bâtard liefert:

Terebratula valdensis de Lor. häufig.
Waldheimia pseudojurensis Leym. (forme valangienne) häufig.
Natica Leviathan P. et C.
» *valdensis P. et C.*
» *Sautieri Coq.*
» *Pidanceti P. et C.*
Pterocera Jaccardi P. et C.
Alaria spec.
Nerineenfragmente
Tylostoma Laharpi P. et C.
Aporrhais Sanctae Crucis P. et C.
Trigonia caudata Ag.
Pholadomya Gillieroni P. et C.
Psammobia valangiensis P. et C.
Janira valangiensis P. et C.
Ostrea bellaquensis Coq.
Pecten Sanctae Crucis P. et C.
Pecten arzierensis de Lor.
Monopleura corniculum P. et C.
Toxaster granosus d'Orb. häufig.
Phyllobrissus Duboisi Des.
Goniopygus decoratus Des.
Holectypus macropygus Des.
Acrosalenia patella Des.
Pygurus Gillieroni Des.
Cyphosoma nobile Cott.

3) *Alfermée.* Wenige Schritte östlich der Wirtschaft Laube sind an der Strasse die untern Mergel des Valangien blossgelegt. Wir finden 1—1½ m gelbe, oolithische Mergel (Seeigelfragmente und Terebr. valdensis de Lor. einschliessend) und darunter graue, blättrige Mergel, in welchen namentlich Pterocera Jaccardi P. et C. zahlreich auftritt. Terebrateln und die so charakteristischen Echiniden sind sehr selten.

Diese Lokalität bietet:

Pterocera Jaccardi P. et C. (ziemlich häufig und in schönen Exemplaren).
Natica Leviathan P. et C.
Natica valdensis P. et C.
Natica Etalloni P. et C.
Aporrhais valangiensis P. et C.
Aporrhais Etalloni P. et C.
Tylostoma Laharpi P. et C.
Pseudomelania Gresslyi P. et C.
Nerineenfragmente
Trigonia caudata Ag.
Astarte gigantea P. et C.
Pecten arzierensis de Loriol.
Toxaster granosus d'Orb. } je 1 Exempl.
Pygurus Gillieroni Des. }

Zwischen Nidauberg und Stiermatt finden wir das untere Valan- n noch in einer Höhe von ca. 680 m (Lignières 803 m). Am ge, der die genannten Lokalitäten verbindet, ferner an der Strassen- gung oberhalb Wartenbrunnen steht der marbre bâtard an. Am nzosenweg findet sich die petrographische Abänderung desselben, von Gilliéron[4] Pag. 118 mit folgenden Worten beschrieben wird: lcaire jaune-clair, tendre, très fissuré et renfermant de petites thes.» Von Alfermée verläuft die Grenze des untern Valangien lwärts zur Biegung der Nidaubergstrasse; links vom «Loschtweg» et sich an der Waldgrenze ganz isoliert ein kleiner Kreidefetzen.

4. *Tüscherz.* Unteres Valangien und Purbeck bilden nach einer nen Unterbrechung westlich von Alfermée der Strasse entlang schmales Plateau. Westlich von Tüscherz bietet eine Stelle den nsten Überblick über die alternierenden Mergel- und Kalkschichten, auf das Purbeck nach oben folgen (vide Purbeckprofil Tafel I). Mergeleinlagerungen der untersten Kalkbank fanden sich: *Pterocera cardi* P. et C., *Terebratula valdensis* de Loriol und *Acephalen.* nittelbar östlich vom Schulhaus in Tüscherz kamen durch die Ar- ten für die Anlage eines Rebberges zum Vorschein: *Natica Leria- n P. et C., Natica Sautieri Coq.* und *Natica laevigata Desh.*

5. *Wingreis, Kapf, Crosthälchen.* Das untere Valangien (marbre ard) ist nördlich der Brüggli- und Roggetenreben entwickelt und bei Wingreis von den Trümmern eines alten Bergsturzes bedeckt. stlich vom sog. Bruch beginnt das schon früher genannte Lachen- tchen; in der Lachencombe haben graue Mergel mit Konkretionen iefert:

ebratula valdensis de Lor.	*Nerineenfragmente.*
tica Leviathan P. et C.	*Monopleura corniculum P. et C.*
tica Pidanceti P. et C.	*Toxaster granosus d'Orb.*
tica valdensis P. et C.	

Auf der Kapfplatte wird der marbre bâtard (selten finden sich teropoden) ausgebeutet. Mit der Hüttenfluh westlich vom Kapf- äude beginnt ein Grätchen, dessen Schichten steil zum Crosthälchen en. In einer Mergelschicht mit Kalkkonkretionen wurden gesammelt: *orrhais valangiensis* P. et C. und *Natica Sautieri Coq.*

6. *Twann.* Die Felswand über den «Roset-Reben», über welche Dessenbergstrasse sich hinzieht bis zum Kanzel, besteht aus un- em Valangien, dessen Schichten steil gegen den See fallen (vide nzelprofil Tafel I). Interessant ist ein Valangienblock (Ankenballe)

ob Kleintwann, der durch die Erosion von der Felswand abgetrennt wurde. Die Häuser zu beiden Seiten des Baches auf der Nordseite der Strasse stehen auf unterem Valangien; östlich vom Stand von Twann tritt der marbre bâtard über die Strasse. An mehreren Punkten längs der Strasse können im Mergelkalk Fossilien beachtet werden: *Terebratula valdensis de Lor. Nerineen, Requienia Jaccardi P. et C.* Auf eine kurze Strecke kann der marbre bâtard längs der Gaichterstrasse verfolgt werden. Wie man das Gaichterfeld erreicht, breitet sich die Quartärdecke darüber aus.

7) *Bipschal, Ligerz.* Zwischen Kleintwann und der Brunnmühle, ferner zwischen Bipschal und Ligerz beachten wir an der Strasse den marbre bâtard. Unter demselben tritt bei der »Hohen Fluh« ein knolliger Mergelkalk zu Tage, der dem untern Horizont angehört. Die zahlreichen Fossilien, — besonders treten die Nerineen hervor — sind fast ohne Ausnahme schlecht erhalten. Es konnten bestimmt werden:

Nerinea Etalloni P. et C.
Pterocera Jaccardi P. et C.
Natica Pidanceti P. et C.
Natica Sautieri Coq.
Tylostoma naticoide P. et C.
Actaeonina spec.
Cardium Cotteaui d'Orb.
Cardium Gillieroni P. et C.
Ostrea (Fragmente).

Im marbre bâtard fand sich *Pygurus Gillieroni* Desor. Westlich von genanntem Aufschluss sehen wir über dem marbre bâtard eine 1—1½ dm dicke Schicht aus gelblichen Mergeln mit fucoidenähnlichen Konkretionen; darauf ruht in einer Mächtigkeit von 8 dm ein knolliger Mergelkalk mit sehr holperiger, ausgewaschener Oberfläche. In demselben wurden gesammelt:

Aporrhais valangiensis P. et C. (sehr schön erhalten, mit Flügel)
Natica Sautieri Coq.
Natica Leviathan P. et C.
Turritella Jaccardi P. et C.
Nerinea Etalloni P. et C.
» *valdensis P. et C.*
» *Blancheti P. et C.*
Montlivaultia spec.

Beim Bau der Strasse Ligerz-Schernelz (1874) und bei den Arbeiten für die Anlage der Wasserleitung längs der Hauptstrasse (1885) wurden viele prächtige Fossilien des untern Valangien ausgehoben. Einige dieser schönen Stücke besitzt das Berner Museum (Natica Leviathan P. et C.); andere befinden sich in der Sammlung der Sekundarschule von Twann.

8) *Schernelz.* Der Felsenvorsprung, auf dem sich der Schiessstand von Ligerz befindet, ebenso die ganze Partie zwischen den Ried-

reben und der Strasse Schernelz-Lamboing bestehen aus unterem Valangien. Hinter dem Scheibenhaus von Ligerz erblicken wir im marbre bâtard ein Band grauer Mergel (spärliche Nerineenfragmente), welche nördlich vom Rondbois wieder erscheinen und schlecht erhaltene Gasteropoden und Acephalen einschliessen. Bei Punkt 614 der Karte geht die Strasse vom Kreideterrain auf das Portlandien über. Von Schernelz bis zur Festi finden wir am Fusse der mächtigen Portlandwand eine bald mehr, bald weniger ausgesprochene Purbeckdepression, an deren Südrand mancherorts die Kreidekalke aus dem Rebland hervortreten. Die Schlossruine steht auf denselben; sie sind ferner zu beobachten auf der ganzen Länge des Fussweges (Schybewegli), der von Ligerz zur Festi aufsteigt.

9. *Prêles.* Der Nordflügel auf dem Dessenberg und weiter östlich im Thälchen von Orvin bietet wenige gute Beobachtungspunkte, da die Kreide mit wenig Ausnahmen unter einer mächtigen Quartärdecke versteckt ist. Der marbre bâtard tritt zu Tage in einer schmalen Zone von Prêles nach Lignières. Auf der Pferdeweide westlich von Prêles treten zwischen den nach Nord fallenden Bänken (20°) des marbre bâtard mergelige Partien auf mit:

Terebratula valdensis de Lor. Pterocera Jaccardi P. et C.

10. *Mühlen von Lamligen.* Durch die erodierende Thätigkeit des Twannbaches wurde hier auf eine kurze Strecke der marbre bâtard aufgeschlossen. (Nördl. Fallen etwa 5—8°.) In dem etwa 1 m mächtigen Band aus gelben Mergeln wurden gesammelt:

Terebratula valdensis de Lor. *Nerinea Etalloni P. et C.*
Natica Leviathan P. et C. *Reptomulticava spec.*
Natica Pidanceti P. et C. *Spongienstock.*
Tylostoma Laharpi P. et C.

11. *Jorat.* Dieses enge Thälchen bietet den östlichsten Aufschluss der Kreidebildungen auf der Nordflanke. Der petrographische und paläontologische Charakter der hier auftretenden Gesteine stimmen für das untere Valangien. Es wurden gesammelt:

Terebratula valdensis de Lor. *Natica Pidanceti P. et C.*
Tylostoma Laharpi P. et C.

Purbeckien.

Die hieher gehörenden Bildungen stellen ein interessantes Bindeglied dar zwischen Kreide- und Juraformation (Portlandien). Die im ganzen etwa 15—20 m mächtige Stufe besteht aus einer Serie von Schichten, die in petrographischer und paläontologischer Beziehung

sich scharf von der Kreide unterscheiden. Das Purbeck ist in der Hauptsache eine Süsswasserbildung. Maillard[6] unterscheidet in seiner interessanten Studie über das Purbeck des Jura zwei Abteilungen; Jaccard[3u5] dagegen spricht in seinen Publikationen von einem oberen, mittleren und unteren Purbeck.

Maillard[6]					Jaccard[3u5]
Valangien				Kalke u. Mergel des unteren Valangien: *Natica Leviathan, N. Pidanceti, Pterocera Jaccardi, Nerineen, Terebratula valdensis, Toxaster granosus.*	**Valangien**
Purbeckien	I. Oberes Purb.	Schichten mit Brackwasserformen	Mächtigkeit m 6—7	Brackwasserformen: *Cerithium, Turritella, Corbula, Cyrena, Psammobia, Gervilia, Lithodomus.*	**I. Oberes Purbeck**
		Schichten mit Süsswasserfauna		Ausschliesslich terrestre u. Süsswasserformen: *Auricula, Carychium, Cyclostoma, Planorbis, Lymnea, Physa, Bythinia, Hydrobia, Valvata, Chara Jaccardi.*	
	II. Unteres Purb.	Calcaire celluleux Zelliger Kalk	1,50—2	Ohne Fossilien.	**II. Mittleres Purbeck**
		Dunkle Mergel mit Gypseinlagerungen (Marnes à gypse)	5—6	Ohne Fossilien; charakteristisch sind kleine Quarzkrystalle mit Doppelpyramiden.	
Portlandien				Dolomies portlandiennes; bis jetzt etwa 10 Brackwasserformen bekannt. Jaccard unterscheidet: 1) *Calc. âpre* 2) *Dolomies sacharoides.* 3) *Calc. en plaquettes* (Krebsscheerenplatten).	**III. Unteres Purbeck**
				Marine Fauna: *Natica Marcousana*; *Nerineen etc.*	**Portlandien**

Jaccard hat aus paläontologischen Rücksichten die Zone der Dolomies portlandiennes dem Purbeck zugewiesen; nach dem genannten Autor folgt das eigentliche Portlandien auf den leicht kenntlichen Horizont der Calcaires en plaquettes. Dem Bielersee entlang sind die dunkeln Purbeck-Mergel mit Gypseinschlüssen nicht entwickelt. Nach Maillard ist das obere Purbeck viel weiter verbreitet und konstanter als das untere Niveau. Aus den Untersuchungen des schon genannten Autors resultiert, dass das Purbeck des Jura nur eine Facies der Portlandstufe darstellt.

Alle Aufschlüsse unseres Gebietes bieten eine ziemlich übereinstimmende petrographische Zusammensetzung und Aufeinanderfolge der Schichten. Graue Mergel wechseln mit mergeligen, wenig mächtigen Kalkschichten von gleicher Färbung. Dem Einfluss der Atmosphärilien ausgesetzt, verwittern diese Mergel und Mergelkalke sehr leicht. In der obern Partie tritt ein fester, grauer bis gelblicher Kalk auf mit vielen dunkeln Geschieben von Sandkorn- bis Nussgrösse (Calcaires à cailloux noirs). Die Herkunft dieser Einschlüsse ist noch problematisch. In den darüber liegenden, sehr soliden, hellgrauen Mergeln finden sich harte Kalkkonkretionen mit ockerfarbiger, sehr rauher Oberfläche. In Tüscherz nehmen die Mergel gegen die Basis der ganzen Ablagerung streifenweise eine violette bis dunkle Färbung an, und es treten 1—½ mm lange Quarzkrystalle mit Doppelpyramiden auf. Nach Jaccard[5] und Maillard[6] charakterisieren dieselben die Mergel der unteren Purbeckstufe und scheinen an den Platz der Gypseinlagerungen zu treten. Wenn diese Krystalle wirklich die Stelle von Leitfossilien übernehmen, so müssten wir in den bei uns auftretenden Schichten ein Äquivalent erblicken für die bisher nur in der Nordfacies nachgewiesenen Marnes à gypse. Der Übergang vom Valangien zum Purbeckien ist ziemlich scharf, wenigstens in paläontologischer Beziehung. In Vingelz und Tüscherz haben die untersten Kreidebänke typische marine Fossilien geliefert: *Terebr. valdensis. Pterocera Jaccardi. Pseudomelania* Gresslyi. Im untern Valangien treten graue Mergel auf, die täuschende Ähnlichkeit besitzen mit denen der Purbeckstufe (Vingelz und Laube bei Ilfermée).

Die Fauna der Purbeckstufe weist neben einigen Brackwasserformen namentlich Süsswasserrepräsentanten auf. Die Fossilien sind wenig zahlreich und wegen der fast ohne Ausnahme sehr geringen Grösse nur mit Mühe aufzufinden. Indes heben sich die dunkeln Gehäuse auf dem hellen Gestein gut ab. Es ist hauptsächlich der

Horizont unter der Bank mit dunkeln Geschiebeeinschlüssen, welcher bei uns an fast allen beobachteten Punkten Petrefakten führt. Neben Schalenfragmenten von Acephalen finden sich namentlich gut erhalten *Valvata helicioides Forbes* und 2 Planorben *P. Loryi Coq.* und *P. Coquandi, de Lor.* Die Schalen sind nicht mit Kieselsäure imprägniert; sie werden von Salzsäure sofort zerstört.

Orographie. Da die Purbeckstufe in der Hauptsache aus leicht verwitterbarem Material sich zusammensetzt, da ferner über derselben ein viel soliderer Schichtenkomplex folgt, so hat die Erosion dieses Terrain energisch in Angriff genommen; wir finden das Purbeck daher in Depressionen und Comben. Das Lachenthälchen ob Wingreis und das Thälchen des Mt. Bijoux sind solche Purbeckcomben. Aufschlüsse gewähren indes weder Depressionen noch Comben; denn sie sind reichlich mit Gletschermaterial bedacht worden. Sämtliche Aufschlüsse dem See entlang sind dadurch zu stande gekommen, dass durch Sprengarbeiten in Steingruben oder durch Erosion der Kreidemantel abgetragen wurde. Tüscherz und Vingelz bieten allein ein ziemlich komplet es Profil.

1. *Vingelz.* Gegenüber der Handelsgärtnerei Krebs ist das Purbeck auf eine Länge von 50 m aufgeschlossen. Südliches Fallen der Schichten etwa 50°. Ein Profil dieser Lokalität ist von Maillard[6] publiziert worden. Dasselbe stimmt ziemlich überein mit demjenigen von Tüscherz. Von Interesse ist der Übergang zum Valangien.

Valangien.

	m
1. Gelbliche Kalke, oben in regelmässigen, kompakten, nach innen gebogenen Bänken, unten wenig kompakt mit *Terebr. valdensis* und *Toxaster granosus* .	3—4
2. Graue bis gelbliche, kiesige Mergel mit *Astarte gigantea*	0,1
3. Graue, blätterige Mergel, stellenweise rosafarbig bis rot angehaucht	0,2
4. Graue, solide Mergel mit rundhöckeriger Oberfläche und schlecht erhaltenen Acephalen	1,2
5. Gelbliche Kalkbank mit einer dünnen Decke von ockerfarbigen, oolithischen Mergeln	1,8
6. Dünne Schicht gelblicher Mergel mit grossen, harten Kalkknollen. Gasteropoden: *Pseudomelania Gresslyi P. et C.*	0,05

7. Gelbliche Kalkbank . . . . . 0,8—1
8. Gelblicher Kalk, mit grauverwitterter, rundhöckeriger Oberfläche und Spuren von Petrefakten . . . . 0,2—0,3

Purbeckien.

1. Sandige bis knollige Mergel . . . . . 0,2—0,3
2. Graue, sehr solide Mergel mit holperiger Oberfläche; die unregelmässigen Höhlungen mit zerrissenen Wandungen enthalten kiesige Mergel mit dunkeln Körnern, Schalenfragmenten und sehr harten Kalkkonkretionen mit ockerfarbiger Oberfläche . . . 1,3

Die Schichten 3 und 4 im Valangien erinnern in ihrem petrogr. Habitus an einzelne Mergelschichten des Purbeckien. Unter den dünnen Schichten des Calcaire à cailloux noirs sind Mergelkalke mit wenig zahlreichen, aber gut erhaltenen Fossilien. Ich sammelte *Valvata helicioides F.; Planorbis Loryi Coq.* und *Pl. Coquandi de Lor.* und *Bythinia Sautieri de Lor.* Nicht selten sind Acephalenfragmente. Maillard[6] erwähnt von hier noch *Chara Jaccardi, Cypris purbeckensis Forbes, Physa wealdiensis Coq.* und eine *Lucina spec.* (Pag. 7 u. 40).

2. *Alfermée.* Steigt man den »*Loschtweg*« hinauf, so trifft man überall die Dolomies portlandiennes. Ostwärts dieses Weges finden wir das untere Valangien. Von der Biegung der Nidaubergstrasse bis in den Nidauberg ist die Purbeckstufe angedeutet durch eine schwache Depression. Die Purbeckgrenze steigt dann noch höher, um, den Portlandfelsen folgend, wieder zu sinken und in den Goldbergreben die Strasse zu erreichen. Auf dieser Strecke ist nirgends ein Aufschluss zu finden; am Fusse der Jurafelsen sind überall Felstrümmer angehäuft, welche die Mergelzone bedecken. Oberhalb Alfermée finden wir in den Rebmauern zahlreiche Purbeckgesteine. Unter der schon genannten Biegung der Nidaubergstrasse, im sog. Wartenbrunnen, hat man beim Graben einer Wasserleitung im Schutt ebenfalls Steine ausgehoben, die der obern Purbeckstufe angehören.

Ungefähr in der Mitte zwischen Alfermée und Tüscherz taucht nach einer kurzen Unterbrechung der Kreidemantel wieder auf und bildet über der Strasse mit dem Purbeck ein kleines Plateau; dasselbe ist bis zur Portlandsteingrube westl. von Tüscherz zu verfolgen. Traversieren wir dasselbe in der Süd-Nordrichtung, so finden wir die gelblichen Kalke des untern Valangien (Stand von Tüscherz), dann die mit Gletscherschutt gefüllte Purbeckdepression und weiter die Do-

spalten. Die Schichtflächen und Spaltungsflächen weisen braungelbe Makel auf. Nicht selten sind hübsch ausgebildete Dendriten (hinter der Burgfluh.)

Jaccard bezeichnet diese vier petrographisch leicht kenntlichen Horizonte als unteres Purbeck (vide Pag. 176). Er hat nämlich in der Umgebung von Villers-le-Lac bei Morteau in diesem Schichtenkomplex eine Reihe von interessanten Fossilien entdeckt *(Corbula inflexa, Cardium villersense)*, welche sich als Brackwasserformen erwiesen haben und welche auch im Purbeck vorkommen. Diese Einteilung stützt sich also auf paläontologische Merkmale. Nach dem genannten Autor umfasst die Portlandstufe die Schichten zwischen den Krebsscheerenplatten oben und dem Virgulahorizont unten. In Bezug auf den petrographischen Habitus schliessen sich die Dolomies an das eigentliche Portlandien an, das eine marine Fauna aufweist *(Natica, Nerinea etc)*. Bei praktischen Arbeiten (Cartierung, Aufnahme von Profilen), die einmal eine Grenzbestimmung notwendig machen, erscheint es vorteilhaft, die Dolomies als oberes Portlandien zu betrachten, trotzdem paläontologische Funde für den Anschluss an die Purbeckstufe sprechen (etwa 10 Brackwasserformen bekannt; Maillard [7], Pag. 3). Dieselben sind leicht aufzufinden und zu erkennen, da sie

a) petrographisch sich scharf von den Purbeckschichten und der untern Kreide unterscheiden und

b) mit dem untern Valangien die Purbeckdepression oder Combe bilden, also auch orographisch eine Rolle spielen. Hat sich in letzteren Schutt angehäuft oder sind sie von Vegetation bedeckt, so dass kein Aufschluss vorhanden, so gewähren gerade die Dolomies einen willkommenen Anhaltspunkt, um die Purbeckgrenze mit Sicherheit festzustellen.

1) *Schernelz.* Zwischen der ersten und zweiten Kurve des Weges nach Prêles werden die Krebsscheerenplatten ausgebeutet.

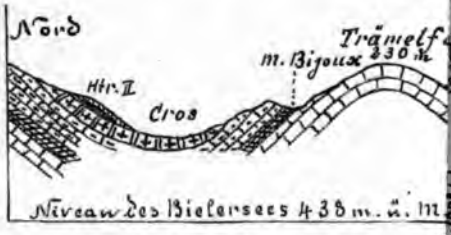
2) *Brunnmühle.* In der obern Partie der Bégine-Reben und hinter der Brunnmühle kommen zum Vorschein der Calcaire âpre und die dolomitischen, spaltbaren Kalkplatten des 2ten Horizontes.

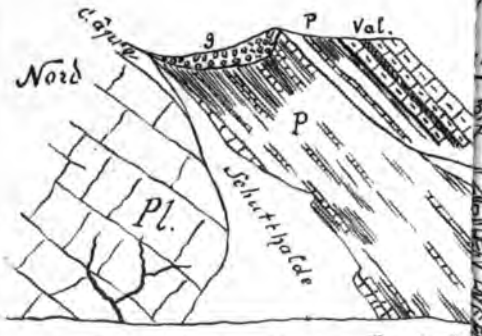
3) *Eingang zur Twannbachschlucht.* Hier beobachtet man die obere Partie der Dolomies.

4) *Burgfluh.* Der so benannte Felskopf besteht aus spatreichem, kompaktem Kalk; hinter demselben folgen die Calcaires en plaquettes, welche ausgebeutet werden.

über d. geolog. Verhältnisse am l. Ufer

erner naturf. Gesellschaft 1894.





Profil durch das Purbeck

g Gletschermaterial
Val Unteres Valangien
P Purbeckien
Pl Portlandien
C. a. Calcaire âpre

...lungen im oberen Jura.

...bergstraße

Fig. I

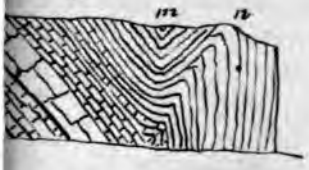
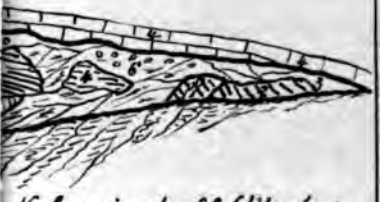


Fig II



...Valangienkalk (Marbre bâtard)

...me bei Ligerz. Länge 30m

...Limonitblöcke mit Fossilien

...Fossilien.

...gang zur Twannbachschlucht

C. a. = Calcaire âpre.

...zeichnet von E. Baumberger.

5) *Prêles.* Die Lokalität sur les Moulets bietet in einer Steingrube die schwach nach Norden fallenden (5°) Krebsscheerenplatten.

6) *Tüscherz.* Unter dem Purbeck westl. der Ortschaft sind sichtbar der Calcaire âpre und die folgenden zwei Horizonte. Westl. vom Stand stehen bis zum Loschtweg die Dolomies an (II. Horizont.)

7) *Tüscherz.* (Gaichterboden) dolomitische Plättchen.

8) *Nidauberg.* Über der Strasse in den Nidauberg, nördl. vom Wartenbrunnen, dolomitische Plättchen.

Das Portlandien in der mittlern Partie der Dessenbergstrasse bietet interessante lokale Dislokationserscheinungen. Von Twann herkommend, beobachten wir zuerst in einem gut geschichteten, leicht in Blätter spaltbaren Kalk mit zahlreichen Kalkspatgeoden (Calcaire géodique) eine hübsche Anticlinale (n) und Synclinale Fig. I (m). Bei der Faltung der Sedimente ist der Kalkkeil F' von der Bank F abgequetscht worden; diese Dislokation hatte die Bildung einer Breccie (o) und die Lagerungsstörungen in den tiefer liegenden Schichten zur Folge. Im Mergelkalk g finden sich Acephalen (Thracia incerta Desh., Cyprina Brongniarti P. et Ren., Psammobia rugosa Röm., Cardium Foucardi de Lor., Pecten suprajurensis Buv.). Es stimmt dieser Horizont petrographisch und paläontologisch überein mit den durch Hisely bekannt gewordenen Schichten «Sur les Mées», an der Strasse von Neuenstadt nach Prêles. Die von genanntem Autor mit *m* und *n* bezeichneten Schichten (vergleiche Greppin, Mat. Pag. 123) haben mir geliefert: Thracia incerta Desh., Plectomya rugosa de Lor., Cardium dissimile Sow. und Mytilus Icaunensis de Lor. Das oben genannte Geoden führende Gestein tritt auch im Kapfgewölbe auf, aber hier ohne weitere Dislokationen (am Fussweg zwischen Kapf und Picardsacker). Etwas weiter oben an der Strasse ist eine kleine Anticlinale (d in Fig. II) wagrecht in das übrige Gestein hineingeschoben. Zwei Schritte weiter ist der eine Schenkel der Fältchen nur noch durch eine Rutschfläche vertreten (c). Über diesen dislocierten Schichten verlaufen die Bänke wieder normal. An dritter Stelle (Kimmeridgien, Fig. III, auch am Ligerzsträsschen zu beobachten) ist eine Anticlinale nach Norden übergelegt. Die Bänke bei a enthalten Nerineen und bei b fanden sich Terebrateln und ein schlecht erhaltener, regulärer Seeigel. Die genannten Erscheinungen beweisen, dass innerhalb eines Schichtensystems, das ein Gewölbe bildet, eine gewisse Partie der Sedimente durch den Faltungsprozess immerhin noch weitere Dislo-

Die Schlucht gehört zwei geologischen Formationen an: 1. dem Portlandien und 2. dem Kimmeridgien. Nachdem wir, den Fussweg von Kleintwann benutzend, das untere Valangien des Kanzels und die nun folgende Purbeckdepression hinter uns haben, finden wir den Schichtenkomplex der Dolomies portlandiennes; dann folgen die dicken, kompakten Kalkbänke der eigentlichen Portlandstufe. In denselben lässt sich in der Höhe des Schluchtweges ein etwa 8 dm mächtiges Band aus knolligen Mergeln verfolgen, welches *Thracia incerta Desh.* lieferte. Gegen die Basis der Portlandstufe fand sich *Natica Marcoui* d'Orb. Hinter der Pulverstampfe sind die Schichten sehr stark aufgerichtet; man traversiert successive folgende fossilienführende Schichten:

a. Weissen Kalk mit Gasteropoden
b. gelblichen Kalk mit *Terebratula suprajurensis Th.*
c. gelblichen Nerineenkalk
d. Bryozoenkalk (in schöner Ausbildung)
e. Nerineenkalk

Die letztgenannten, stark nach Süden fallenden Schichten gehören dem obern Kimmeridgien an; der bekannte Horizont mit Exogyra virgula d'Orb., welcher Kimmeridgien und Portlandien verbindet, fehlt. Oben genannte Schichten finden sich am Ligerzsträsschen wieder zwischen Schernelz und Lamboing. Von den hier gesammelten Nerineen war bestimmbar Nerinea Defrancei d'Orb. Die Terebratelschicht lieferte einen allerdings schlecht erhaltenen regulären Seeigel.

Beobachtungen über die Hauterivientaschen.

An mehreren Stellen längs des Bielersees finden sich im untern Valangien Höhlungen, taschenartige Ausweitungen, die fast ausschliesslich mit Hauterivemergeln gefüllt sind. Die interessanteste dieser sog. Hauterivientaschen befindet sich hinter der Baume bei Ligerz (Tafel I). Sie ist sichtbar auf eine Länge von 30 m und hat eine mittlere Höhe von $1^1/_2$ m. Das einschliessende Gestein ist der marbre bâtard, dessen Schichten in einem Winkel von 40° gegen den See fallen. Die gelben Mergel enthalten in Menge die charakteristischen Versteinerungen der Hauterivestufe; diejenigen mit Schalen sind recht gut erhalten. Die Steinkerne dagegen sind ziemlich defekt, meist zerquetscht oder

sogar nur in Bruchstücken vorhanden. Es wurden gesammelt:

Am. radiatus Brug. u. Leopoldi d'Orb.
Rhynch. multiformis Röm.
Terebr. acuta Quenst.
Waldheimia pseudojurensis Leym.
Panopaea neocomiensis d'Orb.
Arca Gabrielis d'Orb.
Exogyra Couloni d'Orb.
Toxaster complanatus Ag.
Pseudodiadema Bourgueti Des. u. rotulare Ag.
Serpula heliciformis Röm.

In den Mergeln zerstreut finden sich mehrere eckige Blöcke des Calc. roux, zum Teil sehr eisenreich (Limonit) und mit Fossilien. Es konnten bestimmt werden:

Pycnodus cylindricus Pict.
Terebratula valdensis de Lor.
Terebratula Carteroni d'Orb.
Waldheimia collinaria d'Orb.
Lima dubisiensis P. et C.
Monopleura corniculum P. et C.
Pygurus rostratus Ag.

Auch der Mergelkalk des untern Hauterivien ist vertreten in grössern und kleinern Knollen, die namentlich in der obern Partie des Füllungsmaterials sich vorfinden. Die Mergel weisen charakteristische Blätterdurchgänge auf, die bald mehr oder weniger parallel verlaufen bald sich kreuzen und so den Eindruck hervorrufen, als ob eine Reihe von Mergelkeilen über einander geschoben wären. Wird so ein Keil blossgelegt, so erweisen sich die Kontaktflächen als mehr oder weniger ausgesprochene Harnische. Diese sind namentlich gut ausgebildet, wo Mergel und solide Kalke sich berühren.

In kleinen Partien scheinen die Mergel etwas gefärbt; man könnte leicht an Beziehungen mit dem terrain sidérolithique denken; bei näherer Untersuchung findet man an solchen Stellen stets Limonitknollen, deren Eisenkörner in starker Verwitterung sich befinden. Von Gletschermaterial ist keine Spur zu entdecken.

Die Untersuchung anderer Taschen hat zu ähnlichen Resultaten geführt; immer bilden die Hauterivemergel die Hauptmasse des Füllungsmaterials; Fossilien des Calc. roux oder das Gestein selbst sind bereits immer zugegen. Quartäre und tertiäre Bestandteile konnten nicht nachgewiesen werden.

Es sei noch auf folgende Hauterivientaschen aufmerksam gemacht:

1) Zwischen Ligerz und der Baume liefern die gelben Mergel: *Nautilus neoc.; Rhynch. multif.; Terebr. acuta: Cyprina Deshayesi, Cardium spec. Lima dubisiensis* (letztere aus dem Limonit) und *Tox. complanatus*. Es ist dies ohne Zweifel die schon von Gilliéron[4] Pag. 114 und 115 beobachtete Tasche.

2) Diejenige in der Cros ob Twann lieferte *Rh. multif., Tereb. acuta;* Austernfragmente, *Exogyra Couloni, Panopaea neoc.; Serpula heliciformis* und neben einigen Limonitstücken *Thracia Nicoleti* und *Reptomulticava micropora.* Das die Tasche bildende Gestein bietet charakteristische Gasteropoden des untern Valangien *(Aporhais valangiensis).*

3) Eine Tasche westl. vom Rusel mit *Exogyra Couloni. Terebr. acuta. Serpula helicif.* und Limonitfragmenten.

4) Notizen über die Taschen im Rusel finden wir in den Arbeiten von Gilliéron[4] (Pag. 115) und Rollier[9] (Pag. 125).

5) Die Tasche beim Bahnübergang östl. vom Rusel liefert namentlich *Rhynch. multif.* und *Terebr. acuta* der Hauterivestufe.

6) Bei Vingelz traversiert der Fussweg in die Goldbergreben eine Tasche, in welcher *Exogyra Couloni, Cyprina Deshayesi* (sehr zerdrückt), nebst andern Acephalenfragmenten und ein Toxaster complanatus Ag. (normal) gesammelt wurden. Rollier[8] nennt noch *Am. Astieri* und *Pterocera Desori* (Pag. 166).

Auf welche Weise und zu welcher Zeit sind die Hauterivientaschen entstanden und gefüllt worden?

1) Gilliéron[4] (Pag. 115) ist geneigt, die Entstehung der bekannten crevasses sidérolitiques und der Höhlungen im untern Valangien ein und derselben Ursache, nämlich der erodierenden Thätigkeit der aus tiefern Erdschichten kommenden Thermalquellen zuzuschreiben. Die Entstehung und ebenso die Ausfüllung würden demnach in die Eocänzeit zu verlegen sein.

2) Als die Schweiz. Geolog. Gesellschaft im Jahr 1888 das linke Seeufer besuchte, wurden, die Frage der Hauterivientaschen betreffend, zwei Ansichten geäussert (Rollier[8], Pag. 165).

α. Nach Rollier sind die Höhlungen Erosionsgebilde des Limonitmeeres; in der darauffolgenden Hauterivezeit hat das Meer auch in diesen Taschen Mergel deponiert.

β. Nach Schardt sind die Hauterivientaschen nicht eine Erosionserscheinung, sondern ein Produkt des Faltungsprozesses. Die Füllung hat en bloc durch ein Hineinrutschen ganzer Hauterivienpartien stattgefunden. Die erodierende und transportierende Thätigkeit des Wassers fällt also hier ganz ausser Betracht.

3) In dem Kapitel über das terrain sidérolithique schreibt

Rollier in den Beiträgen zur geolog. Karte des centralen Jura Pag. 144. die Hauterivientaschen betreffend:

«Il nous semble que ce dépôt (terrain sidérolithique) s'est effectué sur une surface horizontale émergée, en partie simultanément et en partie après les érosions du crétacique. Il est possible que la limonite valangienne, les marnes hauteriviennes et le calcaire jaune néocomien en aient fourni les matériaux. Les poches de marne hauterivienne dans le roc valangien du bord du lac de Bienne et du Val de St. Imier peuvent être considérées comme les points où ces lévigations et ces décompositions terrestres se sont arrêtées.»

Bevor ich die namentlich in der Baume auftretenden Rutschflächen und andere später zu erwähnende Dislokationserscheinungen genügend beobachtet hatte und zu würdigen verstand, glaubte ich, die Bildung und Ausfüllung der Hauterivientaschen auf folgende Weise deuten zu können:

1) Die Taschen sind Erosionsgebilde, nicht durch Thermalquellen, sondern durch ursprüngliche Oberflächengewässer geschaffen; das Gestein wurde in der Richtung der Schichtflächen von oben nach unten in Angriff genommen. Die erodierende Thätigkeit des Wassers musste gefördert werden durch das starke Fallen der Schichten, in denen die Taschen auftreten.

2) Die Hauterivientaschen sind wahrscheinlich vor Beginn der Cenomanzeit entstanden. Das Auftreten der Cenomanbildungen auf verschiedenen Unterlagen beweist, dass in unserem Gebiete die schon früher aufgefalteten, ältern Sedimente durch Erosion in ihrer Mächtigkeit stark reduziert oder an andern Punkten ganz abgetragen worden sind. Hätte die Bildung und Füllung der Taschen nach Ablagerung der Cenomansedimente sich vollzogen, so sollte auch diese Stufe durch Fossilien oder Gesteinsfragmente vertreten sein, was eben nicht der Fall ist.

3) Die Füllung hat zu derselben Zeit durch die transportierende Thätigkeit des Wassers stattgefunden. Diese Ansicht stützte sich auf folgende Wahrnehmungen:

1) Blätterdurchgänge der Mergel.
2) Das Anschmiegen derselben an alle Unebenheiten der Wände und Blöcke.
3) Die Lage des Knollenhorizontes.
4) Erhaltungszustand einzelner Fossilien.

Die eckigen Blöcke sind in die Taschen hinabgestürzt.

Diesen Frühling hatte nun Hr. Dr. Schardt in Montreux die Freundlichkeit, mit mir die wichtigsten Aufschlüsse in unserem Gebiet zu besuchen. Besondere Aufmerksamkeit wurde den Hauterivientaschen geschenkt. Verschiedene neue Beobachtungen, sowohl das Füllungsmaterial der Taschen, als auch das einschiessende Gestein betreffend, bestätigen die schon früher von dem genannten Autoren ausgesprochene Ansicht (Pag. 190) über die Entstehung und Ausfüllung dieser interessanten Höhlungen im untern Valangien. Hr. Dr. Schardt hatte die Güte, in einer Mitteilung die Resultate der Untersuchung zusammen zu fassen; er schreibt mir:

«Als ich zufälligerweise bei Gelegenheit Ihres Vortrages an einer Sitzung der naturf. Gesellschaft in Bern Ihre Auffassung über die fraglichen Einlagerungen von Hauterivien-Mergel im untern Valangien hörte und dabei Ihre genau ausgeführten Zeichnungen und Profile mehrerer derselben zu Gesicht bekam, war ich beinahe von der Unrichtigkeit meiner frühern Ansicht überzeugt. Ich beglückwünschte Sie damals, diesem streitigen Punkt eine befriedigende Lösung geschaffen zu haben, indem Sie so recht klar darlegten, wie diese Hauterivemergel samt Fossilien, mit Valangien- und Limonitblöcken gemengt, in die Aushöhlungen im untern Valangien hineingeschwemmt worden seien und zwar zu einer Epoche, welche der Gletscherzeit und wahrscheinlich auch der Molassezeit vorausgesetzt werden müsse, indem weder Gletschergeschiebe, noch Molassegestein darin vorkämen.

So logisch auch Ihre Auslegung schien, so blieb mir doch ein kleiner Zweifel übrig, besonders da neuerdings Herr Rollier von seiner frühern Annahme zurücktritt und die Entstehung der Hauterivientaschen mit der Bohnerzbildung in Verbindung bringen will, also eine vierte, von den frühern ganz verschiedene Erklärung. Ich beschloss somit, die wichtigsten von den neuerdings von Ihnen untersuchten Stellen zu besuchen. Sie waren auch so freundlich, mich vergangenen April dahin zu begleiten und zu führen.

Die schönste dieser Hauterivientaschen ist unbedingt die Aushöhlung «La Baume» genannt. Der Hauterivien-Mergel liegt scheinbar parallel zwischen zwei mächtigen Schichten von unterem Valangien, bestehend aus einem hellgelben, fast weissen, dichten Kalk. Der Hauterivien-Mergel ist zum Teil herausgewittert, zum Teil wohl ausgehoben worden, so dass das hängende Valangien-Lager einen dachartigen Vorsprung bildet, weshalb wohl die Stelle «La Baume» genannt wird.

Der Hauterivien-Mergel ist dem Aussehen nach ganz wie normal eingelagert; die darin enthaltenen Fossilien sind nicht gerollt; sie sitzen ganz wie im frischen Gestein, so dass man die frühere Auslegung von Hrn. Rollier, wenn zwar nicht begründet, aber doch begreiflich finden möchte, nämlich diese Einlagerungen seien so entstanden, dass zur Zeit der Entstehung des obern Valangien eine aktive submarine Erosion Höhlungen im untern Valangien erzeugt habe, welche dann später von Hauterivien-Mergel ausgefüllt worden seien. Dagegen sprächen auch nicht einmal die verhandenen Brocken von unterem Valangien-Kalk, von Limonit und Calcaire roux.

Diese ganz scharf hervortretende Thatsache, die scheinbar normale Einlagerung dieser Mergel im untern Valangien, das Fehlen von sekundärer Schichtung, wie sie ja bei aufgewühltem und eingeschwemmtem Material vorkommen müsste, alles das beweisst, *dass wir es hier nicht mit eingeschwemmtem Hauterivien-Material zu thun haben.* Die von Ihnen begründete Anschauung, welche mir zuerst so einfach schien, wird somit hinfällig, desgleichen auch der jüngst von Herrn Rollier zur Geltung gebrachte Zusammenhang mit der Entstehung der Bohnerzthone. Die Einlagerung von La Baume bei Bipschal, diejenigen etwas südwestlicher neben einem Steinbruch, dann die Einlagerung in der Cros sind ebensowenig wie die von Vingelz durch Einschwemmen entstanden; es sind normale, nicht aufgewühlte Hauterivien-Mergel!

Eine nähere Untersuchung hat uns dann gezeigt, und es hat mich gefreut, diese Beobachtungen mit Ihnen zu verfolgen, dass der Kontakt mit dem Valangienkalk nirgends einen allmäligen Übergang zeigt, sondern dass derselbe schroff und plötzlich ist, nicht etwa wie bei normal aufeinander folgenden Schichten. Derselbe ist oft uneben, höckerig; der Valangienkalk dringt zackenartig in den Hauterivien-Mergel hinein, und an diesen Stellen besonders ist zu beachten, wie die Oberfläche des harten Kalkes abgerundet, abgeschliffen und geschrammt ist; auch einzelne Brocken, besonders im liegenden und im hängenden häufigen Valangienkalke, zeigen diese Abrundungen und Schrammen. Der Kontakt mit dem Valangienkalk zeigt noch eine weitere Eigenschaft; gerade wie der letztere zackenartig in die Hauterivien-Mergel hineinragt, so dringt der Mergel oft apophysenartig in die Risse und Vertiefungen des Valangienkalkes hinein, gerade so, als ob derselbe *hineingepresst* worden sei. In der That ist denn auch die Struktur des Mergels etwas verschieden; er sieht schiefrig und blättrig aus.

Schenkt man dem sonst ganz normal aussehenden Mergel etwas mehr Aufmerksankeit, so beobachtet man bald, dass derselbe durchweg von geradlinigen oder mehr oder weniger parallelen, auch schief zu einander stehenden und oft sich kreuzenden Blätterdurchgängen, recht deutliche Rutschflächen darstellend, durchzogen ist. Dieses eingelagerte Mergelgestein zeigt also, nirgends schöner als in der Baume, überall das Gepräge einer in das untere Valangien hineingepressten Hauterivienmasse. Die Schrammung und Abrutschung am Kontakt mit dem untern Valangien, die dem Kontakt entlang so häufigen und durch Gleiten auch abgerundeten Bruchstücke von oberem und unterem Valangien, sind zu schlagende Beweise, welche dafür sprechen, dass diese Erscheinung auf eine tektonische Einwirkung zurückzuführen sei.

Ich komme somit zu dem Schluss, dass die von Herrn Rollier früher angenommene Hypothese einer normalen Einlagerung nicht die wahrscheinlichere und dass vielmehr die von mir ausgesprochene Ansicht die richtige sei, nämlich, dass es sich hier um Fetzen von Hauterivien-Mergel handle, welche zur Zeit der Gebirgsbildung in Höhlungen des untern Valangien hineingerutscht seien. Unsere gemeinschaftliche Untersuchung erlaubt sogar, diese Auslegung noch genauer auszudrücken: Diese Hauterivienfetzen sind wohl nur zum Teil durch blosses Hineinrutschen in diese Höhlungen geraten, vielmehr *sind sie wahrscheinlicherweise auch zur Zeit der Faltung und durch die gebirgsbildende Kraft selbst in diese Lage gebracht worden.* Der mechanische Prozess kann entweder durch Verwerfungen und nachherigen Zusammenschub, durch Abgleiten der in jenem Gebiet sehr steil stehenden Schichten und auch durch schwache Überschiebungen dargestellt werden. Für eine dieser letztgenannten Entstehungsweisen spricht besonders die Hauterivientasche beim Steinbruch südwestlich von La Baume, wo auf der Fortsetzung der Einlagerung der Hauterivien-Mergel eine *Dislokationsbreccie schönster Art* im Valangien sich zeigt. Der Hauterivienmergel selber ist daselbst wie zerrieben.»

Weitere Untersuchungen haben mich dazu geführt, die frühere Ansicht fallen zu lassen und Hrn. Dr. Schardt vollständig beizupflichten. Es sei mir an dieser Stelle gestattet, ihm für seine Freundlichkeit und wertvolle Unterstützung und für das Wohlwollen, das er mir stets entgegenzubringen die Güte hat, den wärmsten Dank auszusprechen.

Auf die Dislokationsbreccie westlich der Baume ist von Hrn. Dr. Schardt am Schlusse seiner Mitteilung aufmerksam gemacht worden. Auch anderorts sind Erscheinungen zu beobachten, die beweisen, dass

im untern Valangien Dislokationen stattgefunden haben. Eine Stelle westlich von Tüscherz bietet schöne Harnische. (Vide Tafel I.)

Die Kalke sind gegeneinander verschoben; die Rutschfläche bildet einen bedeutenden Winkel mit den Schichtflächen. Der Mergelkalk m bietet zerdrückte Fossilien *(Terebratula valdensis, Natica Sautieri, Nerineen, Cardien, Toxaster granosus, Pygurus Gillieroni).*

Die äussern Schichten der Hüttenfluh (unteres Valangien) ob Twann stehen senkrecht, während die untern stark nach Süden fallen (bester Überblick von der Dessenbergstrasse aus). Die Kalkbänke klaffen nach oben stark auseinander, und es liegt die Vermutung nahe, es sei die Spalte durch Hauterivien-Mergel gefüllt worden. Eine bedeutende Schuttdecke macht eine Untersuchung der tiefern Partien unmöglich.

Über die Bohnerzformation (terrain sidérolithique).

Die Untersuchung der Bohnerzformation ist ein sehr schwieriges Problem; die Frage nach dem Alter und der Entstehung der Pisolithen, des Bolus, des Huppers und der Quarzsande ist nicht endgültig entschieden. Die genannten Bildungen werden in das Alttertiär eingereiht (Parisien), weil an verschiedenen Punkten (Mormont bei La-Sarraz, Münster im Bernerjura, Egerkingen) eocäne Säugetierreste entdeckt worden sind, die durch die transportierende Thätigkeit des Wassers mit dem Sidérolithique-Material in die Spalten und Höhlungen der Kreide- und Juraschichten (crevasses sidérolithiques de remplissage) gelangt sind.

Die dem See entlang vorkommenden Überreste der Bohnerzstufe finden sich in den Kalken der Jura- und Kreideformation und bestehen:

1) in den sog. Pyriten
2) in Spalten und Höhlungen, die mit rotem oder grünlichem Bolus und Quarzmaterial gefüllt sind.
3) in stark imprägnierten Kalken und Mergelkalken.

Die eigentlichen Pisolithen mit konzentrischen Schichten fehlen. Dagegen finden sich ziemlich häufig im Rebgebiet, besonders in den Hauterivienmergeln, die sog. Pyrite von Erbsen- bis Nussgrösse. Aus dem Vorkommen der Pyrite in den Hauterivienmergeln glaubte Gressly schliessen zu dürfen, es seien das terrain sidérolithique und die untere Kreide gleichaltrig.

1) *Brunnmühle.* Zwischen Kleintwann und der Brunnmühle fand sich in den Reben über der Strasse (Bégine), nachdem die Oberflächenschicht mit reichlichem Erratikum abgehoben war, eine etwa 0,8 m- mächtige Bolusschicht, welche auf dem untern Valangien ruhte. Die Kalke, welche eine ziemlich dicke Verwitterungsrinde aufwiesen, wurden gesprengt und es kamen Spalten mit Bolus zum Vorschein. Weder Pisolithen noch Pyrite konnten beobachtet werden.

2) *Twannbachschlucht.* In den Kimméridgienkalken der obern Partie der Schlucht sind schmale, nach allen Richtungen verlaufende Spalten mit rotem und grünlichem Bolus, ohne Eisenkörner zu beobachten.

3) *Strasse von Schernelz nach Lamligen.* Hier treffen wir im Kimméridgien eine in der Richtung der Schichtflächen verlaufende Tasche von mehreren m. Länge, welche samt den vertikal dazu verlaufenden Spalten mit rötlichgelbem Bolus gefüllt ist, der Lamellen von fest zusammengekitteten Quarzindividuen aufweist.

4) *Sur les Moulets zwischen Prêles und den Mühlen.* In den schwach nach Norden fallenden Krebsscheerenplatten (Portlandien) ist ein senkrechter Kanal zu beobachten, der unter der Humusdecke beginnt und sich in eine horizontale Tasche erweitert, welche über einer kompakten Kalkbank sich hinzieht. Länge 3 m.; Höhe 1 dm. Die Tasche weist zwei schräg nach oben verlaufende Aussackungen auf. Die Wände der Tasche und der Aussackungen sind mit seifig anzufühlendem, rotem Bolus ausgekleidet. Die Hauptmasse des Füllungsmaterials besteht aus gelblichem Bolus, reichlich mit Quarzkörnern gemischt, auch als Lamellen auftretend. Keine Eisenkörner.

5) *Tüscherz.* In der Steingrube westl. der Ortschaft sind nach allen Richtungen verlaufende Fissuren und kleine Nester mit rotem, gelblichem, grünlichem Bolus in Mischung mit Quarzkörnern. Keine Eisenkörner.

Am «Büntelenschleipf» ob den Reben tritt das terrain sidérolithique unter ähnlichen Verhältnissen wieder im obern Portlandien auf.

6) *Alfermée.* Im Portlandien an der Strasse westl. der Ortschaft ist durch einen kleinen Absturz eine Spalte von $1^1/_2$ m. Breite freigelegt worden. Sie enthält neben einigen Brocken aus Portlandkalk namentlich viele eckige Gesteinstrümmer des untern Valangien, welche durch ein kalkiges Bindemittel von gelblicher Färbung fest zusammengebacken sind. Darin finden sich zahlreiche Eisenkörner von Erbsen- bis Nussgrösse.

Litteratur-Verzeichnis.

Du Pasquier. Sur les limites de l'ancien glacier du Rhône le long du Jura. Bulletin de la Société des sciences naturelles de Neuchâtel. Tome XX. 1891—92.

Greppin. Matériaux pour la carte géologique de la Suisse. 8me livraison. 1870.

Jaccard. Matériaux pour la carte géologique de la Suisse. 6me livraison. 1869.

Loriol & Gilliéron. Monographie paléontologique et stratigraphique de l'étage Urgonien inférieur du Landeron. 1869.

Loriol & Jaccard. Étude géologique et paléontologique de la formation d'eau douce infracrétacée du Jura et en particulier de Villers-le-Lac. 1865.

Maillard. Étude sur l'étage Purbeckien dans le Jura. Dissertation inaugurale. 1884.

Maillard. Quelques mots sur le Purbeckien du Jura. 1885.

Rollier. Excursion de la Société géologique suisse au Weissenstein et dans le Jura bernois, du 8—11 Août 1888. Actes de la Société helvétique des sciences naturelles. 1888.

Rollier. Matériaux pour la carte géologique de la Suisse. 8me livraison. Ier supplément. 1893.

Schardt. Études géologiques sur l'extrémité méridionale de la première chaine du Jura. (Chaîne du Reculet-Vuache.) 1891.

NB. Die im Text vorkommenden Ziffern bei den Autor-Namen ehen sich auf die Nummern dieses Litteratur-Verzeichnisses.

Wir verweisen für die Details auf die schon früher erwähnte Studie von P. de Loriol et Gilliéron, worin auch ein detailliertes Profil zu finden ist.

2) *Ligerz, Bipschal.* Hinter der Baume eine schöne Hauterivientasche im marbre bâtard. Westlich von Bipschal Mergelkalk des untern Valangien unter dem marbe bâtard; letzterer sehr typisch entwickelt; ersterer mit zahlreichen, allerdings nicht sehr gut erhaltenen Petrefakten, besonders *Nerinea Etalloni.*

3) *Twann.* Aufstieg von Kleintwann zur Twannbachschlucht. Wir beobachten successive a) Unteres Valangien (isolierter Block: Ankenballe), b) Purbeckdepression, c) *Dolomies portlandiennes.* In der Schlucht: Portlandien bis zur Pulverstampfe; dann Kimméridgien mit dem Nerineen- und Bryozoënkalk. Weiteres siehe Twannbachschlucht. Aufstieg bis zur Dessenbergstrasse. Hier an 3 Punkten hübsche Stauchungen. Hinter der Burgfluh die Krebsscheerenplatten. Gegen das Gaichterfeld ob der Strasse Limonit mit zahlreichen Spongien. Im Crosthälchen die gelben Hauterivemergel mit *Terebratula acuta* und *Rhynch. multiformis*, ferner den marbre bâtard (unt. Val.) mit einer Hauterivientasche. Abstieg durch den Crosweg gegen die Kirche. An der Hauptstrasse, etwas östl. vom Schulhaus das obere Hauterivien (Pierre de Neuchâtel) mit *Bryozoën* und *Eudesia semistriata.*

4) *Tüscherz.* Westl. und östl. der Ortschaft über der Strasse gute Purbeckaufschlüsse. Graue Mergel mit Planorben; *Calcaire à caillour noirs.* Übergang vom Purbeck zur untern Kreide.

5) *Alfermée.* Östl. der Wirtschaft Laube die grauen Mergel des untern Valangien mit *Pterocera Jaccardi, Aporrhais valangiensis.*

6) *Rusel. Gottstatterhaus.* Ruselsteinbruch im Valangien; Hauterivientaschen mit Fossilien. Östl. vom Bahnübergang Mergelkalk mit zahlreichen Fossilien des untern Valangien: *Terebr. valdensis, Waldheimia pseudojurensis* (forme valangienne), *Pterocera Jaccardi, Natica Pidanceti, Toxaster granosus und Phyllobrissus Duboisi.*

Bis zum Gottstatterhaus zahlreiche Spuren des terrain sidérolithique.

7) *Vingelz.* Purbeck mit Fossilien. Östl. dieses Aufschlusses Portlandien. (Siehe Profil von Maillard in seiner Dissertation: Étude sur l'étage Purbeckien dans le Jura, Pag. 7.)

(gebrochener und imaginärer Index) und leitet nochmals in einfachster Weise vollständig die Mittelpunktsgleichung ab. Abschnitt V endlich weist auf die Resultate hin, welche Schlömilch erhalten hat, und ist vorzugsweise der Betrachtung jenes unter dem Namen «Schlömilch'scher Lehrsatz» bekannten Theorems gewidmet.

Bei der Bearbeitung dieses Stoffes wurde auf möglichste Kürze und Exaktheit der grösste Wert gelegt; deshalb blieben jegliche historische Notizen, welche anderswoher leicht zu entnehmen sind, von der Aufnahme in vorliegende Arbeit ausgeschlossen. Dafür wurde aber auf genaue, wenn auch oft nur angedeutete Durchführung der Nebenrechnungen Rücksicht genommen, weil ich öfters, namentlich beim Studium der Bessel'schen Arbeiten, fand, wie mühsam und zeitraubend es unter Umständen sein kann, derartige fehlende Zwischenrechnungen zu ergänzen.

Von der Herleitung vieler Gleichungen, von denen ich auszugehen gezwungen war, musste indessen, um die Einheit vorliegender Arbeit nicht zu stören, abgesehen werden; ihre Ableitung kann in den am Schlusse angegebenen Schriften eingesehen werden.

Um sich leichter auf bereits gefundene Gleichungen beziehen zu können, wurden einige derselben numeriert; eine sonstige engere Zusammengehörigkeit soll damit nicht ausgedrückt sein.

Die Bessel'sche Funktion erster Art für das Argument x und den Index n sei ausgedrückt durch:

$$y = \overset{n}{J}(x);$$

sie ist als partikuläre Lösung der Gleichung:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} + \left[1 - \frac{n^2}{x^2}\right] y = 0$$

anzusehen, welche die Differentialgleichung oder Definitionsgleichung der Bessel'schen Funktion erster Art genannt wird.

Für den Specialfall: $n = 0$ wird:

$$y_1 = \overset{0}{J}(x)$$

und die entsprechende Differentialgleichung lautet:

$$\frac{d^2y_1}{dx^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{dy_1}{dx} + y_1 = 0.$$

I.

Fourier war zweifellos der erste, welcher derartige mit den Bessel'schen Transcendenten übereinstimmende Funktionen herleitete, und zwar in seiner: «Théorie analytique de la chaleur», welche 1822 erschien. Im Kapitel VI, das er mit «Du mouvement de la chaleur dans un cylindre solide» überschrieb, findet er derartige Beziehungen, und zwar ausgehend von den Gleichungen:

$$1)\ \frac{dv}{dt} = \frac{K}{CD}\left(\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dv}{dx}\right) \text{ und } 2)\ \frac{h}{K}v + \frac{dv}{dx} = 0,$$

welche die Wärmebewegung in einem festen Cylinder von unendlicher Länge darstellen.

In diesen Gleichungen bezeichnet x den Radius eines cylindrischen Ringes, dessen Punkte sämtlich den gleichen Abstand von der Axe besitzen; v die Temperatur, welche alle Punkte im Abstande x von der Axe nach einer Zeit t, vom Beginn der Abkühlung an gerechnet, besitzen sollen; C, D und K sind Konstanten, und zwar bezeichnet C die specifische Wärme, D die Dichtigkeit und K die Einheit der Wärmemenge. Es ist demnach v sowohl eine Funktion von t als auch von x.

Um vorstehende Gleichungen zu integrieren, gibt Fourier für v folgenden sehr einfachen Wert. Er setzt analog der gewöhnlichen Auflösungsmethode

$$v = e^{-mt}u,$$

wobei m irgend eine Zahl und u eine Funktion von x ist.

Aus Gleichung 1) entsteht alsdann:

$$3)\ \frac{m}{k}u + \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{1}{x}\cdot\frac{du}{dx} = 0,$$

wobei:

$$\frac{K}{CD} = k \text{ gesetzt ist.}$$

Als Wert für u, welcher dieser Gleichung 3) Genüge leistet, findet Fourier folgenden:

$$4)\ u = 1 - \frac{1}{2^2}gx^2 + \frac{1}{2^2\cdot 4^2}g^2x^4 - \frac{1}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2}g^3x^6 \pm \ldots$$

wobei $g = \frac{m}{k}$ ist.

Gleichung 3) stimmt mit der früher angegebenen Definitionsgleichung für die Bessel'sche Funktion erster Art in der Struktur

vollkommen überein. Wie leicht zu ersehen ist, ist sie die Differentialgleichung für $\overset{0}{J}(x\sqrt{g})$. Mithin wird:

$$4^a) \quad \overset{0}{J}(x\sqrt{g}) = 1 - \frac{1}{2^2} g x^2 + \frac{1}{2^2 . 4^2} g^2 x^4 - \frac{1}{2^2 . 4^2 . 6^2} g^3 x^6 \mp \cdots$$

Die Summe dieser Reihe findet Fourier mit Hülfe der nach ihm benannten Reihen und erhält schliesslich folgendes Resultat:

$$4^b) \quad \overset{0}{J}(x\sqrt{g}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x\sqrt{g} \sin r)\, dr = u,$$

welcher Wert bekanntlich mit der Normalform Bessels

$$\overset{n}{J}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \sin r - n r)\, dr$$

übereinstimmt, wenn man $n = 0$ und $x\sqrt{g}$ für x substituiert.

Dieser Wert genügt also der Differentialgleichung 3) und behält auch einen endlichen Wert für x gleich Null.

Die Gleichung 2) geht durch Einsetzen des für v angegebenen Wertes über in:

$$2^a) \quad \frac{h}{K} u + \frac{du}{dx} = 0.$$

Diese Gleichung muss auch erfüllt sein, wenn x=X, gleich dem Radius des Cylinders wird. In diesem Falle erhält man:

$$5) \quad u = 1 - \frac{1}{2^2} g X^2 + \frac{1}{2^2 . 4^2} g^2 X^4 \mp \cdots$$

Setzt man nun in Gleichung 2^a) für den Quotienten $\frac{h}{K}$ die Grösse **h**, so wird mit Berücksichtigung von Gleichung 5):

$$2^b) \quad h\left(1 - \frac{1}{2^2} g X^2 + \frac{1}{2^2 . 4^2} g^2 X^4 \mp \cdots\right) = \frac{2}{2^2} gX - \frac{4}{2^2 . 4^2} g^2 X^3 \mp \cdots$$

Setzt man ferner in Gleichung 5):

$$\vartheta = \frac{1}{2^2} g X^2$$

und bezeichnet mit $f(\vartheta) = y$ diese Funktion von ϑ, so wird:

$$6) \quad y = f(\vartheta) = 1 - \vartheta + \frac{1}{2^2} \vartheta^2 - \frac{1}{2^2 . 3^2} \vartheta^3 \mp \cdots$$

Multipliziert man weiter beide Seiten der Gleichung 2^b) mit $\frac{1}{2} X$, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$\frac{1}{2} h X = \frac{\vartheta - \frac{2}{2^2}\vartheta^2 + \frac{3}{2^2 . 3^2}\vartheta^3 \mp \cdots}{1 - \vartheta + \frac{1}{2^2}\vartheta^2 - \frac{1}{2^2 . 3^2}\vartheta^3 \pm \cdots}$$

oder schliesslich:

$$7) \quad \frac{1}{2} h X + \vartheta \frac{f'(\vartheta)}{f(\vartheta)} = 0, \quad \text{wobei } f'(\vartheta) = \frac{d f(\vartheta)}{d \vartheta} \text{ bedeutet.}$$

Diese Gleichung gibt nun die verschiedenen Werte von ϑ, und jeder Wert von ϑ einen für g, wegen der bestehenden Relation

$$\vartheta = \frac{1}{2^2} g X^2.$$

Die einzelnen Werte mögen sein g_1, g_2, g_3 . . . . . Da nun schliesslich war:

$$g = \frac{m}{k},$$

so sind auch die Werte von m leicht zu bestimmen.

Fourier führt diese hier nur kurz angegebene Rechnung vollständig durch und findet als Werte für die einzelnen m schliesslich folgende:

$$m_1 = \frac{2^2 . k \vartheta_1}{X^2}; \quad m_2 = \frac{2^2 . k \vartheta_2}{X^2}; \quad m_3 = \frac{2^2 . k \vartheta_3}{X^2} \text{ u. s. w.}$$

Der Wert für u in Gleichung 4^b) wird alsdann:

$$4^c) \quad u = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos\left(2 \frac{x}{X} \sqrt{\vartheta_1} \sin r\right) dr$$

mithin

$$8) \quad v = e^{-mt} u = \frac{1}{\pi} e^{-\frac{2^2 k t \vartheta_1}{X^2}} \int_0^{\pi} \cos\left(2 \frac{x}{X} \sqrt{\vartheta_1} \sin r\right) dr.$$

Setzt man nun jede der Wurzeln ϑ_1, ϑ_2 . . . . ., so erhält man einen allgemeineren Wert für v, nämlich:

$$9) \quad \pi v = a_1 e^{-\frac{2^2 k t \vartheta_1}{X^2}} \int_0^{\pi} \cos\left(2 \frac{x}{X} \sqrt{\vartheta_1} \sin r\right) dr$$

$$+ a_2 e^{-\frac{2^2 k t \vartheta_2}{X^2}} \int_0^{\pi} \cos\left(2 \frac{x}{X} \sqrt{\vartheta_2} \sin r\right) dr$$

$$+ a_3 e^{-\frac{2^2 k t \vartheta_3}{X^2}} \int_0^{\pi} \cos\left(2 \frac{x}{X} \sqrt{\vartheta_3} \sin r\right) dr + \ldots$$

s bedeuten a_1, a_2, a_3 u. s. w. willkürliche Koeffizienten, welche noch
ı bestimmen sind.

Die Gleichung 9) kann man mit Anwendung der Bessel'schen
ɜzeichnungsweise auch schreiben:

$$) \quad v = a_1 e^{-\frac{2^2 k t \vartheta_1}{X^2}} J^0\left(2\frac{x}{X}\sqrt{\vartheta_1}\right) + a_2 e^{-\frac{2^2 k t \vartheta_2}{X^2}} J^0\left(2\frac{x}{X}\sqrt{\vartheta_2}\right) + \cdots$$

Bei der Bestimmung von a_1, a_2 . . . . stellte Fourier den nach
m benannten Lehrsatz auf, welcher für die Theorie der Bessel'schen
ınktionen von grundlegender Bedeutung geworden ist. Derselbe
ıtet in allgemeiner Fassung: «Bezeichnet man die posi-
ven Wurzelwerte der Gleichung:

$$z^{-m} J^m(z) = 0$$

ırer Grösse nach geordnet mit ϑ_0, ϑ_1, $\vartheta_2 \ldots \vartheta_p \ldots$,
› kann jede innerhalb der Grenzen 0 bis 1 ge-
ebene Funktion f(x) in eine nach $(\vartheta_p x)^{-m} J^m(\vartheta_p x)$ fort-
:hreitende Reihe entwickelt werden».

Auf den Beweis dieses Satzes will ich hier nicht eingehen, ob-
eich ihn Fourier nur in etwas weitläufiger Form und zwar nur für den
eciellen Fall $m = 0$ gegeben hat. Den allgemeinen Nachweis für
ine Richtigkeit findet man bei Lommel in seiner Schrift: «Studien
ɜr die Bessel'schen Funktionen» (Seite 69).

Auf Grund dieses Satzes sind a_1, a_2 . . . a_p . . . leicht zu be-
mmen, und zwar findet Fourier (wenn auch mit anderer Bezeichnungs-
ɜise) folgenden Wert für das allgemeine Glied a :

$$a_p = \frac{2}{\left[J^1(\vartheta_p)\right]^2} \int_0^1 x\, f(x)\, J^0(\vartheta_p\, x)\, dx,$$

›bei:

$$f(x) = \Sigma\, a_p\, J^0(\vartheta_p\, x) \text{ ist.}$$

Diese Werte werden alsdann in Gleichung 9a) eingesetzt, und
mit ist v als Funktion der gegebenen Grössen vollständig bestimmt,
ıd zwar durch die J^0- und J^1-Funktion von Bessel.

Auch Poisson kommt in seiner Abhandlung: «Sur la distribution
ı la chaleur dans les corps solides», welche er am 31. Dezember
321 der Akademie der Wissenschaften zu Paris vortrug und welche
ı XIX. Heft des Journal de l'école polytechnique publiziert ist, auf
ɜrartige Funktionen.

Im dritten Abschnitte des citierten Werkes behandelt er die Wärmeverteilung in einem homogenen Cylinder, der in irgend einer Weise vorher erwärmt wurde und sich nun langsam abkühlt. Mit grossem Scharfsinne entwickelt er dabei diesbezügliche, oft recht komplizierte Formeln, und zwar zuerst für den allgemeinen und dann für die beiden speciellen Fälle, wo der Radius des Grundkreises ein Mal sehr klein und das andere Mal unendlich gross ist. Dabei findet er eine Integralformel, welche noch die veränderlichen Werte einer Grösse k enthält, die der Gleichung

$$1 - k + \frac{k^2}{(1.2)^2} - \frac{k^3}{(1.2.3)^2} + \frac{k^4}{(1.2.3.4)^2} \mp \ldots\ldots = 0$$

genügen muss.

Aus dieser Gleichung kann man zwar, bei dem kleinsten beginnend, nach und nach die ersten Werte für k bestimmen; bei den grösseren aber ist dies Verfahren schon schwieriger und unpraktischer, und Poisson gibt aus diesem Grunde eine andere Bestimmungsart an.

Er betrachtet k als eine stetige Variabele und setzt:

$$10) \qquad y = \int_0^{\pi} \cos(k \cos\omega)\, d\omega.$$

Differenziert man diese Gleichung nach k, so wird:

$$11) \qquad \frac{dy}{dk} = -\int_0^{\pi} \sin(k \cos\omega) \cos\omega\, d\omega,$$

und durch nochmalige Differentiation folgt:

$$12) \qquad \frac{d^2y}{dk^2} = -\int_0^{\pi} \cos(k \cos\omega) \cos^2\omega\, d\omega.$$

folglich

$$y + \frac{d^2y}{dk^2} = \int_0^{\pi} [\cos(k \cos\omega) - \cos(k \cos\omega) \cos^2\omega]\, d\omega$$

$$= \int_0^{\pi} \cos(k \cos\omega) \sin^2\omega\, d\omega.$$

Durch teilweise Integration nach der bekannten Formel:

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du,$$

wobei: $u = \sin\omega$, und $dv = k \cos(k \cos\omega) \sin\omega\, d\omega$ zu setzen ist, findet man:

$$k\int_0^{\pi}\cos(k\cos\omega)\sin^2\omega\,d\omega=\int_0^{\pi}\sin(k\cos\omega)\cos\omega\,d\omega.$$

Mithin wird:

$$y+\frac{d^2y}{dk^2}=\frac{1}{k}\int_0^{\pi}\sin(k\cos\omega)\cos\omega\,d\omega=-\frac{1}{k}\frac{dy}{dk},$$

und darum schliesslich:

$$13)\qquad \frac{d^2y}{dk^2}+\frac{1}{k}\frac{dy}{dk}+y=0.$$

Diese Gleichung kann (wie leicht einzusehen) auch so geschrieben werden:

$$13^a)\qquad \frac{d^2(y\sqrt{k})}{dk^2}+\left(\frac{1}{4k^2}+1\right)y\sqrt{k}=0.$$

Das vollständige Integral dieser Differentialgleichung lautet:

$$14)\qquad y\sqrt{k}=\left[A+\frac{A'}{k}+\frac{A''}{k^2}+\frac{A'''}{k^3}+\cdots\right]\cos k$$
$$+\left[B+\frac{B'}{k}+\frac{B''}{k^2}+\frac{B'''}{k^3}+\cdots\right]\sin k.$$

A und B sind zwei willkürliche Konstanten, A', A'', A''', . . . B', B'', B''', . . . bezeichnen unabhängige Koeffizienten von k, welche sich vermittelst A und B bestimmen lassen.

Substituiert man nämlich den in Gleichung 14) gefundenen Wert für $y\sqrt{k}$ in Gleichung 13^a) und vergleicht die entsprechenden Terme mit einander, so erhält man für A' . . . . B' . . . leicht die folgenden Bestimmungsgleichungen:

$$2A'+\frac{1}{4}B=0$$

$$2\cdot 2A''+\left(1\cdot 2+\frac{1}{4}\right)B'=0$$

$$2\cdot 3A'''+\left(2\cdot 3+\frac{1}{4}\right)B''=0$$

$$2\cdot 4A^{(4)}+\left(3\cdot 4+\frac{1}{4}\right)B'''=0 \text{ u. s w.}$$

und:

$$-2B'+\frac{1}{4}A=0$$

$$-2\cdot 2B''+\left(1\cdot 2+\frac{1}{4}\right)A'=0$$

$$-2\,.\,3\,B''' + \left(2\,.\,3 + \frac{1}{4}\right) A'' = 0$$

$$-2\,.\,4\,B^{(4)} + \left(3\,.\,4 + \frac{1}{4}\right) A''' = 0 \text{ u. s. w.}$$

Die Konstanten A und B bekommt man, wenn man in $y\sqrt{k}$ und in $\frac{d(y\sqrt{k})}{dk}$ setzt: $k = \infty$.

Man hat alsdann (nach Gleichung 14):

$$15) \qquad y\sqrt{k} = A\cos k + B\sin k;$$

ferner:

$$16) \quad \frac{d(y\sqrt{k})}{dk} = \sqrt{k}\frac{dy}{dk} = -A\sin k + B\cos k,$$

woraus folgt:

$$A = \left(y\cos k - \frac{dy}{dk}\sin k\right)\sqrt{k};$$

$$B = \left(y\sin k + \frac{dy}{dk}\cos k\right)\sqrt{k}.$$

Setzt man in diesen Resultaten an Stelle von y und $\frac{dy}{dk}$ die in Gleichung 10) und 11) angegebenen Werte, so entsteht:

$$17) \quad \begin{cases} A = \sqrt{k}\int_0^{\pi} [\cos(k\cos\omega)\cos k + \sin(k\cos\omega)\cos\omega\sin k]\,d\omega, \\ B = \sqrt{k}\int_0^{\pi} [\cos(k\cos\omega)\sin k - \sin(k\cos\omega)\cos\omega\cos k]\,d\omega. \end{cases}$$

da nun:

$$\cos^2\frac{\omega}{2} + \sin^2\frac{\omega}{2} = 1 \text{ und } \cos^2\frac{\omega}{2} - \sin^2\frac{\omega}{2} = \cos\omega,$$

so wird:

$$17^a) \quad \begin{cases} A = \sqrt{k}\int_0^{\pi} \cos\left(2k\sin^2\frac{\omega}{2}\right)\cos^2\frac{\omega}{2}\,d\omega \\ \qquad\qquad + \sqrt{k}\int_0^{\pi} \cos\left(2k\cos^2\frac{\omega}{2}\right)\sin^2\frac{\omega}{2}\,d\omega, \\ B = \sqrt{k}\int_0^{\pi} \sin\left(2k\sin^2\frac{\omega}{2}\right)\cos^2\frac{\omega}{2}\,d\omega \\ \qquad\qquad + \sqrt{k}\int_0^{\pi} \sin\left(2k\cos^2\frac{\omega}{2}\right)\sin^2\frac{\omega}{2}\,d\omega. \end{cases}$$

Durch zweckmässige Umformung dieser Integrale findet Poisson für den Fall: $k = \infty$ folgende Werte:

$$\sqrt{k}\int_0^{\pi}\cos\left(2k\sin^2\frac{\omega}{2}\right)\cos^2\frac{\omega}{2}\,d\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

$$\sqrt{k}\int_0^{\pi}\sin\left(2k\sin^2\frac{\omega}{2}\right)\cos^2\frac{\omega}{2}\,d\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

$$\sqrt{k}\int_0^{\pi}\cos\left(2k\cos^2\frac{\omega}{2}\right)\sin^2\frac{\omega}{2}\,d\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

$$\sqrt{k}\int_0^{\pi}\sin\left(2k\cos^2\frac{\omega}{2}\right)\sin^2\frac{\omega}{2}\,d\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}.$$

Mithin erhält man für A und B schliesslich die Werte:

$$17^b) \qquad A = B = \sqrt{\pi},$$

demnach

$$y\sqrt{k} = (\cos k + \sin k)\sqrt{\pi};\ \frac{dy\sqrt{k}}{dk} = (\cos k - \sin k)\sqrt{\pi}.$$

Aus dieser eben betracheten Untersuchung von Poisson geht nun für die Theorie der Bessel'schen Funktionen folgendes hervor:

1) Da sowohl, wie Fourier gefunden (Gleichung 4^b), das Integral:

$$\int_0^{\pi}\cos(k\sin\omega)\,d\omega$$

$\left(\text{abgesehen vom Faktor } \frac{1}{\pi}\right)$, als auch, wie Poisson zeigte (Gleichung 10), das Integral:

$$\int_0^{\pi}\cos(k\cos\omega)\,d\omega$$

derselben Differentialgleichung:

$$\frac{d^2y}{dk^2} + \frac{1}{k}\frac{dy}{dk} + y = 0$$

genügt, so folgt hieraus, dass einerseits ist:

$$J^0(k) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(k\sin\omega)\,d\omega,$$

und andrerseits:

$$J^0(k) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(k\cos\omega)\,d\omega,$$

dass man also die $\overset{0}{J}$-funktion durch zwei von einander verschiedene bestimmte Integrale darstellen kann; auch allgemein gilt dieser Satz für die $\overset{n}{J}$-funktion; Bessel hat dies, wie ich im Abschnitt II zeigen werde, sehr einfach bewiesen.

2) Für äusserst grosse Werte von k ist der Wert der Funktion $\overset{0}{J}(k)$ dargestellt durch die Formel:

$$\overset{0}{J}(k) = \frac{A \cos k + B \sin k}{\sqrt{k}},$$

wobei $A = B = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$; d. h. die Funktion $\overset{0}{J}(k)$ verschwindet, sobald man ihr ein reelles Argument zuerteilt und dieses ins Unendliche wachsen lässt.

Auf einen Punkt, der vielleicht zu Bedenken Anlass geben könnte*), will ich hier jedoch noch aufmerksam machen. Poisson fand für die Konstanten A und B den Wert $\sqrt{\pi}$, während oben als Wert $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ angegeben wird. Dass beide Wertbestimmungen ganz auf dasselbe hinauskommen, sieht man sofort ein, wenn man berücksichtigt, dass Poisson von der Formel (Gleichung 10):

$$y = \pi \,.\, \overset{0}{J}(k) = \int_0^{\pi} \cos(k \cos \omega)\, d\omega$$

ausging, und man mithin, um die Konstanten für $\overset{0}{J}(k)$ zu finden, noch durch π dividieren muss, wodurch man den Wert $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ erhält, den, wie ich zeigen werde, später auch Hansen und andere fanden.

II.

Sehr eingehend beschäftigte sich Bessel mit den fraglichen Funktionen, welche daher auch nach ihm ihren Namen erhalten haben, und zwar in einer Arbeit, welche den Titel trägt: «Untersuchung des Teils der planetarischen Störungen, welcher aus der Bewegung der Sonne entsteht».**) Dieselbe legte er am 29. Januar 1824 der kgl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vor.

*) Siehe Neumann: «Theorie der Bessel'schen Funktionen» Seite 50, Anmerkung.

**) Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften 1824. Mathemat Kl. p. 1 und Abhandlungen von F. W. Bessel I. Bd. S. 84 u. ff.

Er untersucht darin den Teil der Störungen des Radius-Vektors, der Länge in der Bahn und der Breite über der mittleren Ebene derselben. Bei der Berechnung dieser Störungen treten noch verschiedene Integrationskonstanten auf, welche, um die Aufgabe vollständig zu lösen, genauer zu bestimmen sind. Eine sehr zweckmässige Bestimmungsmethode hat er in seiner «Analytischen Lösung der Kepler'schen Aufgabe», welche am 2. Juli 1818 der Akademie vorgelegt wurde, angegeben.

In den so entstandenen Resultaten spielen nun die zwei folgenden Integrale

$$\int \cos i\,\mu \,.\, \cos \varepsilon \,.\, d\varepsilon$$

$$\int \sin i\,\mu \,.\, \sin \varepsilon \,.\, d\varepsilon.$$

eine Hauptrolle, wobei μ die mittlere, ε die excentrische Anomalie und i die Neigung der Bahn bezeichnet.

Diese beiden Integrale kann man leicht auf die Form

$$\int \cos (h\varepsilon - k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon$$

reduzieren, wobei h eine ganze Zahl bedeutet. Bessel war nun der erste, welcher dieses Integral zweckmässig bezeichnete, und zwar setzte er:

$$18) \qquad \int_0^{2\pi} \cos (h\varepsilon - k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon = 2\pi \overset{h}{J}(k).$$

Man hat nämlich, wenn man mit e die Excentricität bezeichnet:

$$\int_0^{2\pi} \cos i\,\mu \,.\, \cos \varepsilon \,.\, d\varepsilon = \int_0^{2\pi} \cos i\,\mu\, (1 - [1 - e \cos \varepsilon]) \frac{d\varepsilon}{e}$$

$$= \frac{1}{e} \int_0^{2\pi} \cos i\,\mu\, d\varepsilon - \frac{1}{e} \int_0^{2\pi} \cos i\,\mu\, d\mu.$$

weil bekanntlich die Gleichung gilt:

$$\mu = \varepsilon - e \sin \varepsilon.$$

und folglich auch

$$d\mu = (1 - e \cos \varepsilon)\, d\varepsilon.$$

Berücksichtigt man die Integrationsgrenzen 0 und 2π, so verschwindet das letzte Integral und man erhält:

19) $$\int_0^{2\pi} \cos(i\mu \cos\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{1}{e}\int_0^{2\pi} \cos(i\mu)\, d\varepsilon$$
$$= \frac{1}{e}\int_0^{2\pi} \cos(i\varepsilon - ie\sin\varepsilon)\, d\varepsilon$$
$$= 2\pi \cdot \frac{1}{e}\, J^{i}(ie)$$

Ferner hat man:

$$\int_0^{2\pi} \sin(i\mu)\sin\varepsilon\, d\varepsilon = \int_0^{2\pi} \cos(i\mu)\cos\varepsilon\, d\varepsilon - \int_0^{2\pi} \cos(\varepsilon + i\mu)\, d\varepsilon$$

oder

20) $$\int_0^{2\pi} \sin(i\mu)\sin\varepsilon\, d\varepsilon = 2\pi \cdot \frac{1}{e}\, J^{i}(ie) - 2\pi J^{i+1}(ie)$$

weil: $$\int_0^{2\pi} \cos(\varepsilon + i\mu)\, d\varepsilon = \int_0^{2\pi} \cos([i+1]\varepsilon - ie\sin\varepsilon)\, d\varepsilon$$
$$= 2\pi \cdot J^{i+1}(ie).$$

Die Reihenentwicklung für $J^{h}(k)$ erhält er mittelst der in seiner Abhandlung über die Kepler'sche Aufgabe angewandten Methode und findet:

21) $$J^{h}(k) = \frac{\left(\frac{k}{2}\right)^{h}}{\Pi(h)}\left\{1 - \frac{1}{h+1}\left(\frac{k}{2}\right)^{2} + \frac{1}{1.2.(h+1)(h+2)}\left(\frac{k}{2}\right)^{4} \mp \ldots\right\}.$$

wo $\Pi(h)$ die von Gauss eingeführte Π-Funktion vorstellt, also

$$\Pi(0) = 0,\ \Pi(1) = 1,\ \Pi(2) = 1\,.\,2, \ldots.$$

Aus dieser Reihe lassen sich verhältnismässig schnell und leicht die Zahlenwerte für $J^{h}(k)$ berechnen.

Weil die eben behandelten Integrale in der physischen Astronomie eine grosse Rolle spielen, und sich die meisten Probleme auf derartige Entwicklungen zurückführen lassen, so untersucht Bessel am Schlusse seiner citierten Arbeit dieselben noch etwas eingehender auf ihre sonstigen Eigenschaften und findet dabei einige sehr interessante Beziehungen, welche im folgenden kurz angegeben sein mögen.

Aus

$$\cos[(i+1)\varepsilon - k\sin\varepsilon] + \cos[(i-1)\varepsilon - k\sin\varepsilon] = 2\cos(i\varepsilon - k\sin\varepsilon)\cos\varepsilon$$

erhält Bessel, wenn er das Glied auf der rechten Seite schreibt:

$$\frac{2\,i}{k}\cos(i\,\varepsilon - k\sin\varepsilon) - \frac{2}{k}\left[\cos(i\,\varepsilon - k\sin\varepsilon)\right](i - k\cos\varepsilon),$$

dasselbe multipliziert mit $d\varepsilon$ und integriert zwischen den Grenzen 0 und 2π,

$$22)\quad \int_0^{2\pi}\cos\left[(i+1)\,\varepsilon - k\sin\varepsilon\right]d\varepsilon + \int_0^{2\pi}\cos\left[(i-1)\,\varepsilon - k\sin\varepsilon\right]d\varepsilon$$

$$= \frac{2\,i}{k}\int_0^{2\pi}\cos(i\,\varepsilon - k\sin\varepsilon)\,d\varepsilon - \frac{2}{k}\int_0^{2\pi}\cos(i\,\varepsilon - k\sin\varepsilon)(i - k\cos\varepsilon)\,d\varepsilon.$$

Das letzte Integral auf der rechten Seite verschwindet für die Grenzen 0 und 2π und man erhält:

$$22^a)\quad 2\pi\,\overset{i+1}{J}(k) + 2\pi\,\overset{i-1}{J}(k) = \frac{2\,i\,.\,2\pi}{k}\,\overset{i}{J}(k)$$

oder

$$22^b)\quad \overset{i+1}{J}(k) + \overset{i-1}{J}(k) - \frac{2\,i}{k}\,\overset{i}{J}(k) = 0.$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, dass man durch zwei bekannte J-Funktionen alle übrigen ausdrücken kann; ferner folgt hieraus:

$$23)\qquad \overset{-i}{J}(k) = (-1)^i\,\overset{i}{J}(k).$$

Man braucht also nur J-Funktionen mit positiven ganzen Inkrementen zu betrachten.

Im Weitern gibt Bessel den Wert für $\overset{i}{J}(k)$ ausgedrückt durch $\overset{0}{J}(k)$ und $\overset{1}{J}(k)$ nach der bekannten Eigenschaft der Kettenbrüche.*) (Seite 31 der angeführten Abhandlung.)

Die Differentialgleichung für die J-Funktion, welche er bereits ebenfalls abgeleitet hat, findet man folgendermassen: Differenziert man die Gleichung:

$$2\pi\,\overset{i}{J}(k) = \int_0^{2\pi}\cos(i\,\varepsilon - k\sin\varepsilon)\,d\varepsilon$$

nach k, so erhält man:

*) Wie ich von Prof. Dr. J. H. Graf weiss, hat derselbe bereits den Annali di Matematica einen längern Artikel eingesandt über den Zusammenhang der Kettenausdrücke und der Bessel'schen Funktion I. Art. Derselbe wird demnächst erscheinen.

$$2\pi \frac{d\overset{i}{J}(k)}{dk} = \int_{\delta}^{2n} \sin(i\varepsilon - k\sin\varepsilon)\sin\varepsilon\, d\varepsilon = 2\pi\left\{\frac{i}{k}\overset{i}{J}(k) - \overset{i+1}{J}(k)\right\}$$

oder: 24) $$\overset{i+1}{J}(k) = \frac{i}{k}\overset{i}{J}(k) - \frac{d\overset{i}{J}(k)}{dk}.$$

Dividiert man vorstehende Gleichung durch $\left(\frac{k}{2}\right)^{i+1}$, so entsteht:

$$\frac{\overset{i+1}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i+1}} = \frac{\frac{i}{k}\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i+1}} - \frac{\frac{d\overset{i}{J}(k)}{dk}}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i+1}} = \frac{i.2^{i+1}}{k^{i+2}}\overset{i}{J}(k) - \frac{2^{i+1}}{k^{i+1}}\frac{d\overset{i}{J}(k)}{dk}$$

Ferner ist aber:

$$\frac{d\left\{\frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i}}\right\}}{d\left(\frac{k}{2}\right)^{2}} = \frac{\left[\left(\frac{k}{2}\right)^{2}\right]^{\frac{i}{2}}\cdot\frac{d\overset{i}{J}(k)}{d\left(\frac{k}{2}\right)^{2}} - \frac{1}{2}i\left[\left(\frac{k}{2}\right)^{2}\right]^{\frac{i}{2}-1}\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{2i}}$$

$$= \frac{2^{i+1}}{k^{i+1}}\frac{d\overset{i}{J}(k)}{dk} - \frac{i.2^{i+1}}{k^{i+2}}\overset{i}{J}(k)$$

folglich:

25) $$\frac{\overset{i+}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i+1}} = -\frac{d\left\{\frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i}}\right\}}{d\left(\left(\frac{k}{2}\right)^{2}\right)},$$

oder allgemein:

26) $$\frac{\overset{i+h}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i+h}} = (-1)^{h}\frac{d^{h}\left\{\frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i}}\right\}}{d\left(\left(\frac{k}{2}\right)^{2}\right)^{h}}.$$

Aus Gleichung 24) folgt nun durch nochmalige Differentiation

$$\frac{d^{2}\overset{i}{J}(k)}{dk^{2}} = \frac{i}{k}\frac{d\overset{i}{J}(k)}{dk} - \frac{i}{k^{2}}\overset{i}{J}(k) - \frac{d\overset{i+1}{J}(k)}{dk}.$$

Wendet man auf die ersten Differentialquotienten von $\overset{i}{J}(k)$ und) Gleichung 24) an, so entsteht:

$$27) \qquad \frac{d^2 \overset{i}{J}(k)}{dk^2} = \frac{i^2}{k^2} \overset{i}{J}(k) - \frac{i}{k} \overset{i+1}{J}(k) - \frac{i}{k^2} \overset{i}{J}(k) - \frac{i+1}{k} \overset{i+1}{J}(k) + \overset{i+2}{J}(k).$$

idiert man ferner Gleichung 24) durch k, so erhält man:

$$\frac{1}{k} \frac{d \overset{i}{J}(k)}{dk} = \frac{i}{k^2} \overset{i}{J}(k) - \frac{1}{k} \overset{i+1}{J}(k).$$

liert man diese Gleichung zu Gleichung 27), so folgt:

$$\frac{\overset{i}{J}(k)}{dk^2} + \frac{1}{k} \frac{d \overset{i}{J}(k)}{dk} = \frac{i^2}{k^2} \overset{i}{J}(k) - \frac{2(i+1)}{k} \overset{i+1}{J}(k) + \overset{i+2}{J}(k).$$

Reduktionsformel gilt nun:

$$\frac{2(i+1)}{k} \overset{i+1}{J}(k) = \overset{i}{J}(k) + \overset{i+2}{J}(k).$$

Benutzung derselben erhält man schliesslich:

$$28) \qquad \frac{d^2 \overset{i}{J}(k)}{dk^2} + \frac{1}{k} \frac{d \overset{i}{J}(k)}{dk} + \left(1 - \frac{i^2}{k^2}\right) \overset{i}{J}(k) = 0,$$

nit die Differentialgleichung für $\overset{i}{J}(k)$ hergeleitet ist. Bessel sich auch schon mit der Addition der Argumente bei J-Funktion beschäftigt.

Für das Argument (k + z) gibt er nämlich die J-Funktion in ;ender Darstellung:

Nach Gleichung 26) ist:

$$\frac{d\left\{\frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^i}\right\}}{d\left(\frac{k}{2}\right)^2} = -\frac{\overset{i+1}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i+1}}$$

$$\frac{d^2\left\{\frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^i}\right\}}{\left[d\left(\frac{k}{2}\right)^2\right]^2} = +\frac{\overset{i+2}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i+2}}.$$

$$\frac{d^s\left\{\frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^i}\right\}}{\left[d\left(\frac{k}{2}\right)^2\right]^s} = -\frac{\overset{i+s}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^{i+s}}, \text{ u. s. w.}$$

also nach dem Taylor'schen Satze:

$$\frac{\overset{i}{J}(k+z)}{\left(\frac{k+z}{2}\right)^i} = \frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^i} + \frac{d\left\{\frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^i}\right\}}{1 \cdot d\left(\frac{k}{2}\right)^2}\left(\frac{kz}{2} + \frac{z^2}{4}\right) + \frac{d^2\left\{\frac{\overset{i}{J}(k)}{\left(\frac{k}{2}\right)^i}\right\}}{1.2.\left[d\left(\frac{k}{2}\right)^2\right]^2}\left(\frac{kz}{2} + \frac{z^2}{4}\right)^2 + \cdots$$

oder

$$29) \quad \overset{i}{J}(k+z) = \left(1 + \frac{z}{k}\right)^i\left[\overset{i}{J}(k) - \frac{\overset{i+1}{J}(k)}{1} z\left(1 + \frac{z}{2k}\right) + \frac{\overset{i+2}{J}(k)}{1.2} z^2\left(1 + \frac{z}{2k}\right)^2 \mp \cdots\right]$$

Bessel macht die Bemerkung, dass jene Reihe zur Berechnung und Interpolation einer Tafel dieser Funktionen verwendet werden könne, und in der That hat er mit ihrer Hülfe eine seiner Abhandlung beigegebene, von $k = 0$ bis $k = 3{,}2$ mit der Differenz 0,1 gehende, $\overset{0}{J}(k)$ und $\overset{1}{J}(k)$ enthaltende berechnet.

Auf die Funktion J lassen sich, wie Bessel ebenfalls schon zeigte, noch andere Integrale zurückführen; als Beispiel möge folgendes genügen:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos(k \sin\varepsilon) \cos^{2i}\varepsilon \, d\varepsilon = \frac{1.3.5\ldots(2i-1)}{k^i}\overset{i}{J}(k).$$

Beweis: Durch teilweise Integration erhält man für das angegebene Integral folgenden Wert:

$$\left[\sin\varepsilon \,.\, \cos^{2i-1}\varepsilon \,.\, \cos(k\sin\varepsilon) - \frac{k}{2i+1}\cos^{2i+1}\varepsilon \sin(k\sin\varepsilon)\right]_0^{2\pi}$$

$$+ (2i-1)\int_0^{2\pi} \cos(k\sin\varepsilon)\cos^{2i-2}\varepsilon\, d\varepsilon$$

$$-(2i-1)\int_0^{2\pi} \cos^{2i}\varepsilon \,.\, \cos(k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon + \frac{k^2}{2i+1}\int_0^{2\pi} \cos^{2i+2}\varepsilon \cos(k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon.$$

Berücksichtigt man die angegebenen Grenzen, so verschwinden beiden ersten Glieder, und man hat:

$$(2i-1)\int_0^{2\pi} \cos^{2i-2}\varepsilon \,.\, \cos(k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon - 2i\int_0^{2\pi} \cos^{2i}\varepsilon \,.\, \cos(k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon$$

$$+ \frac{k^2}{2i+1}\int_0^{2\pi} \cos^{2i+2}\varepsilon \,.\, \cos(k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon.$$

hrt man nun folgende Grösse ein:

$$\int_0^{2\pi} \cos^{2i}\varepsilon \,.\, \cos(k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{1\,.\,3\,.\,5\,\ldots\,(2i-1)}{k^i}\,\varphi(i).$$

entsteht aus Gleichung 30)

$$31)\quad k\,\varphi(i-1) - 2i\,\varphi(i) + k\,\varphi(i+1) = 0.$$

Diese Gleichung ist identisch mit Gleichung 22^b); demnach:

$$\varphi(0) = \overset{0}{J}(k), \qquad \varphi(1) = \overset{1}{J}(k),$$

$$\varphi(i) = \overset{i}{J}(k).$$

Auch das Integral:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^{2i}\varepsilon \,.\, \cos(k\cos\varepsilon)\, d\varepsilon$$

eine Darstellung der Bessel'schen Funktion erster ; dasselbe ist deshalb bemerkenswert, weil es, wie ich er zeigen werde, auch Jacobi aus allgemeinen Betrachgen und zwar auf eine höchst interessante Weise abgeleitet hat.

Von den weiteren Beziehungen, welche Bessel noch bt, seien hier die wichtigen Reihen für $\cos k \,.\, \overset{0}{J}(k)$ und $\sin k \,.\, \overset{0}{J}(k)$ führt. Es ist:

$$\overset{0}{J}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos(k\cos\varepsilon)\,d\varepsilon,$$

und

$$0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin(k\cos\varepsilon)\,d\varepsilon.$$

Durch Multiplikation beider Gleichungen mit cos k resp. sin k und sin k resp. — cos k und geeignete Addition findet man:

$$\cos k\,.\,\overset{0}{J}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos(k - k\cos\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos\left(2k\sin^2\frac{\varepsilon}{2}\right)d\varepsilon$$

$$\sin k\,.\,\overset{0}{J}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin(k - k\cos\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin\left(2k\sin^2\frac{\varepsilon}{2}\right)d\varepsilon,$$

oder in Reihen entwickelt:

$$\cos k\,.\,\overset{0}{J}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varepsilon\left\{1 - \frac{(2k)^2\sin^4\frac{\varepsilon}{2}}{\Pi(2)} + \frac{(2k)^4\sin^8\frac{\varepsilon}{2}}{\Pi(4)} - \frac{(2k)^6\sin^{12}\frac{\varepsilon}{2}}{\Pi(6)} \pm \cdots\right\},$$

$$\sin k\,.\,\overset{0}{J}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varepsilon\left\{2k\sin^2\frac{\varepsilon}{2} - (2k)^3\frac{\sin^6\frac{\varepsilon}{2}}{\Pi(3)} + \frac{(2k)^5\sin^{10}\frac{\varepsilon}{2}}{\Pi(5)} \mp \cdots\right\}.$$

Mit Berücksichtigung der Grenzen ergibt sich schliesslich:

32) $$\cos k\,.\,\overset{0}{J}(k) = 1 - \frac{3}{(\Pi(2))^2}k^2 + \frac{3\,.\,5\,.\,7}{(\Pi(4))^2}k^4 - \frac{3\,.\,5\,.\,7\,.\,9\,.\,11}{(\Pi(6))^2}k^6 \pm \cdots$$

33) $$\sin k\,.\,\overset{0}{J}(k) = k - \frac{3\,.\,5}{(\Pi(3))^2}k^3 + \frac{3\,.\,5\,.\,7\,.\,9}{(\Pi(5))^2}k^5 - \frac{3\,.\,5\,.\,7\,.\,9\,.\,11\,.\,13}{(\Pi(7))^2}k^7 \pm \cdots$$

Ähnliche Reihen leitete später auch Anger her.

Im weitern fand Bessel, dass die Funktion $\overset{0}{J}(k)$ mit den Sinus und Cosinus die merkwürdige Eigenschaft gemein hat, immer, wenn ihr Argument von $2n\pi$ bis zu $(2n + 2)\pi$ wächst, zweimal zu verschwinden und dann das Vorzeichen zu wechseln. Zum Beweise zeigt er, dass $\overset{0}{J}(k)$ von $k = m\pi$ bis $\left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$ immer positiv ist, wenn m eine gerade Zahl, und immer negativ, wenn m eine ungerade Zahl ist.

Diese Eigenschaft kommt der $\overset{0}{J}$-funktion nicht allein zu, sondern alle J-funktionen besitzen eine ähnliche. Man hat nämlich, wenn man in Gleichung 26) der Kürze wegen $J(k)$ durch $\left(\frac{k}{2}\right)^i R^{(i)}$ und $\left(\frac{k}{2}\right)^i$ durch $\varkappa$ bezeichnet:

$$R^{(i+1)} = -\frac{dR^{(i)}}{d\varkappa};$$

woraus folgt, dass $R^{(i+1)}$ verschwindet, wenn $R^{(i)}$ ein Maximum oder Minimum ist; allein zwischen zwei Werten von k oder $\varkappa$, für welche $R^{(i)}$ verschwindet, liegt notwendig ein Maximum oder Minimum, also auch ein verschwindendes $R^{(i+1)}$. Es ist daher klar, dass $\overset{1}{J}(k)$ ebenso oft Null wird, so oft $\overset{0}{J}(k)$ ein Maximum oder Minimum ist. Zwischen diesen beiden Werten von k, für welche $\overset{1}{J}(k)$ verschwindet, liegt in ganz gleicher Weise immer ein Maximum oder Minimum von $R^{(1)}$, daher ein verschwindendes $\overset{2}{J}(k)$ u. s. w.

Als Anwendung, welche Bessel von der J-funktion machte, ist diejenige auf die Mittelpunktsgleichung zu erwähnen. Er war bekanntlich der erste, welcher die Entwicklung der Mittelpunktsgleichung und des Radius-Vektors in Reihen, die nach den Sinus und Cosinus der mittleren Anomalie fortschreiten, durch eine Integration angegeben hat, wobei er einen schon von Euler im XI. Bande der «Nova Acta» der Petersburger Akademie veröffentlichten Satz benutzte. In der Zeitschrift für Astronomie und in den Abhandlungen der Berliner Akademie von 1816 und 1817 ist seine Methode zuerst publiziert worden. Später hat er dieselbe Aufgabe in der citierten Abhandlung von 1824 nochmals mit Anwendung der J-funktion zu lösen versucht und erhielt dabei ein ganz einfaches

Resultat, welches später von Hansen und namentlich von Anger noch verallgemeinert und vereinfacht wurde.

Bezeichnet man mit μ die mittlere, ε die excentrische und ν die wahre Anomalie, mit e die Excentricität, und setzt man:

$$\nu - \mu = A_1 \sin \mu + A_2 \sin 2\mu + A_3 \sin 3\mu + \cdots,$$

so ist:

$$A_{(i)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos i\mu \, d\nu = \frac{\sqrt{1-e^2}}{i\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(i\varepsilon - i e \sin\varepsilon)}{1 - e\cos\varepsilon} \, d\varepsilon,$$

weil bekanntlich ist:

$$\mu = \varepsilon - e \sin\varepsilon \text{ und } d\nu = \frac{\sqrt{1-e^2}}{1 - e\cos\varepsilon}.$$

Ferner ist:

$$34) \quad \frac{1}{1 - e\cos\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \left\{1 + 2\lambda\cos\varepsilon + 2\lambda^2 \cos 2\varepsilon + 2\lambda^3 \cos 3\varepsilon + \cdots\right\},$$

wobei:

$$\lambda = \frac{e}{1 + \sqrt{1-e^2}}.$$

Multipliziert man Gleichung 34) auf die beiden Seiten mit $\cos(i\varepsilon - i e \sin\varepsilon)\, d\varepsilon$ und integriert von 0 bis 2π, so erhält man die Gleichung:

$$35) \quad \frac{i}{2} A_{(i)} = \overset{i}{J}(i e) + \lambda \left(\overset{i+1}{J}(i e) + \overset{i-1}{J}(i e)\right) + \lambda^2 \left(\overset{i+2}{J}(i e) + \overset{i-2}{J}(i e)\right) + \lambda^3 \left(\overset{i+3}{J}(i e) + \overset{i-3}{J}(i e)\right) + \cdots,$$

worin die Entwicklung der Mittelpunktsgleichung, wie Bessel sie gibt, enthalten ist.

Auf die Entwicklung des Radius-Vektors will ich hier nicht eingehen; im Verlaufe der Arbeit bietet sich Gelegenheit, einige Bemerkungen darüber zu machen.

III.

Dieser Abschnitt sei der Darstellung jener eigentümlichen Methode gewidmet, welche Jacobi anwandte, um die schon früher von Bessel gegebene Form

$$\pi \cdot \overset{i}{J}(k) = \frac{k^i}{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2i-1)} \int_0^{\pi} \cos(k\cos\varepsilon) \sin^{2i}\varepsilon \, d\varepsilon$$

aus ganz allgemeinen Betrachtungen, auf einem ganz anderen Wege von neuem herzuleiten. Diese Bestimmungsweise findet sich in seiner Abhandlung »Formula transformationis integralium definitorum«, vom Jahre 1835, welche zuerst im XV. Bande des Crelle'schen Journal abgedruckt wurde. Sie findet sich auch im VI. Bande der gesammelten Werke Jacobis, welche Weierstrass herausgegeben hat.

Es ist:

$$36)\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m}x.\cos^{2n}x\,dx = \frac{(2m-1)(2m-3)\ldots 1\ldots(2n-1)(2n-3)\ldots 1}{(2m+2n)(2m+2n-2)\ldots 2}\cdot\frac{\pi}{2},$$

$$37)\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2m}x\cos(2nx)\,dx = (-1)^n\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m}x\cos(2nx)\,dx$$

$$= \frac{1}{2^{2m}}\,\frac{2m(2m-1)\ldots(m+n+1)}{1.2\ldots(m-n)}\cdot\frac{\pi}{2},$$

$$38)\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2n+1)x\cos^{2m+1}x\,dx = (-1)^n\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m+1}x\sin(2n+1)x.dx$$

$$= \frac{1}{2^{m+1}}\,\frac{(2m+1)\,2m\ldots(m+n+2).\pi}{1.2\ldots(m-n).2},$$

oder allgemein, wenn p — i eine gerade positive Zahl bedeutet:

$$39)\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{p}x\cos ix\,dx = \frac{1}{2^p}\,\frac{p(p-1)\ldots\left(\frac{p+i}{2}+1\right)}{1.2\ldots\left(\frac{p-i}{2}\right)}\cdot\frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{p(p-1)\ldots(p-i+1)}{1.3\ldots(2i-1)}\cdot\frac{(p-i-1)(p-i-3)..1..(2i-1)(2i-3)..1}{2.4.6\ldots(p+i)}\,\frac{\pi}{2}$$

Durch Vergleichung mit Gleichung 36) folgt:

$$39^a)\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{p}x\cos ix\,dx = \frac{p(p-1)\ldots(p-i+1)}{1.3\ldots(2i-1)}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2i}x\cos^{p-i}x\,dx.$$

Damit diese Formel auch gilt, wenn p — i eine ungerade Zahl bedeutet, wählt man als Integrationsgrenzen 0 und π; in diesem Falle verschwinden nämlich, für p — i gleich einer ungeraden Zahl, beide Integrale. Bezeichnen daher i und p irgendwelche ganze Zahlen, so wird:

$$40 \int_0^{\pi} \cos^p x \cos i x \, dx = \frac{p(p-1)\ldots(p-i+1)}{1.3.5\ldots(2i-1)} \int_0^{\pi} \sin^{2i} x \cos^{p-i} x \, dx.$$

Nimmt man nun an, die Funktion f(z) könne nach ganzen, positiven Potenzen von z entwickelt werden, und diese Entwicklung laute:

$$f(z) = \sum A_p z^p$$

und setzt man:

$$\frac{d^i f(z)}{(dz)^i} = f^{(i)}(z),$$

wo:

$$f^{(i)}(z) = \sum p(p-1)(p-2)\ldots(p-i+1) A_p z^{p-i},$$

so entsteht aus Gleichung 40) folgende Relation:

$$41) \quad \int_0^{\pi} f(\cos x) \cos i x \, dx = \sum A_p \int_0^{\pi} \cos^p x \cos i x \, dx$$

$$= \frac{1}{1.3.5\ldots(2i-1)} \int_0^{\pi} \sin^{2i} x \left\{ \sum p(p-1)\ldots(p-i+1) A_p \cos^{p-i} x \right\} dx$$

oder endlich:

$$42) \quad \int_0^{\pi} f(\cos x) \cos i x \, dx = \frac{1}{1.3.5\ldots(2i-1)} \int_0^{\pi} f^{(i)}(\cos x) \sin^{2i} x \, dx.$$

Diese Formel benutzte nun Jacobi zur Herleitung des angegebenen Wertes von $\overset{i}{J}(k)$.

Bezeichnen nämlich ε, μ, e bezügl. die excentrische, mittlere Anomalie und die Excentricität, so dass

$$\mu = \varepsilon - e \sin \varepsilon,$$

so mögen folgende Reihenentwicklungen gelten:

$$43) \quad \begin{cases} \cos n \varepsilon = p_n + 2 p_n' \cos \mu + 2 p_n'' \cos 2\mu + 2 p_n''' \cos 3\mu + \cdots \\ \sin n \varepsilon = q_n' \sin \mu + q_n'' \sin 2\mu + q_n''' \sin 3\mu + \cdots \end{cases}$$

wobei:

$$p_n^{(i)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos i \mu \cos n \varepsilon \, d\mu = \frac{n}{i\pi} \int_0^{\pi} \sin i \mu \sin n \varepsilon \, d\varepsilon$$

$$= \frac{n}{2i\pi} \int_0^{\pi} \left[\cos\{(i-n)\varepsilon - i e \sin \varepsilon\} - \cos\{(i+n)\varepsilon - i e \sin \varepsilon\} \right] d\varepsilon$$

und:

$$= \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \sin i\mu \sin n\varepsilon \, d\mu = \frac{2n}{i\pi}\int_0^{\pi} \cos i\mu \cos n\varepsilon \, d\varepsilon$$

$$= \frac{n}{i\pi}\int_0^{\pi} \left[\cos\{(i-n)\varepsilon - ie\sin\varepsilon\} + \cos\{(i+n)\varepsilon - ie\sin\varepsilon\}\right] d\varepsilon.$$

Vorstehende Werte erhält man leicht durch teilweise Integration, bei die Glieder, für welche die Integration ausgeführt ist, zwischen n angegebenen Grenzen verschwinden.

Setzt man nun mit Bessel:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(i\varepsilon - k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon = \overset{i}{J}(k)$$

wird:

$$p_n^{(i)} = \frac{n}{2i}\left\{\overset{i-n}{J}(ie) - \overset{i+n}{J}(ie)\right\}$$

d $$q_n^{(i)} = \frac{n}{i}\left\{\overset{i-n}{J}(ie) + \overset{i+n}{J}(ie)\right\}$$

Je nachdem i eine gerade oder ungerade Zahl bezeichnet, erlt man:

$$\begin{cases} \overset{2i}{J}(k) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(k\sin\varepsilon)\cos(2i\varepsilon)\, d\varepsilon \\ \qquad = \frac{(-1)^i}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(k\cos\varepsilon)\cos(2i\varepsilon)\, d\varepsilon. \\ \overset{2i+1}{J}(k) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \sin(k\sin\varepsilon)\sin(2i+1)\varepsilon\, d\varepsilon \\ \qquad = \frac{(-1)^i}{\pi}\int_0^{\pi} \sin(k\cos\varepsilon)\cos(2i+1)\varepsilon\, d\varepsilon. \end{cases}$$

gleicher Weise gelten folgende Reihenentwicklungen:

$$\begin{cases} \cos i\mu = k^{(i)} + 2k_1^{(i)}\cos\varepsilon + 2k_2^{(i)}\cos 2\varepsilon + \cdots \\ \sin i\mu = l_1^{(i)}\sin\varepsilon + l_2^{(i)}\sin 2\varepsilon + l_3^{(i)}\sin 3\varepsilon + \cdots \end{cases}$$

bei:

$$k_n^{(i)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos i\mu \cos n\varepsilon \, d\varepsilon$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} \left[\cos\left\{(i-n)\varepsilon - i e \sin\varepsilon\right\} + \cos\left\{(i+n)\varepsilon - i e \sin\varepsilon\right\}\right] d\varepsilon;$$

$$l_n^{(i)} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \sin i\mu \sin n\varepsilon \, d\varepsilon$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \left[\cos\left\{(i-n)\varepsilon - i e \sin\varepsilon\right\} - \cos\left\{(i+n)\varepsilon - i e \sin\varepsilon\right\}\right] d\varepsilon.$$

oder:

$$k_n^{(i)} = \frac{1}{2}\left\{\overset{i-n}{J}(i\,e) + \overset{i+n}{J}i)e)\right\} = \frac{i}{2n} q_n^{(i)};$$

$$l_n^{(i)} = \overset{i-n}{J}(i\,e) - \overset{i+n}{J}(i\,e) = \frac{2i}{n} p_n^{(i)}.$$

Die Umformung des Integrales für $\overset{i}{J}(k)$ gestaltet sich demnach folgendermassen. Setzt man

$$f(z) = \cos(k\,z) \quad \text{oder} \quad f(z) = \sin(k\,z),$$

so wird mit Berücksichtigung von Gleichung 42)

$$\pi \overset{2i}{J}(k) = (-1)^i \int_0^{\pi} \cos(k\cos\varepsilon)\cos(2\,i\,\varepsilon)\,d\varepsilon$$

$$= \frac{k^{2i}}{1\,.\,3\,.\,5\,\ldots\,(4\,i-1)} \int_0^{\pi} \cos(k\cos\varepsilon)\sin^{4i}\varepsilon\,d\varepsilon;$$

und:

$$\pi \overset{2i+1}{J}(k) = (-1)^i \int_0^{\pi} \sin(k\cos\varepsilon)\cos(2\,i+1)\,\varepsilon\,d\varepsilon$$

$$= \frac{k^{2i+1}}{1\,.\,3\,.\,5\,\ldots\,(4\,i+1)} \int_0^{\pi} \cos(k\cos\varepsilon)\sin^{4i+2}\varepsilon\,d\varepsilon;$$

oder allgemein für jedes positive i:

$$46) \quad \pi \overset{i}{J}(k) = \frac{k^i}{1\,.\,3\,\ldots\,(2\,i-1)} \int_0^{\pi} \cos(k\cos\varepsilon)\sin^{2i}\varepsilon\,d\varepsilon,$$

womit die von Bessel angegebene Form wieder hergeleitet ist.

IV.

P. A. Hansen, Direktor der Sternwarte Seeberg, hat ebenfalls die Bessel'schen Funktionen in das Bereich seiner Untersuchungen gezogen und zwar im ersten Teile seiner Abhandlung: «Ermittelung der absoluten Störungen in Ellipsen von beliebiger Excentricität und Neigung», 1843, der als Beispiel «die Berechnung der absoluten vom Saturn erzeugten Störungen des Encke'schen Kometen» enthält.

In dem Abschnitte, welcher von der Integration der von ihm gefundenen Differentiale handelt, stösst er auf derartige Grössen, und bezeichnet sie mit $\overset{0}{J}(\lambda)$, $\overset{1}{J}(\lambda)$ . . . $\overset{i}{J}(\lambda)$ . . . Hier muss nun bemerkt werden, dass Hansen für diese Funktion eine von der hier angenommenen abweichende Schreibweise gebraucht. Zwischen der unsrigen und ihr besteht nämlich folgende einfache Relation:

$$\overset{i}{J}(k) = \overset{i}{J}(2\lambda),$$

oder umgekehrt:

$$\overset{i}{J}(\lambda) = \overset{i}{J}\left(\frac{1}{2}k\right);$$

sie ist also identisch mit der Bessel'schen Transcendenten $\overset{i}{J}(k)$, wenn man 2λ statt k schreibt.

Wie schon bemerkt, hat Bessel eine Tafel der Funktionen $\overset{0}{J}(k)$ und $\overset{1}{J}(k)$ konstruiert, welche für alle um 0,1 verschiedenen Werte des Argumentes die zugehörigen Funktionswerte zehnstellig angibt und zwar von $k = 0$ bis $k = 3{,}20$. Hansen hat Tafeln von grösserem Umfange berechnet; dieselben gehen von $\lambda = 0$ bis $\lambda = 20$, d. h. von $k = 0$ bis $k = 10$, mit einem Inkremente von 0,05 resp. 0,1, und geben die Funktionswerte bis auf sechs Decimalstellen richtig an.

Durch Integration der im Verlaufe jener citierten Abhandlung gefundenen Gleichung:

$$\frac{dy}{dx} + y\left(\frac{\omega}{x} - \lambda - \frac{\lambda}{x^2}\right) = \frac{1}{x}$$

erhält Hansen folgenden Wert für y:

47) $$y = x^{-\omega}\, c^{\lambda\left(x-\frac{1}{x}\right)} \int x^{\omega-1}\, c^{-\lambda\left(x-\frac{1}{x}\right)}\, dx + \text{Konst.}$$

Die beiden Reihen:

$$c^{\lambda x} = 1 + \lambda x + \frac{1}{2}\lambda^2 x^2 + \frac{1}{2.3}\lambda^3 x^3 + \cdots$$

$$c^{-\frac{\lambda}{x}} = 1 - \frac{\lambda}{x} + \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{x^2} - \frac{1}{2.3}\frac{\lambda^3}{x^3} \pm \cdots$$

geben leicht:

48)
$$\begin{cases} c^{\lambda\left(x-\frac{1}{x}\right)} = \overset{0}{J}(\lambda) + x\overset{1}{J}(\lambda) + x^2\overset{2}{J}(\lambda) + \cdots - \frac{1}{x}\overset{1}{J}(\lambda) \\ \qquad\qquad + \frac{1}{x^2}\overset{2}{J}(\lambda) - \frac{1}{x^3}\overset{3}{J}(\lambda) \pm \cdots \\ c^{-\lambda\left(x-\frac{1}{x}\right)} = \overset{0}{J}(\lambda) - x\overset{1}{J}(\lambda) + x^2\overset{2}{J}(\lambda) \mp \cdots + \frac{1}{x}\overset{1}{J}(\lambda) \\ \qquad\qquad + \frac{1}{x^2}\overset{2}{J}(\lambda) + \cdots \end{cases}$$

wobei:

$$\overset{0}{J}(\lambda) = 1 - \lambda^2 + \frac{1}{2^2}\lambda^4 - \frac{1}{2^2.3^2}\lambda^6 \pm \cdots$$

$$\overset{1}{J}(\lambda) = \lambda - \frac{1}{2}\lambda^3 + \frac{1}{2^2.3}\lambda^5 - \frac{1}{2^2.3^2.4}\lambda^7 \pm \cdots$$

$$\overset{2}{J}(\lambda) = \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{2.3}\lambda^4 + \frac{1}{2^2.3.4}\lambda^6 - \frac{1}{2^2.3^2.4.5}\lambda^8 \pm \cdots$$

$$\overset{3}{J}(\lambda) = \frac{1}{2.3}\lambda^3 - \frac{1}{2.3.4}\lambda^5 + \frac{1}{2^2.3.4.5}\lambda^7 - \frac{1}{2^2.3^2.4.5.6}\lambda^9 \pm \cdots$$

u. s. w.

Substituiert man nun die Reihen 48) in Gleichung 47) und führt die Integration wirklich aus, so entsteht:

$$y = \left\{\cdots + \overset{4}{J}(\lambda)\,x^{-4} - \overset{3}{J}(\lambda)\,x^{-3} + \overset{2}{J}(\lambda)\,x^{-2} - \overset{1}{J}(\lambda)\,x^{-1} + \overset{0}{J}(\lambda) + \overset{1}{J}(\lambda)\,x + \overset{2}{J}(\lambda)\,x^2 + \cdots\right\} \times \left\{\cdots + \frac{\overset{4}{J}(\lambda)}{\omega+4}x^4 - \frac{\overset{3}{J}(\lambda)}{\omega+3}x^3 \pm \cdots + \frac{\overset{0}{J}(\lambda)}{\omega} + \frac{\overset{1}{J}(\lambda)}{\omega-1}x^{-1} + \frac{\overset{2}{J}(\lambda)}{\omega-2}x^{-2} + \cdots\right\} + \text{Konst.}$$

Um zu zeigen, dass alle hier vorkommenden J-Funktionen mit den betreffenden Bessel'schen identisch sind für $k = 2\lambda$, setzt Hansen:

$$x + \frac{1}{x} = 2 \cos z,$$

raus bekanntlich folgt:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \cos 2z$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 2 \cos 3z \text{ u. s. w.}$$

$$x - \frac{1}{x} = 2\varrho \sin z$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = 2\varrho \sin 2z$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 2\varrho \sin 3z \text{ u. s. w.,}$$

bei: $\varrho = \sqrt{-1}$.

Substituiert man diese Gleichungen in die erste Reihe der Gleichung 48), so erhält man:

$$e^{\lambda \sin z} = \overset{0}{J}(\lambda) + 2\varrho \overset{1}{J}(\lambda) \sin z + 2 \overset{2}{J}(\lambda) \cos 2z + 2\varrho \overset{3}{J}(\lambda) \sin 3z + \cdots$$

Nach bekannten Sätzen ergibt sich nun, wenn i eine ungerade Zahl bedeutet:

$$49) \qquad \varrho \overset{i}{J}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{2\lambda\varrho \sin z} \sin i z \, dz.$$

Ist i eine gerade Zahl, so wird:

$$50) \qquad \overset{i}{J}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{2\lambda\varrho \sin z} \cos i z \, dz.$$

Setzt man jetzt, wenn i eine ungerade Zahl bedeutet:

$$V = e^{2\lambda\varrho \sin z} \cos i z,$$

wird:

$$= \varrho\lambda e^{2\lambda\varrho \sin z} \{\cos (i+1) z + \cos (i-1) z\} dz - i e^{2\varrho\lambda \sin z} \sin i z \, dz$$

l:

$$\cos (i+1) z + \cos (i-1) z = 2 \cos i z \cos z.$$

Ist aber i ungerade, so ist sowohl $(i+1)$ als auch $(i-1)$ ge- e; deshalb und weil:

$$\int_0^{2\pi} dV = 0,$$

steht folgende Gleichung:

$$51) \qquad 0 = \lambda \left\{ \overset{i+1}{J}(\lambda) + \overset{i-1}{J}(\lambda) \right\} - i \overset{i}{J}(\lambda)$$

Es sei ferner, wenn i eine gerade Zahl bedeutet:

$$V = c^{2\lambda\varrho \sin z} \sin i z,$$

mithin:

$$dV = \varrho\lambda\, c^{2\varrho\lambda \sin z} \left\{ \sin (i+1) z + \sin (i-1) z \right\} dz + i c^{2\varrho\lambda \sin z} \cos i z\, dz.$$

In ganz gleicher Weise wie vorher entsteht hieraus die Gleichung:

$$51) \qquad 0 = \lambda \left\{ \overset{i+1}{J}(\lambda) + \overset{i-1}{J}(\lambda) \right\} - i \overset{i}{J}(\lambda),$$

welche mit der von Bessel gefundenen 22^b) identisch ist. Für $\lambda = \frac{1}{2} k$ entsteht nämlich:

$$51^a) \qquad \frac{1}{2} k \left\{ \overset{i+1}{J}\left(\frac{1}{2} k\right) + \overset{i-1}{J}\left(\frac{1}{2} k\right) \right\} - i \overset{i}{J}\left(\frac{1}{2} k\right) = 0,$$

oder:

$$22^b) \quad k \left\{ \overset{i+1}{J}(k) + \overset{i-1}{J}(k) \right\} - 2 i \overset{i}{J}(k) = 0.$$

Für $i = 0$, wird Gleichung 50)

$$\overset{0}{J}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} c^{2\varrho\lambda \sin z}\, dz, \text{ oder}$$

$$\overset{0}{J}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \cos (2\lambda \sin z) + \varrho \sin (2\lambda \sin z) \right\} dz.$$

Da nun aber:

$$\int_0^{2\pi} \sin (2\lambda \sin z)\, dz = 0,$$

so folgt:

$$52) \qquad \overset{0}{J}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos (2\lambda \sin z)\, dz,$$

welches der bekannte Ausdruck für diese Transcendente ist, wenn man k für 2λ einführt. (conf. Gleichung 18).

Im weitern gibt Hansen Ausdrücke zur Berechnung von $\overset{i}{J}(\lambda)$ auch für den Fall $\lambda = \infty$. Dieselben erhält er durch Entwicklung der Transcendenten $\overset{0}{J}(\lambda)$ in eine nach fallenden Potenzen von λ fortschreitende Reihe.

Die Gleichungen 49) und 50) ergeben:

$$\overset{0}{J}(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} c^{2\varrho\lambda\sin z}\, dz$$

$$\varrho\,.\,\overset{1}{J}(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} c^{2\varrho\lambda\sin z}\sin z\, dz$$

$$\overset{2}{J}(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} c^{2\varrho\lambda\sin z}\cos 2z\, dz.$$

Differenziert man die erste dieser drei Relationen, so entsteht:

$$\frac{d\overset{0}{J}(\lambda)}{d\lambda} = \frac{\varrho}{\pi}\int_0^{2\pi} c^{2\varrho\lambda\sin z}\sin z\,.\,dz = -2\overset{1}{J}(\lambda)$$

$$\frac{d^2\overset{0}{J}(\lambda)}{d\lambda^2} = -\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} c^{2\varrho\lambda\sin z}\left\{1-\cos 2z\right\} dz = 2\overset{2}{J}(\lambda) - 2\overset{0}{J}(\lambda).$$

Diese letzten Gleichungen geben in Verbindung mit der Bedingungsgleichung

$$\overset{2}{J}(\lambda) - \frac{1}{\lambda}\overset{1}{J}(\lambda) + \overset{0}{J}(\lambda) = 0$$

die folgende lineare Differentialgleichung der J-Funktion^{0}:

$$53)\qquad \frac{d^2\overset{0}{J}(\lambda)}{d\lambda^2} + \frac{1}{\lambda}\frac{d\overset{0}{J}(\lambda)}{d\lambda} + 4\overset{0}{J}(\lambda) = 0.$$

Für den Fall: $\lambda = \infty$, d. h. $\frac{1}{\lambda} = 0$,

geht vorstehende Gleichung über in:

$$\frac{d^2\overset{0}{J}(\lambda)}{d\lambda^2} + 4\overset{0}{J}(\lambda) = 0,$$

deren Integral bekanntlich ist:

$$\overset{0}{J}(\lambda) = k\cos 2\lambda + k'\sin 2\lambda,$$

wobei k und k' zwei dem Integral hinzugefügte Integrationskonstanten sind. Diesen Wert für $\overset{0}{J}(\lambda)$ kann man als Näherungswert betrachten, falls λ gleich einer sehr grossen Zahl wird.

Substituieren wir denselben nun in Gleichung 53) und sehen dabei k und k' als veränderliche Grössen an, so entsteht eine identische

Gleichung und die Koefflzienten von sin 2λ und cos 2λ müssen daher jeder für sich gleich Null werden; mithin muss sein:

$$\frac{d^2k}{d\lambda^2} + \frac{1}{\lambda}\frac{dk}{d\lambda} + \frac{4\,dk'}{d\lambda} + \frac{2k'}{\lambda} = 0$$

$$\frac{d^2k'}{d\lambda^2} + \frac{1}{\lambda}\frac{dk'}{d\lambda} - \frac{4\,dk}{d\lambda} - \frac{2k}{\lambda} = 0.$$

Setzt man jetzt:

$$k = \frac{\alpha}{\lambda^a} + \frac{\alpha_1}{\lambda^{a+1}} + \frac{\alpha_2}{\lambda^{a+2}} + \cdots$$

$$k' = \frac{\beta}{\lambda^a} + \frac{\beta_1}{\lambda^{a+1}} + \frac{\beta_2}{\lambda^{a+2}} + \cdots,$$

wobei $\alpha, \alpha_1, \ldots \beta, \beta_1, \ldots$ Konstanten sind, in die vorhergehenden Gleichungen ein, so findet man zuerst $a = \frac{1}{2}$, und nach weitern Umformungen ergibt sich schliesslich für $\overset{0}{J}(\lambda)$ folgender Ausdruck:

$$\overset{0}{J}(\lambda) = c\left\{\frac{1}{\lambda^{1/2}} - \frac{9}{512\,\lambda^{5/2}} + \frac{3675}{524288\,\lambda^{9/2}} - \mp\cdots\right\}\cos(2\lambda - c') +$$

$$+ c\left\{\frac{1}{16\,\lambda^{3/2}} - \frac{75}{8192\,\lambda^{7/2}} + \frac{297675}{41943040\,\lambda^{11/2}} \mp\cdots\right\}\sin(2\lambda - c'),$$

wobei: $\alpha = c \,.\, \cos c'$, $\beta = c \,.\, \sin c'$.

Die Konstanten c und c' bestimmen sich nach einem von Laplace angegebenen Verfahren (Seite 112 u. ff. der citierten Abhandlung), und zwar wird:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\pi}},\quad c' = \frac{1}{4}\pi.$$

Mithin lautet der vollständige Integralausdruck der Gleichung 53):

$$54)\ \overset{0}{J}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{1}{\lambda^{1/2}} - \frac{9}{512\,\lambda^{5/2}} + \frac{3675}{524288\,\lambda^{9/2}} \mp\cdots\right\}\cdot$$

$$\cdot\cos\left(2\lambda - \frac{1}{4}\pi\right) +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{1}{16\,\lambda^{3/2}} - \frac{75}{8192\,\lambda^{7/2}} + \frac{297675}{41943040\,\lambda^{11/2}} \mp\cdots\right\}\cdot$$

$$\cdot\sin\left(2\lambda - \frac{1}{4}\pi\right).$$

Je grösser nun λ ist, desto genauer kann man mit Hilfe dieser Gleichung $\overset{0}{J}(\lambda)$ berechnen. Ist λ sehr gross, so reicht man mit dem ersten Gliede der ersten Reihe aus, und in diesem Falle gewährt also vorliegender Ausdruck eine ungemein kurze Rechnung. Aber auch, wenn λ nicht sehr gross ist, kann man doch den obigen Ausdruck $\overset{0}{J}(\lambda)$ mit einer in den weitaus meisten Fällen hinreichenden Genauigkeit berechnen.

Wendet man die eben gefundene Formel auf die früher abgeleitete Gleichung:

$$\overset{1}{J}(\lambda) = -\frac{1}{2}\frac{d\overset{0}{J}(\lambda)}{d\lambda}$$

an, so entsteht:

$$55)\ \overset{1}{J}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{1}{\lambda^{1/2}} + \frac{15}{512\lambda^{5/2}} - \frac{4725}{524288\lambda^{9/2}} \mp \cdots \sin\right\}\left(2\lambda - \frac{1}{4}\pi\right) +$$
$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{3}{16\lambda^{3/2}} - \frac{105}{8192\lambda^{7/2}} + \frac{363825}{41943040\lambda^{11/2}} \mp \cdots\right\} \cdot$$
$$\cdot \cos\left(2\lambda - \frac{1}{4}\pi\right).$$

Da nun allgemein gilt

$$\overset{i+1}{J}(\lambda) = \frac{i}{2\lambda}\overset{i}{J}(\lambda) - \frac{1}{2}\frac{d\overset{i}{J}(\lambda)}{d\lambda},$$

so kann man durch fortgesetzte Differentiation des eben gefundenen Ausdruckes für $\overset{0}{J}(\lambda)$ alle anderen $\overset{i}{J}(\lambda)$ explicite durch Reihen, welche nach fallenden Potenzen von λ geordnet sind, darstellen.

Als Anwendung der Bessel'schen Funktionen, welche Hansen machte, ist, wie schon bemerkt, diejenige auf die Mittelpunktsgleichung zu erwähnen. Hansen hat darüber zuerst in den «Comptes rendus» und in den «Astronomischen Nachrichten» eine vorläufige Notiz gegeben und später in seiner Abhandlung «Entwickelung des Produktes einer Potenz des Radius vector», welche im Jahre 1853 erschien, eine ausführliche Erörterung des Gegenstandes veröffentlicht. Näher hierauf einzugehen, halte ich nicht für angebracht, zumal ich später doch noch einmal auf diese Materie zurückkommen muss.

Anger, Direktor der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, hat in den «Neuesten Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig» vom Jahre 1855 eine Arbeit veröffentlicht, welche den Titel

führt: «Untersuchungen über die Funktion $\overset{h}{J}(k)$ mit Anwendungen auf das Kepler'sche Problem», worin er zeigt, dass die einfachen Gesetze, denen diese Funktion unterworfen ist, wenn für h eine ganze Zahl genommen wird, sich sehr einfach und im Zusammenhange aus ihrer Erklärung in Verbindung mit dem zuerst von Euler aufgestellten allgemeinen Theorem, nach welchem eine Funktion in eine nach den Sinus und Cosinus der Vielfachen des Argumentes fortschreitende Reihe entwickelt werden kann, ableiten lassen. Ferner gibt er auf höchst scharfsinnige und elegante Weise die Entwicklung der Funktion für den Fall, dass h eine gebrochene Zahl ist, und teilt für die Entwicklung von $\overset{h}{J}(k)$ in eine nach den absteigenden Potenzen von k fortschreitende Doppelreihe zwei neue Methoden mit, von denen namentlich die zweite grösseres Interesse verdient.

Die bekannten Ausdrücke für $\sin^{2i+1}\varepsilon$ und für $\sin^{2i}\varepsilon$ als lineare Funktionen der Sinus und Cosinus der vielfachen Winkel*), wo i jede ganze Zahl bedeutet, geben leicht die Gleichungen:

$$56)\quad \begin{cases} \int_0^{2\pi} \sin 2i'\varepsilon \,.\, \sin^{2i+1}\varepsilon \, d\varepsilon = 0, \\ \int_0^{2\pi} \cos(2i'+1)\varepsilon \,.\, \sin^{2i}\varepsilon \, d\varepsilon = 0, \end{cases}$$

wo i' ebenfalls jede ganze Zahl bedeutet.

Da nun keine geraden Potenzen von sin ε in der Entwicklung von sin (k sin ε), und keine ungeraden in der Entwicklung von cos (k sin ε) vorkommen, so wird nach Gleichung 56), wenn h eine gerade Zahl bedeutet:

*) Es ist nämlich für jedes ganzzahlige i:

$$(-1)^i \,.\, 2^{2i} \sin^{2i+1}\varepsilon = \sin(2i+1)\varepsilon - \frac{2i+1}{1}\sin(2i-1)\varepsilon + \frac{(2i+1)\,2i}{1\,.\,2}\sin(2i-3)\varepsilon \ldots \pm \frac{(2i+1)\,2i\,(2i-1)\ldots(i+2)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots i}\sin\varepsilon$$

und

$$(-1)^i\, 2^{2i-1} \sin^{2i}\varepsilon = \cos 2i\varepsilon - \frac{2i}{1}\cos 2(i-1)\varepsilon + \frac{2i\,(2i-1)}{1\,.\,2}\cos 2(i-2)\varepsilon \ldots \pm \frac{1}{2}\,\frac{2i\,(2i-1)\,(2i-2)\ldots(i+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots i}.$$

Multipliziert man die erste dieser Gleichungen mit $\sin 2i'\varepsilon$, die zweite mit $\cos(2i'+1)\varepsilon$ und integriert zwischen den Grenzen 0 und 2π, so entstehen die Gleichungen 56).

$$\int \sin h\varepsilon \,.\, \sin(k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon = 0,$$

und für ein ungerades h:

$$\int \cos h\varepsilon \,.\, \cos(k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon = 0.$$

Ist schliesslich h eine ganze Zahl, gleichviel ob gerade oder ungerade, so ist:

$$\int_0^{2\pi} \sin h\varepsilon \,.\, \cos(k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon = 0,$$

$$\int^{\pi} \cos h\varepsilon \,.\, \sin(k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon = 0;$$

demnach auch: $$\int_0^{2\pi} \sin(h\varepsilon - k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon = 0.$$

Bezeichnet man nun mit Bessel $\int_0^{2\pi} \cos(h\varepsilon - k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon$ durch $2\pi \overset{h}{J}(k)$, so folgt durch Auflösung des Cosinus:

$$\overset{h}{J}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos h\varepsilon \,.\, \cos(k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin h\varepsilon \,.\, \sin(k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon,$$

mithin:

$$\overset{-h}{J}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos h\varepsilon \,.\, \cos(k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon - \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin h\varepsilon \,.\, \sin(k \sin \varepsilon)\, d\varepsilon.$$

Es wird demnach, wenn h eine gerade Zahl bedeutet:

$$\overset{h}{J}(k) = \overset{-h}{J}(k) = -\overset{-h}{J}(k),$$

oder allgemein:

$$\overset{-h}{J}(k) = (-1)^h \overset{h}{J}(k).$$

Für ein negatives k gelten ebenso die Gleichungen:

$$\overset{h}{J}(-k) = \overset{-h}{J}(k) = (-1)^h \,.\, \overset{h}{J}(k);$$

und schliesslich:

$$\overset{-h}{J}(-k) = \overset{h}{J}(k).$$

Anger leitet weiterhin einige Reihen ab, so für cos (k sin ε), sin (k sin ε), sin (k cos ε) u. s. w., welche nach Bessel'schen Funktionen fortschreiten, und welche ich hier der Übersicht wegen nochmals zusammenstellen will; zu bemerken ist hierbei, dass die Reihen für sin (k cos ε) und cos (k cos ε) schon von Jacobi als direkte Folgerung aus Gleichung 44) aufgestellt worden sind, und dass auch Bessel schon einige derselben gefunden hat. Es ist:

$$\alpha)\begin{cases}\cos(k\sin\varepsilon) = \overset{0}{J}(k) + 2\overset{2}{J}(k)\cos 2\varepsilon + 2\overset{4}{J}(k)\cos 4\varepsilon + \cdots\\ \sin(k\sin\varepsilon) = 2\overset{1}{J}(k)\sin\varepsilon + 2\overset{3}{J}(k)\sin 3\varepsilon + 2\overset{5}{J}(k)\sin 5\varepsilon + \cdots\end{cases}$$

Setzt man hierin $\frac{\pi}{2} - \varepsilon$ statt ε, so ergeben sich daraus die folgenden Reihen:

$$\beta)\begin{cases}\cos(k\cos\varepsilon) = \overset{0}{J}(k) - 2\overset{2}{J}(k)\cos 2\varepsilon + 2\overset{4}{J}(k)\cos 4\varepsilon \mp \cdots\\ \sin(k\cos\varepsilon) = 2\overset{1}{J}(k)\cos\varepsilon - 2\overset{3}{J}(k)\cos 3\varepsilon + 2\overset{5}{J}(k)\cos 5\varepsilon \mp \cdots\end{cases}$$

Differenziert man diese Gleichungen nach ε, so findet man:

$$\gamma)\begin{cases}k\,.\,\sin(k\cos\varepsilon)\sin\varepsilon = 2\,.\,2\,.\,\overset{2}{J}(k)\sin 2\varepsilon - 2\,.\,4\overset{4}{J}(k)\sin 4\varepsilon \pm \cdots\\ k\,.\,\cos(k\cos\varepsilon)\sin\varepsilon = 2\,.\,1\,.\overset{1}{J}(k)\sin\varepsilon - 2\,.\,3\overset{3}{J}(k)\sin 3\varepsilon \pm \cdots\end{cases}$$

Statt zu differenzieren, kann man auch obige Gleichungen mit k sin ε multiplizieren, darauf nach den Sinus der Vielfachen ordnen und erhält alsdann:

$$\delta)\begin{cases}k\sin(k\cos\varepsilon)\sin\varepsilon = k\left[\overset{1}{J}(k) + \overset{3}{J}(k)\right]\sin 2\varepsilon - k\left[\overset{3}{J}(k) + \overset{5}{J}(k)\right]\sin 4\varepsilon \pm \cdots\\ k\cos(k\cos\varepsilon)\sin\varepsilon = k\left[\overset{0}{J}(k) + \overset{2}{J}(k)\right]\sin\varepsilon - k\left[\overset{2}{J}(k) + \overset{4}{J}(k)\right]\sin 3\varepsilon \pm \cdots\end{cases}$$

Durch Vergleichung ergibt sich demnach:

$$k\left(\overset{0}{J}(k) + \overset{2}{J}(k)\right) = 2\,.\,1\overset{1}{J}(k);\quad k\left(\overset{1}{J}(k) + \overset{3}{J}(k)\right) = 2\,.\,2\,.\overset{2}{J}(k);$$
$$k\left(\overset{2}{J}(k) + \overset{4}{J}(k)\right) = 2\,.\,3\overset{3}{J}(k);\quad k\left(\overset{3}{J}(k) + \overset{5}{J}(k)\right) = 2\,.\,4\,.\overset{4}{J}(k);\ \text{u. s. w.}$$

d. h. allgemein:

$$57)\quad k\left[\overset{h-1}{J}(k) + \overset{h+1}{J}(k)\right] = 2h\,.\overset{h}{J}(k).$$

Durch Differentiation der Gleichungen β) nach k erhält man:

$$\varepsilon) \begin{cases} \sin(k\cos\varepsilon)\cos\varepsilon = -\frac{d\overset{0}{J}(k)}{dk} + 2\frac{d\overset{2}{J}(k)}{dk}\cos 2\varepsilon \\ \qquad\qquad - 2\frac{d\overset{4}{J}(k)}{dk}\cos 4\varepsilon \mp \cdots \\ \cos(k\cos\varepsilon)\cos\varepsilon = 2\frac{d\overset{1}{J}(k)}{dk}\cos\varepsilon - 2\frac{d\overset{3}{J}(k)}{dk}\cos 3\varepsilon \\ \qquad\qquad + 2\frac{d\overset{5}{J}(k)}{dk}\cos 5\varepsilon \mp \cdots \end{cases}$$

Es ist aber auch durch Multiplikation der Gleichungen β) mit $\cos\varepsilon$, wenn man nach den Cosinus des Vielfachen von ε ordnet:

$$\eta) \begin{cases} \sin(k\cos\varepsilon)\cos\varepsilon = \overset{1}{J}(k) + [\overset{1}{J}(k) - \overset{3}{J}(k)]\cos 2\varepsilon \\ \qquad\qquad - [\overset{3}{J}(k) - \overset{5}{J}(k)]\cos 4\varepsilon \mp \cdots \\ \cos(k\cos\varepsilon)\cos\varepsilon = [\overset{0}{J}(k) - \overset{2}{J}(k)]\cos\varepsilon - [\overset{2}{J}(k) - \overset{4}{J}(k)]\cos 3\varepsilon \mp \cdots \end{cases}$$

also:

$$\overset{1}{J}(k) = -\frac{d\overset{0}{J}(k)}{dk};\quad \overset{1}{J}(k) - \overset{3}{J}(k) = 2\frac{d\overset{2}{J}(k)}{dk};$$

$$\overset{3}{J}(k) - \overset{5}{J}(k) = 2\frac{d\overset{4}{J}(k)}{dk} \text{ u. s. w.}$$

$$\overset{0}{J}(k) - \overset{2}{J}(k) = 2\frac{d\overset{1}{J}(k)}{dk};\quad \overset{2}{J}(k) - \overset{4}{J}(k) = 2\frac{d\overset{3}{J}(k)}{dk} \text{ u. s. w.}$$

In Verbindung mit Gleichung 57) ergibt sich aus diesen Gleichungen:

$$\overset{2}{J}(k) = \overset{0}{J}(k) - \frac{2\,d\overset{1}{J}(k)}{dk} = \frac{2}{k}\overset{1}{J}(k) - \overset{2}{J}(k) - \frac{2\,d\overset{1}{J}(k)}{dk}$$

$$\overset{3}{J}(k) = \overset{1}{J}(k) - 2\frac{d\overset{2}{J}(k)}{dk} = \frac{2\cdot 2}{k}\overset{2}{J}(k) - \overset{3}{J}(k) - 2\frac{d\overset{2}{J}(k)}{dk} \text{ u. s. w.;}$$

hieraus:

von Bessel, wenn auch auf anderem Wege, auf die J-Funktion zurückgeführt wurde, nämlich:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^{2h}\varepsilon \cos(k \sin\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2h-1)}{k^h} \overset{h}{J}(k).$$

Da ist:

$$2^{2h-1} \cdot \cos^{2h}\varepsilon = \cos 2h\varepsilon + \frac{2h}{1}\cos(2h-2)\varepsilon + \frac{2h \cdot (2h-1)}{1 \cdot 2}\cos(2h-4)\varepsilon + \cdots + \frac{1}{2}\,\frac{2h(2h-1)\ldots(h+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots h},$$

so wird, wenn man auf beiden Seiten mit $\cos(k \sin\varepsilon)$ multipliziert, von 0 bis 2π integriert und berücksichtigt, dass

$$\int_0^{2\pi} \cos(2h\varepsilon - k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon = \int_0^{2\pi} \cos(2h\varepsilon + k\sin\varepsilon)\, d\varepsilon$$

ist,

$$2^{2h-1} \cdot \int_0^{2\pi} \cos^{2h}\varepsilon (\cos k \sin\varepsilon)\, d\varepsilon = 2\pi \left\{ \overset{2h}{J}(k) + \frac{2h}{1}\overset{2h-2}{J}(k) + \cdots + \frac{1}{2}\,\frac{2h(2h-1)\ldots(h+1)}{1 \cdot 2 \ldots h}\overset{0}{J}(k) \right\}$$

Da aber, wie durch wiederholte Anwendung der allgemeinen Gleichung

$$k \overset{h-1}{J}(k) + k \overset{h+1}{J}(k) = 2h \overset{h}{J}(k)$$

leicht gefunden wird,

$$\overset{2h}{J}(k) + \frac{2h}{1}\overset{2h-2}{J}(k) + \cdots + \frac{1}{2} \cdot \frac{2h(2h-1)\ldots(h+1)}{1 \cdot 2 \ldots h}\overset{0}{J}(k) = 2^{2h-1}\,\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2h-1)}{k^h}\overset{h}{J}(k),$$

wo h irgend eine ganze Zahl bedeutet, so entsteht:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^{2h}\varepsilon \cdot \cos(k \sin\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2h-1)}{k^h}\overset{h}{J}(k).$$

womit die Zurückführung beendet ist.

Hebt man die Voraussetzung, dass h eine ganze Zahl bedeute, auf und setzt statt h die Grösse $h\sqrt{-1} = i\,h$, wo h eine beliebige, gleichviel ob ganze oder gebrochene Zahl ist, so erhält man allgemeinere Gleichungen, welche Anger ebenfalls schon aufgestellt hat. Es ist:

62) $$\int_0^{2\pi} \cos(i\,h\,\varepsilon - k \sin\varepsilon)\,d\varepsilon = \int_0^{2\pi} \cos i\,h\,\varepsilon \,.\, \cos(k \sin\varepsilon)\,d\varepsilon + \int_0^{2\pi} \sin i\,h\,\varepsilon \,.\, \sin(k \sin\varepsilon)\,d\varepsilon.$$

Da nun nach teilweiser Integration:

$$\int e^{h\varepsilon} \sin^n \varepsilon\,d\varepsilon = \frac{e^{h\varepsilon} \sin^{n-1}\varepsilon\,(h \sin\varepsilon - n\cos\varepsilon)}{h^2 + n^2} + \frac{n\,(n-1)}{(h^2+n^2)} \int e^{h\varepsilon} \sin^{n-2}\varepsilon\,d\varepsilon$$

und:

$$\int e^{h\varepsilon} \cos^n \varepsilon\,d\varepsilon = \frac{e^{h\varepsilon} \cos^{n-1}\varepsilon\,(h\cos\varepsilon + n\sin\varepsilon)}{h^2 + n^2} + \frac{n\,(n-1)}{h^2+n^2} \int e^{h\varepsilon} \cos^{n-2}\varepsilon\,d\varepsilon \text{ ist,}$$

so folgt für $n = 0$:

$$\int e^{h\varepsilon}\,d\varepsilon = \frac{1}{h}\,e^{h\varepsilon}.$$

Dieses Integral geht für $\varepsilon = 0$ in $\frac{1}{h}$, für $\varepsilon = 2\pi$ in $\frac{1}{h}\,e^{2h\pi}$ über.

Ferner ist

$$\int e^{-h\varepsilon}\,d\varepsilon = -\frac{1}{h}\,e^{-h\varepsilon},$$

welches für $\varepsilon = 0$ in $-\frac{1}{h}$,

für $\varepsilon = 2\pi$ in $-\frac{1}{h}\,e^{-2\pi h}$ übergeht. Demnach wird:

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{h\varepsilon} + e^{-h\varepsilon}}{2}\,d\varepsilon = \frac{1}{2h}\left(e^{2h\pi} - e^{-2h\pi}\right).$$

Fährt man in gleicher Weise fort, d. h. betrachtet man die einzelnen auftretenden Glieder in Bezug auf die Grenzen 0 und 2π, so ergibt sich schliesslich aus Gleichung 62), wenn man darin die bekannten Exponentialgrössen für $\cos i\,h\,\varepsilon$ und $\sin i\,h\,\varepsilon$ einführt und sie demnach schreibt:

$$62^a)\quad \int_0^{2\pi} \cos(i\,h\,\varepsilon - k\sin\varepsilon)\,d\varepsilon = \int_0^{2\pi} \frac{e^{h\varepsilon}+e^{-h\varepsilon}}{2}\cos(k\sin\varepsilon)\,d\varepsilon + i\int_0^{2\pi}\frac{e^{h\varepsilon}-e^{-h\varepsilon}}{2}\sin(k\sin\varepsilon)\,d\varepsilon,$$

folgender Wert:

$$\int_0^{2\pi}\frac{e^{h\varepsilon}+e^{-h\varepsilon}}{2}\cos(k\sin\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{e^{2h\pi}-e^{-2h\pi}}{2h} \times\left\{1-\frac{k^2}{(h^2+2^2)}+\frac{k^4}{(h^2+2^2)(h^2+4^2)}\mp\cdots\right\}.$$

Für den imaginären Teil der Gleichung 62^a) erhält man folgendes:

Es ist für $\varepsilon = 0$ resp. $\varepsilon = 2\pi$

$$\int e^{h\varepsilon}\,k\sin\varepsilon\,d\varepsilon = -\frac{k}{h^2+1}\ \text{resp.}\ -\frac{e^{2h\pi}k}{h^2+1}$$

$$-\int e^{-h\varepsilon}\,k\sin\varepsilon\,d\varepsilon = +\frac{k}{h^2+1}\ \text{resp.}\ +\frac{e^{-2h\pi}k}{h^2+1}.$$

Durch Addition entsteht folglich ein Glied von der Form:

$$-(e^{2h\pi}-e^{-2h\pi})\frac{k}{h^2+1}.$$

Fährt man in derselben Weise wie vorher fort, indem man auf die Integrationsgrenzen Rücksicht nimmt, so wird schliesslich:

$$\int_0^{2\pi}\frac{e^{h\varepsilon}-e^{-h\varepsilon}}{2}\sin(k\sin\varepsilon)\,d\varepsilon = -\frac{e^{2h\pi}-e^{-2h\pi}}{2} \times\left\{\frac{k}{h^2+1}-\frac{k^3}{(h^2+1)(h^2+3^2)}\pm\cdots\right\}$$

Durch Zusammenfassen beider Teile entsteht die Gleichung:

$$62^b) \int_0^{2\pi} \cos(i\,h\varepsilon - k \sin\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{e^{2h\pi} - e^{-2h\pi}}{2h} \times \left\{1 - \frac{k^2}{h^2+2^2} + \frac{k^4}{(h^2+2^2)(h^2+4^2)} \mp \cdots\right\}$$
$$- i\,\frac{e^{2h\pi} - e^{-2h\pi}}{2} \left\{\frac{k}{h^2+1} - \frac{k^3}{(h^2+1)(h^2+3^2)} + \frac{k^5}{(h^2+1)(h^2+3^2)(h^2+5^2)} \mp \cdots\right\}.$$

Geht man wieder von den imaginären Grössen zurück, indem man in diese Gleichung für h den Wert — h i einsetzt, so ergibt sich:

$$63) \frac{h}{\sin 2h\pi} \int_0^{2\pi} \cos(h\varepsilon - k \sin\varepsilon)\, d\varepsilon = 1 + \frac{k^2}{h^2-2^2} + \frac{k^4}{(h^2-2^2)(h^2-4^2)} + \frac{k^6}{(h^2-2^2)(h^2-4^2)(h^2-6^2)} + \cdots$$
$$+ h\left\{\frac{k}{h^2-1} + \frac{k^3}{(h^2-1)(h^2-3^2)} + \frac{k^5}{(h^2-1)(h^2-3^2)(h^2-5^2)} + \cdots\right\}$$

Diese neue Entwicklung für die J-Funktion, welche für alle Werte von h, mögen sie ganze oder gebrochene Zahlen sein, giltig ist, enthält als Specialfall die von Bessel gegebene Reihenentwicklung, was leicht zu beweisen ist, wenn man die Werte der die Form $\frac{0}{0}$ annehmenden Glieder bestimmt.

Versteht man also unter h irgend eine ganze oder gebrochene Zahl, so gibt die ebengefundene neue Entwickelung folgende allgemeinere Differentialgleichung für $\overset{h}{J}(k)$:

$$0 = \frac{d^2 \overset{h}{J}(k)}{dk^2} + \frac{1}{k}\,\frac{d \overset{h}{J}(k)}{dk} + \left(1 - \frac{h^2}{k^2}\right) \overset{h}{J}(k) + \frac{h+k}{k^2} \sin 2h\pi;$$

für ein ganzes h geht dieselbe in die von Bessel gegebene über, da für diesen Fall $\sin 2h\pi = 0$ ist.

Setzt man in der Differentialgleichung:

$$0 = \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} + y\left(1 - \frac{i^2}{x^2}\right)$$

$y = x^i z$ ein, so wird:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} = i\,(i-1)\,x^i z + 2i\,x^{i+1}\frac{dz}{dx} + x^{i+2}\frac{d^2z}{dx^2},$$

$$x\frac{dy}{dx} = i\,x^i z + x^{i+1}\frac{dz}{dx},$$

$$(x^2 - i^2)\,y = x^{i+2} z - i^2 . x^i z,$$

also:

$$0 = i\left\{(i-1)\,z\,x^i + z\,x^i - i\,x^i z\right\} + x^{i+2} z + \left\{2i\,x^{i+1} + x^{i+1}\right\}\frac{dz}{dx} + x^{i+2}\frac{d^2z}{dx^2},$$

oder, da das erste Klammerglied verschwindet:

$$0 = x^{i+2}\,z + (2i+1)\,x^{i+1}\frac{dz}{dx} + x^{i+2}\frac{d^2z}{dx^2},$$

d. h.
$$0 = \frac{d^2z}{dx^2} + \frac{2i+1}{x}\cdot\frac{dz}{dx} + z.$$

Die Differentialgleichung hat die einfachste Form, wenn die Funktion $\overset{h}{J}(k)$ für den Fall, dass h eine ganze Zahl bedeutet, untersucht werden soll. Setzt man nämlich

$$\overset{h}{J}(k) = k^h z,$$

so wird:

$$64) \quad 0 = \frac{d^2z}{dk^2} + \frac{2h+1}{k}\frac{dz}{dk} + z,$$

und es bleibt nun die Untersuchung der Funktion z übrig.

Anger gibt im weiteren die Entwicklung der Funktion $\overset{h}{J}(k)$ in eine Reihe, welche nach fallenden Potenzen von k fortschreitet, und zwar teilt er dafür zwei Methoden mit, von denen die eine die Benutzung der Differentialgleichung fordert, die andere durch Anwendung der Γ-Funktion leicht zu erhalten ist.

Die erste Darstellungsmethode ist folgende: Setzt man in der Differentialgleichung 64) statt $2h+1$ die Grösse $-2i$, so geht sie über in:

$$\frac{d^2z}{d\xi^2} + \xi^{-\frac{4i}{2i+1}} z = 0,$$

wo $k = (2i+1)\,\xi^{\frac{1}{2i+1}}$ ist.

Das vollständige Integral dieser Gleichung ist nach Euler:

$$z = k^i\left\{1 - \frac{i\,(i^2-1)\,(i+2)}{1\,.\,2\,.\,4\,k^2} + \frac{i\,(i^2-1)\,(i^2-4)\,(i^2-9)\,(i+4)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,16\,k^4} \mp \cdots\right\}.$$

$$(\alpha \cos k + \beta \sin k)$$

$$+ k^i\left\{\frac{i\,(i+1)}{2k} - \frac{i\,(i^2-1)\,(i^2-4)\,(i+3)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,8\,k^3} + \right.$$

$$\left. + \frac{i\,(i^2-1)\,(i^2-4)\,(i^2-9)\,(i^2-16)\,(i+5)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,5\,.\,32\,k^5} \mp \cdots\right\}(\beta \cos k - \alpha \sin k),$$

woraus folgt, da

$$i = -\frac{2h+1}{2},\quad k^{i+h} = \frac{1}{\sqrt{k}} \text{ ist,}$$

$$65)\quad \overset{h}{J}(k) = \frac{\alpha \cos k + \beta \sin k}{\sqrt{k}}\left\{1 - \frac{(1-4h^2)\,(9-4h^2)}{\Pi(2)\,(8k)^2}\right.$$

$$\left. + \frac{(1-4h^2)\,(9-4h^2)\,(25-4h^2)\,(49-4h^2)}{\Pi(4)\,(8k)^4} \pm \cdots\right\} +$$

$$+ \frac{\alpha \sin k - \beta \cos k}{\sqrt{k}}\left\{\frac{1-4h^2}{8k} - \frac{(1-4h^2)\,(9-4h^2)\,(25-4h^2}{\Pi(3)\,(8k)^3} \pm \cdots\right\},$$

wo α und β die beiden Integrationskonstanten sind, und zwar, wie früher gezeigt:

$$\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{\pi}}.$$

Für $h = 0$ entsteht:

$$66)\quad \overset{0}{J}(k) = \frac{\cos k + \sin k}{\sqrt{k\pi}}\left\{1 - \frac{3^2}{\Pi(2)\,(8k)^2} + \frac{3^2\,.\,5^2\,.\,7^2}{\Pi(4)\,(8k)^4} \mp \cdots\right\}$$

$$+ \frac{\sin k - \cos k}{\sqrt{k\pi}}\left\{\frac{1}{8k} - \frac{3^2\,.\,5^2}{\Pi(3)\,(8k)^3} + \frac{3^2\,.\,5^2\,.\,7^2\,.\,9^2}{\Pi(5)\,(8k)^5} \mp \cdots\right\}.$$

Die Entwickelung von $\overset{0}{J}(k)$ in vorstehender Gleichung kann aber auch ohne Benutzung der Differentialgleichung zugleich mit der Bestimmung der Konstanten leicht direkt gefunden werden.

Da nämlich:

$$\pi \cdot \overset{0}{J}(k) = \frac{\cos k}{\sqrt{2k}} \int_0^{2k} \left(\frac{\cos\omega}{\sqrt{\omega}} + \frac{\cos\omega}{\sqrt{\omega}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega}{2k} + \frac{\cos\omega}{\sqrt{\omega}} \cdot \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{\omega^2}{4k^2} + \cdots \right) d\omega.$$

$$+ \frac{\sin k}{\sqrt{2k}} \int_0^{2k} \left(\frac{\sin\omega}{\sqrt{\omega}} + \frac{\sin\omega}{\sqrt{\omega}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega}{2k} + \frac{\sin\omega}{\sqrt{\omega}} \cdot \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{\omega^2}{4k^2} + \cdots \right) \overset{*)}{\omega},$$

so ist, wenn k eine grosse Zahl bedeutet, näherungsweise, und für $k = \infty$ genau

$$67)\quad \pi \cdot \overset{0}{J}(k) = \frac{2\cos k}{\sqrt{2k}} \int_0^{\infty} \left(\frac{\cos\omega}{\sqrt{\omega}} + \frac{\omega^{1/2}}{4k} \cos\omega + \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{1}{4k^2} \omega^{3/2} \cos\omega + \cdots \right) d\omega$$

$$+ \frac{2\sin k}{\sqrt{2k}} \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin\omega}{\sqrt{\omega}} + \frac{\omega^{1/2}}{4k} \sin\omega + \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{1}{4k^2} \omega^{3/2} \sin\omega + \cdots \right) d\omega.$$

Nach der gewöhnlichen Beziehung aber ist:

$$\Gamma(\mu) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\mu-1} dx,$$

und es gelten die bekannten Beziehungen

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi};$$

---

*) Diese Gleichung folgt aus der Beziehung:

$$\overset{0}{J}(k) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(k \cos\varepsilon)\, d\varepsilon$$

oder:

$$\pi \cdot \overset{0}{J}(k) = \int_0^{\pi} \left[\cos k \cos\left(2k \sin^2 \frac{1}{2}\varepsilon\right) + \sin k \cdot \sin\left(2k \sin^2 \frac{1}{2}\varepsilon\right) \right] d\varepsilon;$$

oder für

$$2k \cdot \sin^2 \frac{1}{2}\varepsilon = \mu,$$

$$\pi \cdot \overset{0}{J}(k) = \cos k \int_0^{2k} \cos\mu \frac{d\mu}{\sqrt{2k\mu - \mu^2}} + \sin k \int_0^{2k} \sin\mu \frac{d\mu}{\sqrt{2k\mu - \mu^2}},$$

wenn man in Reihen entwickelt.

id $$\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)=\frac{1\,.\,3\,.\,5\ldots(2m-1)}{2m}\sqrt{\pi};$$

wie:

$$\int_0^\infty x^{a-1}\cos b\,x\,dx=\frac{\cos\frac{a\,\pi}{2}}{b^a}\,\Gamma(a),$$

$$\int_0^\infty x^{a-1}\sin b\,x\,dx=\frac{\sin\frac{a\,\pi}{2}}{b^a}\,\Gamma(a);$$

so auch:

$$\int_0^\infty\frac{\cos\omega}{\sqrt{\omega}}d\omega=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \text{(nach Laplace)},$$

$$\int_0^\infty\omega^{1/2}\cos\omega\,d\omega=\cos\frac{3\pi}{4}\,\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

$$\int_0^\infty\omega^{3/2}\cos\omega\,d\omega=\cos\frac{5\pi}{4}\,\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1\,.\,3}{2^2}\sqrt{\pi},$$

$$\int_0^\infty\omega^{5/2}\cos\omega\,d\omega=\cos\frac{7\pi}{4}\,\Gamma\left(\frac{7}{2}\right)=+\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1\,.\,3\,.\,5}{2^3}\sqrt{\pi},$$

u. s. w.

$$\int_0^\infty\sin\omega\frac{d\omega}{\sqrt{\omega}}=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \text{(nach Laplace)},$$

$$\int_0^\infty\omega^{1/2}\sin\omega\,d\omega=\sin\frac{3\pi}{4}\,\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)=+\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

$$\int_0^\infty\omega^{3/2}\sin\omega\,d\omega=\sin\frac{5\pi}{4}\,\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1\,.\,3}{2^2}\sqrt{\pi},$$

$$\int_0^\infty\omega^{5/2}\sin\omega\,d\omega=\sin\frac{7\pi}{4}\,\Gamma\left(\frac{7}{2}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1\,.\,3\,.\,5}{2^3}\sqrt{\pi},$$

u. s. w.

Durch Substitution dieser Werte in Gleichung 67) ergibt sich:

$$68)\quad \overset{0}{J}(k) = \frac{\cos k}{\sqrt{k\pi}}\left\{1 - \frac{3^2}{\Pi(2)\,(8k)^2} - \frac{3^2\cdot 5^2}{\Pi(3)\,(8k)^3} \pm\pm\cdots\right\}$$

$$+ \frac{\sin k}{\sqrt{k\pi}}\left\{1 + \frac{1}{8k} - \frac{3^2}{\Pi(2)\,(8k)^2} - \frac{3^2\cdot 5^2}{\Pi(3)\,(8k)^3} \pm\pm\cdots\right\},$$

oder (in Übereinstimmung mit Gleichung 66))

$$\overset{0}{J}(k) = \frac{\cos k + \sin k}{\sqrt{k\pi}}\left\{1 - \frac{3^2}{\Pi(2)\,(8k)^2} + \frac{3^2\cdot 5^2\cdot 7^2}{\Pi(4)\,(8k)^4} \pm\cdots\right\}$$

$$+ \frac{\sin k - \cos k}{\sqrt{k\pi}}\left\{\frac{1}{8k} - \frac{3^2\cdot 5^2}{\Pi(3)\,(8k)^3} + \frac{3^2\cdot 5^2\cdot 7^2\cdot 9^2}{\Pi(5)\,(8k)^5} \mp\cdots\right\}.$$

Um die von Bessel gegebene Auflösung der Kepler'schen Aufgabe resp. die Entwickelung der Mittelpunktsgleichung in noch einfachere Formen zu bringen, transformiert Anger im Verlaufe seiner Arbeit die von Bessel bereits gegebene Gleichung 35), welche lautet:

$$\frac{i}{2}\,A_{(i)} = \overset{i}{J}(i\,e) + \lambda\,[\overset{i+1}{J}(i\,e) + \overset{i-1}{J}(i\,e)] + \lambda^2\,[\overset{i+2}{J}(i\,e) + \overset{i-2}{J}(i\,e)] + \cdots$$

Setzt man hierin:

$$e = \sin\varphi,$$

so wird:

$$\lambda = \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2},\quad ie = \frac{2i\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}} = 2i\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi\cdot\cos^2\frac{1}{2}\varphi,$$

und man erhält, wenn man der Kürze wegen einführt:

$$\nu = i\cos^2\frac{1}{2}\varphi,$$

woraus folgt:

$$\frac{ie}{2} = \lambda\nu,$$

aus der Reihenentwickelung von $\overset{h}{J}(k)$ nach Potenzen von $\frac{1}{2}k$:

$$\overset{i}{J}(ie) = \frac{\nu^i \lambda^i}{1.2.3\ldots i} - \frac{\nu^{i+2} \lambda^{i+2}}{1.2.3\ldots(i+1)} + \frac{\nu^{i+4} \lambda^{i+4}}{1.2.1.2.3\ldots(i+2)}$$
$$- \frac{\nu^{i+6} \lambda^{i+6}}{1.2.3.1.2.3\ldots(i+3)} + \frac{\nu^{i+8} \lambda^{i+8}}{1.2.3.4.1.2.3\ldots(i+4)} \mp \cdots$$

$$\lambda \overset{i+1}{J}(ie) = + \frac{\nu^{i+1} \lambda^{i+2}}{1.2.3\ldots(i+1)} - \frac{\nu^{i+3} \lambda^{i+4}}{1.2.3\ldots(i+2)}$$
$$+ \frac{\nu^{i+5} \lambda^{i+6}}{1.2.1.2.3\ldots(i+3)} - \frac{\nu^{i+7} \lambda^{i+8}}{1.2.3.1.2.3\ldots(i+4)} \pm \cdots$$

$$\lambda \overset{i-1}{J}(ie) = \frac{\nu^{i-1} \lambda^i}{1.2.3\ldots(i-1)} - \frac{\nu^{i+1} \lambda^{i+2}}{1.2.3\ldots i} + \frac{\nu^{i+3} \lambda^{i+4}}{1.2.1.2.3\ldots(i+1)}$$
$$- \frac{\nu^{i+5} \lambda^{i+6}}{1.2.3.1.2.3\ldots(i+2)} + \frac{\nu^{i+7} \lambda^{i+8}}{1.2.3.4.1.2.3\ldots(i+3)} \mp \cdots$$

$$\lambda^2 \overset{i+2}{J}(ie) = + \frac{\nu^{i+2} \lambda^{i+4}}{1.2.3\ldots(i+2)}$$
$$- \frac{\nu^{i+4} \lambda^{i+6}}{1.2.3\ldots(i+3)} + \frac{\nu^{i+6} \lambda^{i+8}}{1.2.1.2.3\ldots(i+4)} \mp \cdots$$

$$\lambda^2 \overset{i-2}{J}(ie) = \frac{\nu^{i-2} \lambda^i}{1.2.3\ldots(i-2)} - \frac{\nu^i \lambda^{i+2}}{1.2.3\ldots(i-1)} + \frac{\nu^{i+2} \lambda^{i+4}}{1.2.1.2.3\ldots i}$$
$$- \frac{\nu^{i+4} \lambda^{i+6}}{1.2.3.1.2.3\ldots(i+1)} + \frac{\nu^{i+6} \lambda^{i+8}}{1.2.3.4.1.2.3\ldots(i+2)} \mp \cdots$$

u. s. w.

Durch Summation aller entsprechenden Glieder ergibt sich, wenn man mit Hansen setzt:

$$P_i = 1 + \nu + \frac{\nu^2}{1.2} + \frac{\nu^3}{1.2.3} + \cdots + \frac{\nu^i}{1.2.3\ldots i},$$

$$P_{i+1} = P_i + \frac{\nu^{i+1}}{1.2.3\ldots i(i+1)},$$

$$P_{i+2} = P_{i+1} + \frac{\nu^{i+2}}{1.2.3\ldots(i+2)}$$

u. s. w.

$$Q_1 = 1 - \nu,\ Q_2 = Q_1 + \frac{\nu^2}{2},$$

$$Q_3 = Q_2 - \frac{\nu^3}{2 \cdot 3}$$

u. s. w.

als Wert für $\frac{i}{2} A_{(i)}$ folgender:

$$\begin{aligned}\frac{i}{2} A_{(i)} = P_i \lambda^i &- \left\{\nu P_{i+1} - \frac{\nu^{i+1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (i+1)}\right\} \lambda^{i+2} + \\ &+ \left\{\frac{\nu^2}{1 \cdot 2} P_{i+2} - \frac{\nu^{i+3}}{1 \cdot 2 \ldots (i+2)} + \frac{\nu^{i+2}}{1 \cdot 2 \ldots (i+2)}\right\} \lambda^{i+4} \\ &- \left\{\frac{\nu^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} P_{i+3} - \frac{\nu^{i+5}}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (i+3)} + \right. \\ &\left. + \frac{\nu^{i+4}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (i+3)} - \frac{\nu^{i+3}}{1 \cdot 2 \ldots (i+3)}\right\} \lambda^{i+6} \\ &+ \left\{\frac{\nu^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} P_{i+4} - \frac{\nu^{i+7}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (i+4)}\right. \\ &+ \frac{\nu^{i+6}}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (i+4)} - \frac{\nu^{i+5}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (i+4)} \\ &\left. + \frac{\nu^{i+4}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (i+4)}\right\} \lambda^{i+8} \\ &- \ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

Diese Koeffizienten der Potenzen von λ lassen sich aber auch der Reihe nach in folgender Weise darstellen:

$$P_i = P_i,$$

$$\nu P_{i+1} - (P_{i+1} - P_i) = (\nu - 1) P_{i+1} + P_i,$$

$$\frac{\nu^2}{1 \cdot 2} P_{i+2} - \nu (P_{i+2} - P_{i+1}) + (P_{i+2} - P_{i+1}) = \left(\frac{\nu^2}{1 \cdot 2} - \nu + 1\right) P_{i+2} + \nu P_{i+1} - P_{i+1},$$

$$\frac{\nu^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} P_{i+3} - \frac{\nu^2}{1 \cdot 2} (P_{i+3} - P_{i+2}) + \nu (P_{i+3} - P_{i+2}) - (P_{i+3} - P_{i+2}) =$$

$$= \left(\frac{\nu^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{\nu^2}{1 \cdot 2} + \nu - 1\right) P_{i+3} + \left(\frac{\nu^2}{1 \cdot 2} - \nu + 1\right) P_{i+2} \text{ u. s. w.}$$

Mithin:

$$\frac{i}{2} A_{(i)} = P_i \lambda^i + (Q_1 P_{i+1} - P_i) \lambda^{i+2} + (Q_2 P_{i+2} - Q_1 P_{i+1}) \lambda^{i+4}$$
$$+ (Q_3 P_{i+3} - Q_2 P_{i+2}) \lambda^{i+6} + (Q_4 P_{i+4} - Q_3 P_{i+3}) \lambda^{i+8} + \cdots$$

oder:

$$\frac{i}{2} A^{(i)} = P_i \lambda^i (1 - \lambda^2) + Q_1 P_{i+1} \lambda^{i+2}(1 - \lambda^2) + Q_2 P_{i+2} \lambda^{i+4}(1 - \lambda^2)$$
$$+ \cdots,$$

also auch:

$$69)\ \nu - \mu = (1 - \lambda^2) \sum_1^\infty \frac{2}{i} \left\{ P_i \lambda^i + P_{i+1} Q_1 \lambda^{i+2} + P_{i+2} Q_2 \lambda^{i+4} + \cdots \right\} \sin i\mu,$$

weil war:

$$\nu - \mu = A_1 \sin \mu + A_2 \sin 2\mu + A_3 \sin 3\mu + \cdots .^*)$$

Die Gleichung 69) stellt in dieser Form die von Hansen für die Mittelpunktsgleichung gegebene Entwickelung dar.

Was die Entwickelung des Radius-vector betrifft, so ist, wenn man denselben durch r und die halbe Axe durch a bezeichnet, und setzt:

$$r = A_0 + B_1 \cos \mu + B_2 \cos 2\mu + B_3 \cos 3\mu + \cdots$$

$$B_{(i)} = - \frac{ae}{i\pi} \int_0^{2\pi} \sin (i\varepsilon - ie \sin \varepsilon) \sin \varepsilon \, d\varepsilon.$$

Man hat aber:

$$\sin(i\varepsilon - ie \sin \varepsilon) \sin \varepsilon = \frac{1}{2} \left\{ \cos((i-1)\varepsilon - ie \sin \varepsilon) - \cos((i+1)\varepsilon - ie \sin \varepsilon \right\}.$$

Demnach:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin (i\varepsilon - ie \sin \varepsilon) \sin \varepsilon \, d\varepsilon = \overset{i-1}{J}(ie) - \overset{i+1}{J}(ie)$$

also:

$$i \, . \, B_{(i)} = a e \left\{ \overset{i+1}{J}(ie) - \overset{i-1}{J}(ie) \right\}.$$

Der Fall $i = o$ macht eine Ausnahme. Nach bekannten Sätzen ist nämlich das erste Glied der Reihenentwickelung, d. h. der Koefflzient von cos $o.\mu$:

*) Seite 224.

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} r\, d\mu = \frac{a}{2\pi}\int_0^{2\pi} (1 - e\cos\varepsilon)^2\, d\varepsilon = a\left(1 + \frac{e^2}{2}\right).$$

Man hat demnach:

$$\frac{r}{a} = 1 + \frac{e^2}{2} - e\sum_1^{\infty} \frac{1}{i}\left\{\overset{i+1}{J}(ie) - \overset{i-1}{J}(ie)\right\}$$

und die Entwicklung ergibt

$$70) \quad B_{(i)} = -\frac{2}{i}\frac{\left(\frac{ie}{2}\right)}{\Pi(i)}\left\{i - \frac{i+2}{1\,.\,(i+1)}\cdot\left(\frac{ie}{2}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{i+4}{1\,.\,2\,(i+1)\,(i+2)}\left(\frac{ie}{2}\right)^4 \mp \cdots\right\}$$

V.

Schlömilch gibt im II. Jahrgang der Zeitschrift für Mathematik und Physik vom Jahre 1857 einen Abriss der Bessel'schen Funktion, worin er ausser den bereits früher abgeleiteten Formeln und Beziehungen neue aufstellt, namentlich andere Integrationswerte für die Funktion. Er bedient sich stets der Hansen'schen Bezeichnungsweise, von welcher man ja, wie früher gezeigt, leicht zu der Bessel'schen übergehen kann.

Nachdem er die bekannten Formeln:

$$\overset{-n}{J}(\lambda) = (-1)^n \overset{n}{J}(\lambda),$$
$$\overset{n}{J}(-\lambda) = (-1)^n \overset{n}{J}(\lambda),$$
$$n\overset{n}{J}(\lambda) = \lambda\,(\overset{n-1}{J}(\lambda) + \overset{n+1}{J}(\lambda)),$$

in sehr einfacher, der Hansen'schen Ableitungsart ähnlicher Weise hergeleitet hat, gibt er zuerst eine Entwicklung für $\overset{n}{J}(\lambda)$. Er multipliziert die beiden Reihen

$$c^{\lambda x} = 1 + \frac{\lambda}{1}x + \frac{\lambda^2}{1\,.\,2}x^2 + \frac{\lambda^3}{1\,.\,2\,.\,3}x^3 + \cdots$$

$$c^{-\frac{\lambda}{x}} = 1 - \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{1}{x} + \frac{\lambda^2}{1\,.\,2}\cdot\frac{1}{x^2} - \frac{\lambda^3}{1\,.\,2\,.\,3}\cdot\frac{1}{x^3} \pm \cdots$$

miteinander und vergleicht dieses Produkt mit der bereits von Hansen abgeleiteten Gleichung (48.1) Das Resultat stellt sich in folgender Form dar:

$$\overset{0}{J}(\lambda) = 1 - \frac{\lambda^2}{1!\,1!} + \frac{\lambda^4}{2!\,2!} - \frac{\lambda^6}{3!\,3!} \pm \cdots$$

$$\overset{1}{J}(\lambda) = \frac{\lambda}{1!} - \frac{\lambda^3}{1!\,2!} + \frac{\lambda^5}{2!\,3!} - + \cdots$$

$$\overset{2}{J}(\lambda) = \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{1!\,3!} + \frac{\lambda^6}{2!\,4!} - \frac{\lambda^8}{3!\,5!} \pm \cdots \text{ u. s. w.}$$

allgemein:

$$71) \quad \overset{n}{J}(\lambda) = \frac{\lambda^n}{n!} - \frac{\lambda^{n+2}}{1!\,(n+1)!} + \frac{\lambda^{n+4}}{2!\,(n+2)!} \mp \cdots =$$

$$= \sum_{m=0}^{m=\infty} (-1)^m \frac{\lambda^{n+2m}}{m!\,(n+m)!}.$$

Von der Richtigkeit dieser auf dem Wege der Induktion gefundenen Formel überzeugt man sich leicht vermittelst des Schlusses von n auf n + 1, wenn man die nach Gleichung 71) gebildeten Werte von $\overset{n}{J}(\lambda)$ und $\overset{n-1}{J}(\lambda)$ in die bekannte Formel substituiert, welche lautet:

$$n\,\overset{n}{J}(\lambda) = \lambda\,[\overset{n-1}{J}(\lambda) + \overset{n+1}{J}(\lambda)].$$

Eine weitere Eigenschaft erhält Schlömilch durch die Multiplikation der beiden von Hansen gegebenen Gleichungen 48). Links ergibt sich die Einheit und rechts eine nach Potenzen von x und $\frac{1}{x}$ fortschreitende Reihe, deren konstantes Glied der Einheit gleich sein muss, während die Koeffizienten der verschiedenen Potenzen von x und $\frac{1}{x}$ verschwinden müssen. Die erste Bemerkung führt zu der Relation

$$72) \quad 1 = [\overset{0}{J}(\lambda)]^2 + 2\,[\overset{1}{J}(\lambda)]^2 + 2\,[\overset{2}{J}(\lambda)]^2 + 2\,[\overset{3}{J}(\lambda)]^2 + \ldots,$$

woraus hervorgeht, dass die Funktion $\overset{0}{J}(\lambda)$ die Einheit nicht übersteigen kann, und dass die übrigen Transcendenten nie grösser als $\frac{1}{\sqrt{2}}$ werden können.

Das allgemeine Glied der Gleichung 71) war, vom Vorzeichen abgesehen

$$\frac{\lambda^{n+2p}}{p!\,(p+n)!};$$

durch Differentiation dieser Gleichung 71) erhält man eine neue Reihe, deren allgemeines Glied ist

$$\frac{(n+2p)\,\lambda^{n+2p-1}}{p!\,(n+p)!} = \frac{\lambda^{n+2p-1}}{p!\,(n+p-1)!} + \frac{\lambda^{n+2p-1}}{(p-1)!\,(n+p)!},$$

und man hat daher:

$$\frac{d\,\overset{n}{J}(\lambda)}{d\lambda} = \frac{\lambda^{n-1}}{(n-1)!} - \frac{\lambda^{n+1}}{1!\,n!} + \frac{\lambda^{n+3}}{2!\,(n+1)!} \mp \cdots$$
$$- \frac{\lambda^{n+1}}{(n+1)!} + \frac{\lambda^{n+3}}{1!\,(n+2)!} \mp \cdots$$

d. h.

$$73)\quad \frac{d\,\overset{n}{J}(\lambda)}{d\lambda} = \overset{n-1}{J}(\lambda) - \overset{n+1}{J}(\lambda).$$

Aus dieser Formel lässt sich in Verbindung mit der bekannten Relation

$$n\,\overset{n}{J}(\lambda) = \lambda\,(\overset{n-1}{J}(\lambda) + \overset{n+1}{J}(\lambda))$$

eine neue Gleichung zwischen zwei aufeinander folgenden Transcendenten herleiten; die Elimination von $\overset{n-1}{J}(\lambda)$ ergibt nämlich:

$$74)\quad \overset{n+1}{J}(\lambda) = \frac{n}{2\lambda}\,\overset{n}{J}(\lambda) - \frac{1}{2}\,\frac{d\,\overset{n}{J}(\lambda)}{d\lambda},$$

oder

$$74^a)\quad \frac{d\,\overset{n}{J}(\lambda)}{d\lambda} = \frac{n}{\lambda}\,\overset{n}{J}(\lambda) - 2\,\overset{n+1}{J}(\lambda);$$

durch Differentiation folgt (wenn man vorstehende Gleichung als Reduktionsgleichung benutzt):

$$\frac{d^2\,\overset{n}{J}(\lambda)}{d\lambda^2} = \frac{n\,(n-1)}{\lambda^2}\,\overset{n}{J}(\lambda) - \frac{4n+2}{\lambda}\,\overset{n+1}{J}(\lambda) + 4\,\overset{n+2}{J}(\lambda)$$

und wenn man noch (wie früher ausgeführt wurde) $\overset{n+2}{J}(\lambda)$ durch $\overset{n}{J}(\lambda)$ und $\overset{n+1}{J}(\lambda)$ darstellt:

$$75)\quad \frac{d^2 \overset{n}{J}(\lambda)}{d\lambda^2} = \left\{\frac{n(n-1)}{\lambda^2} - 4\right\} \overset{n}{J}(\lambda) + \frac{2}{\lambda} \overset{n+1}{J}(\lambda).$$

In dieser Weise kann man alle Differentialquotienten von $\overset{n}{J}(\lambda)$ successive durch $\overset{n}{J}(\lambda)$ und $\overset{n+1}{J}(\lambda)$ ausdrücken.

Multipliziert man die Gleichung 74[a]) mit $\frac{1}{\lambda}$ und addiert sie zu Gleichung 75), so hebt sich $\overset{n+1}{J}(\lambda)$, und es bleibt:

$$76)\quad \frac{d^2 \overset{n}{J}(\lambda)}{d\lambda^2} + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d \overset{n}{J}(\lambda)}{d\lambda} - \left[\frac{n^2}{\lambda^2} - 4\right] \overset{n}{J}(\lambda) = 0,$$

welches die allgemeinere Form der Differentialgleichung für $\overset{n}{J}(\lambda)$ ist; ein Specialfall für $n = 0$ wurde bereits früher von Hansen behandelt Gleichung 53).

Die Darstellung der $\overset{n}{J}$-funktion durch ein bestimmtes Integral macht sich nach Schlömilch nun folgendermassen:

Aus der von Hansen gegebenen etwas anders geschriebenen Gleichung 48.1)

$$e^{\lambda\left(x-\frac{1}{x}\right)} = \overset{0}{J}(\lambda) + \overset{2}{J}(\lambda)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \overset{4}{J}(\lambda)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) + \cdots$$
$$+ \overset{1}{J}(\lambda)\left(x - \frac{1}{x}\right) + \overset{3}{J}(\lambda)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) + \cdots$$

ergibt sich mit Hülfe der Substitution

$$x = \omega\sqrt{-1} = i\omega,$$

und bei Vergleichung der reellen und imaginären Teile:

$$\cos(2\lambda \sin\omega) = \overset{0}{J}(\lambda) + 2\overset{2}{J}(\lambda)\cos 2\omega + 2\overset{4}{J}(\lambda)\cos 4\omega + \cdots$$
$$\sin(2\lambda \sin\omega) = 2\overset{1}{J}(\lambda)\sin\omega + 2\overset{3}{J}(\lambda)\sin 3\omega + \cdots$$

Aus der ersten dieser Gleichungen folgt:

$$77)\quad \int_0^{\pi} \cos(2\lambda \sin\omega)\cos n\omega\, d\omega = \pi \cdot \overset{n}{J}(\lambda) \text{ für gerades } n$$
$$= 0 \quad \text{» ungerades } n;$$

aus der zweiten:

78) $$\int_0^{\pi} \sin(2\lambda \sin\omega) \sin n\omega \, d\omega = \pi \, . \, \overset{n}{J}(\lambda) \text{ für ungerades n}$$

$$= 0 \quad \text{» gerades n;}$$

oder allgemeiner für jedes n:

79) $$\int_0^{\pi} \cos(n\omega - 2\lambda \sin\omega) \, d\omega = \pi \, . \, \overset{n}{J}(\lambda),$$

was leicht durch Auflösen von $\cos(n\omega - 2\lambda \sin\omega)$ und Integrieren der einzelnen Glieder als Zusammenfassung der Gleichungen 77) und 78) zu erkennen ist.

Eine andere Zusammenziehung der Gleichungen 77) und 78) zu einer für jedes n gültigen Formel lässt sich durch folgende Umwandlungen erreichen: Man setzt in 77)

$$\omega = \frac{1}{2}\pi + z;$$

es wird alsdann für ein gerades n:

$$\pi \, . \, \overset{n}{J}(\lambda) = \cos\frac{n\pi}{2} \int_{-\frac{1}{2}\pi}^{+\frac{1}{2}\pi} \cos(2\lambda \cos z) \cos n z \, dz.$$

Die Funktion $\cos(2\lambda \cos z) \cos n z$ hat für negative Werte von z denselben Wert wie für positive z, daher

$$\pi \, . \, \overset{n}{J}(\lambda) = 2\cos\frac{n\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2\lambda \cos z) \cos n z \, dz$$

$$= \cos\frac{n\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos(2\lambda \cos z) \cos n z \, dz.$$

Auf dieses letzte Integral wendet nun Schlömilch die bekannte Jacobi'sche Reduktionsformel

$$\int_0^{\pi} f(\cos z) \cos n z \, dz = \frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)} \int_0^{\pi} f^{(n)}(\cos z) \sin^{2n} z \, dz.$$

an und erhält für gerade n, wenn ist:

$$f(x) = \cos 2\lambda x$$

$$\int_0^{\pi} \cos(2\lambda \cos z) \cos n z \, dz = \frac{(2\lambda)^n \cos \frac{n\pi}{2}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)} \int_0^{\pi} \cos(2\lambda \cos z) \sin^{2n} z \, dz,$$

mithin:

$$\pi \cdot \overset{n}{J}(\lambda) = \frac{(2\lambda)^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)} \int_0^{\pi} \cos(2\lambda \cos z) \sin^{2n} z \, dz.$$

Transformiert man auf gleiche Weise die Gleichung 78), so erhält man für ungerade n ganz denselben Ausdruck wie eben für $\pi \overset{n}{J}(\lambda)$, letzterer gilt daher für alle n.

Da die Funktion $\cos(2\lambda \cos z) \sin^{2n} z$ von $z = \frac{1}{2}\pi$ bis $z = \pi$ die nämlichen Werte besitzt, wie von $z = 0$ bis $z = \frac{1}{2}\pi$, so kann man auch schreiben:

$$\overset{n}{J}(\lambda) = \frac{2}{\pi} \frac{(2\lambda)^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2\lambda \cos z) \sin^{2n} z \, dz.$$

Setzt man hierin:

$$\cos z = x$$

so wird:

$$80) \quad \overset{n}{J}(\lambda) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(2\lambda)^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)} \int_0^1 (1 - x^2)^{n-\frac{1}{2}} \cos(2\lambda x) dx$$

oder:

$$81) \quad \overset{n}{J}(\lambda) = \frac{2\lambda^n}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)} \int_0^1 (1 - x^2)^{n-\frac{1}{2}} \cos(2\lambda x) \, dx.$$

Im weiteren Verlaufe seiner Abhandlung gibt Schlömilch den Weg, wie man den für die J-funktion vorkommenden Integralausdruck in eine zur numerischen Berechnung der Funktion dienende Reihe entwickeln kann. Er beschränkt sich dabei auf den Fall $n = 0$, weil ja $\overset{1}{J}(\lambda)$ exc ... leicht aus $\overset{0}{J}(\lambda)$ hergeleitet werden kann.

Hieraus sind P', P'' . . . sowie Q', Q'' . . . leicht herzuleiten, und durch Substitution dieser Werte ergibt sicht nach einigen Umformungen endlich:

$$82)\quad \overset{0}{J}(\lambda) = \frac{\cos\left(2\lambda - \frac{1}{4}\pi\right)}{\sqrt{\lambda\pi}}\left\{1 - \frac{1^2 \cdot 3^2}{4 \cdot 8}\left(\frac{1}{4\lambda}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16} \cdot \left(\frac{1}{4\lambda}\right)^4 \mp \cdots\right\}$$
$$+ \frac{\sin\left(2\lambda - \frac{1}{4}\pi\right)}{\sqrt{\lambda\pi}}\left\{\frac{1^2}{4}\left(\frac{1}{4\lambda}\right)^2 - \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{4 \cdot 8 \cdot 12}\left(\frac{1}{4\lambda}\right)^3 \mp \cdots\right\},$$

oder in anderer Form

$$83)\quad \overset{0}{J}(\lambda) = \frac{\cos\left(2\lambda - \frac{1}{4}\pi\right)}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - \frac{9}{512\,(\sqrt{\lambda})^5} + \frac{3675}{524288\,(\sqrt{\lambda})^9} \mp \cdots\right\}$$
$$+ \frac{\sin\left(2\lambda - \frac{1}{4}\pi\right)}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{1}{16\,(\sqrt{\lambda})^3} - \frac{75}{8192\,(\sqrt{\lambda})^7} + \frac{297675}{41943040\,(\sqrt{\lambda})^{11}} \mp \cdots\right\}.$$

Diese Gleichung stimmt mit der von Hansen gegebenen (Gleichung 54) vollständig überein; derselbe leitete sie jedoch auf anderem Wege (mit Hilfe der Differentialgleichung) ab.

Am Schlusse des angeführten Werkes stellt Schlömilch ein Theorem auf, welches von der Entwicklung einer beliebigen Funktion in eine nach Bessel'schen Funktionen fortschreitende Reihe handelt. Dasselbe ist nahe mit dem Fourier'schen Satze verwandt und unter dem Namen Schlömilch'scher Satz allgemein bekannt. Seinen Beweis gibt auch Lommel in seinem oben citierten Werkchen: «Studien über die Bessel'schen Funktionen». (§ 20. Seite 73.)

Geht man von der bekannten für $h \geqq z \geqq o$ geltenden Entwicklung aus

$$F(z) = \frac{1}{2} A_0 + A_1 \cos\frac{\pi z}{h} + A_2 \cos\frac{2\pi z}{h} + \cdots,$$

wo

$$A_n = \frac{2}{h}\int_0^{\infty h} F(u) \cos\frac{n\pi u}{h}\, du$$

ist,

und setzt darin

$$h = \frac{1}{2}\pi,\ z = \lambda x,$$

so erhält man die Gleichungen:

$$F(\lambda x) = \frac{1}{2} A_0 + A_1 \cos 2\lambda x + A_2 \cos 4\lambda x + \cdots$$

$$A_n = \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} F(u) \cos 2nu\, du,$$

welche gültig sind für $\frac{1}{2}\pi \geqq \lambda x \geqq 0$.

Multipliziert man ferner obige Gleichung für $F(\lambda x)$ mit

$$\frac{2}{\pi}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

und integriert zwischen den Grenzen $x = 0$ und $x = 1$, so entsteht:

$$84)\quad \frac{2}{\pi}\int_0^1 \frac{F(\lambda x)}{\sqrt{1-x^2}}dx = \frac{1}{2}A_0 + A_1 \overset{0}{J}(\lambda) + A_2 \overset{0}{J}(2\lambda) + A_3 \overset{0}{J}(3\lambda) + \cdots,$$

und es gilt diese Gleichung von $\lambda = 0$ bis $\lambda = \frac{1}{2}\pi$, weil x die Einheit nicht überschritten hat. Nimmt man weiter:

$$85)\quad \frac{2}{\pi}\int_0^1 \frac{F(\lambda x)}{\sqrt{1-x^2}}dx = f(\lambda),$$

so ergibt sich durch Differentiation nach λ:

$$f'(\lambda) = \frac{2}{\pi}\int_0^1 \frac{x F'(x\lambda)}{\sqrt{1-x^2}}dx.$$

In dieser Gleichung schreibt man mit Schlömilch s statt x, μt statt λ, multipliziert beiderseits mit

$$\mu\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$$

und integriert nach t zwischen den Grenzen $t = 0$ und $t = 1$. Man erhält durch diese Operation:

$$\frac{2\mu}{\pi}\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}\int_0^1 \frac{s\,F'(\mu s t)}{\sqrt{1-s^2}}\,ds = \mu\int_0^1 \frac{f'(\mu t)}{\sqrt{1-t^2}}dt = F(\mu) - F(o)$$

nach einem von Abel herrührenden Satze. Den Beweis für dessen Richtigkeit gibt Schlömilch ebenfalls in seiner Abhandlung (siehe Seite 156 und 157).

Für $\lambda = o$ gibt Gleichung 85)

$$F(o) = f(o),$$

mithin:

$$86) \quad F(\mu) = f(o) + \mu\int_0^1 \frac{f'(\mu t)}{\sqrt{1-t^2}}\,dt.$$

Wir schreiben nun in Gleichung 84) $f(\lambda)$ für die linke Seite, drücken rechts F(u), welches in A_n enthalten ist, vermittelst der vorstehenden Gleichung 86) durch (u) aus, und gelangen somit zu dem Satze, dass die beliebige Funktion $f(\lambda)$ unter der Bedingung

$$\frac{1}{2}\pi \geqq \lambda \geqq 0$$

in die Reihe

$$87) \quad f(\lambda) = \frac{1}{2}A_o + A_1 \overset{0}{J}(\lambda) + A_2 \overset{0}{J}(2\lambda) + \cdots$$

entwickelt werden kann, wenn die Koeffizienten A nach der Formel

$$88) \quad A_n = \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} u\cos 2nu\,du\int_0^1 \frac{f'(u t)}{\sqrt{1-t^2}}\,dt$$

bestimmt werden.

Durch Differentiation nach λ, wobei die Formel

$$\frac{d\overset{0}{J}(\lambda)}{d\lambda} = -\overset{1}{J}(\lambda)$$

anzuwenden ist, und $f'(\lambda) = F(\lambda)$, sowie $-2n\,A_n = C_n$ sein möge, erhält man ein zweites Theorem

$$89) \quad F(\lambda) = C_1 \overset{1}{J}(\lambda) + C_2 \overset{1}{J}(2\lambda) + C_3 \overset{1}{J}(3\lambda) + \cdots$$

wobei die Koeffizienten C nach der Formel:

$$90) \qquad C_n = -\frac{8n}{\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} u \cos 2nu\, du \int_0^1 \frac{F(ut)}{\sqrt{1-t^2}}\, dt$$

zu bestimmen sind.

Lommel zeigte, dass allgemein auch die Entwicklung

$$91) \qquad f(\lambda) = B_1 \overset{m}{J}(\lambda) + B_2 \overset{m}{J}(2\lambda) + B_3 \overset{m}{J}(3\lambda) + \cdots$$

wobei ist:

$$92) \qquad B_n = 2 \cdot (-1)^m \cdot n^m \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} u \cos 2nu\, du \int_0^1 \frac{f'(ut)}{\sqrt{1-t^2}}\, dt$$

unter der Bedingung $\frac{\pi}{2} \geqq \lambda \geqq o$ gültig ist.

Die vorher angeführte Reihe ist ein Specialfall der Entwicklung 91); nämlich für $m = 1$ wird aus Gleichung 91) die Gleichung 89) und Gleichung 92) geht unter Berücksichtigung der gemachten Voraussetzungen in Gleichung 90) über.

Damit möge vorliegender Aufsatz abgeschlossen sein. Wie sich die Bessel'sche Funktion erster Art durch die Untersuchungen von Lommel, C. Neumann, Lipschitz und anderen weiter entwickelte, werde ich in einer zweiten Arbeit zu schildern versuchen. Dabei werde ich auf ihr Verhältnis zu den Kugelfunktionen näher eingehen, die Funktion mit negativ-gebrochenem Index untersuchen und ihre Darstellung als Summenformel nach Hankel geben. Ferner sind die Bessel'sche Funktion II. Art, ihre Differentialgleichung und ihre Beziehungen zu derjenigen I. Art zu betrachten, und schliesslich sind die von Schläfli eingeführten Hülfsfunktionen

$$\overset{n}{K}(x).\ \overset{n}{S}(x),\ \overset{n}{T}(x) \text{ u. s. w.}$$

zu berücksichtigen, und darauf die neuesten Arbeiten von Heine. Gegenbauer, Graf, Hurwitz und anderen einer Betrachtung zu unterziehen.

Benutzte Quellen und Werke.

Fourier: Théorie analytique de la chaleur. Seite 369. ff. Paris 1822.

Poisson: Sur la distribution de la chaleur dans les corps solides Journal de l'école polyt. Cahier 19. Seite 349. Paris 1823.

Bessel: Analytische Auflösung der Kepler'schen Aufgabe. Abh. der Berl. Akademie der Wiss. aus dem Jahr 1817.

Bessel: Untersuchung des Theils der planetarischen Störungen, welcher aus der Bewegung der Sonne entsteht. Abh. der Berl. Akad. der Wiss. aus dem Jahr 1824.

Jacobi: Formula transformationis integralium definitorum. Crelles Journal. Band 15. 1836.

Hansen: Ermittelung der absoluten Störungen in Ellipsen von beliebiger Excentricität und Neigung. 1. Teil. Schriften der Sternwarte Seeberg. Gotha 1843.

Anger: Untersuchungen über die Funktion $\overset{h}{J}(k)$, mit Anwendungen auf das Kepler'sche Problem. Neueste Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig. Danzig 1855.

Schlömilch: Über die Bessel'sche Funktion. Zeitschrift für Mathematik und Physik. II. Jahrgang. Leipzig 1857.

C. Neumann: Theorie der Bessel'schen Funktionen; ein Analogon zur Theorie der Kugelfunktionen. Leipzig 1867.

Lommel: Studien über die Bessel'schen Funktionen. Leipzig 1868.

Errata.

Seite 208: Gleichung 9): ist als untere Grenze des ersten Integrals 0 zu setzen.

Seite 209: Zeile 23 und 24: soll es statt a richtig a_p heissen.

Seite 216: Zeile 14 soll es richtig heissen $\Pi(0) = 1$.

Seite 221: In Gleichung 30: ist auf der rechten Seite $= 0$ zu setzen.

A. Baltzer.

Ist das Linththal eine Grabenversenkung?

Eingereicht den 18. Dezember 1894.

»Das Linththal im Kanton Glarus, zwischen Stachelberg und Glarus, wird von Parallelverwerfungen beiderseits begleitet, zwischen welchen ein breiter Streifen des Gebirges grabenartig in die Tiefe gesunken ist.« So beginnt A. Rothpletz den ersten Abschnitt seines jüngst erschienenen Werkes[1]), der den Titel führt: »Die Grabenbrüche des Linththales« und durch 5 geologische Profile und Textfiguren erläutert wird.

Diese Arbeit erregte mein lebhaftes Interesse, da ich vor 21 Jahren diese Gegend ausführlich in einer Erstlingsarbeit[2]) monographisch behandelt habe. Grabenbrüche hatte ich allerdings damals nicht beobachtet, allein ich musste mir sagen, dass Irrthum meinerseits wegen mangelnder tektonischer Erfahrung nicht ausgeschlossen war. Seither ist mir in der Praxis manche Spalte vorgekommen, und habe ich in's Besondere die Grabenbrüche des Rheinthals, sowohl auf der Vogesen- wie auf der Schwarzwaldseite, unter der kundigen Führung von A. Leppla und C. Schmidt kennen gelernt. Die neue und unerwartete Deutung des Linththals, der der Autor grosse theoretische Wichtigkeit beilegt, erweckte daher den lebhaften Wunsch in mir, mich persönlich zu überzeugen, und so ist die nachfolgende Kontrolluntersuchung zu Stande gekommen.

Dass auf beiden Seiten des Linththals die Formationen im Allgemeinen verkehrt liegen, nämlich Eocän unten, darüber Malm und Verrucano setze ich ebenso wie die Beziehungen zur Glarner-

[1]) Geotektonische Probleme, 1894, Stuttgart, E. Schweizerbart'sche Verlagshandlung.

[2]) Der Glärnisch etc. 1873, Zürich, C. Schmidt.

doppelfalte als bekannt voraus. Jeder Besucher des Linththales erinnert sich wohl an die etagenförmig ansteigende Kalkmauer zwischen Luchsingen und Schwanden, über welche der *Steinigerbach*, der *Schwechetenbach*, besonders schön aber der *Leuggelbach* bei dem gleichnamigen Dörfchen, in Kaskaden herabfallen. Der Malm dieser Wand (Rothpletz fasst sie durchgängig als solchen auf) falle nun nicht konkordant den andern Formationen flach in den Berg ein, sondern sei eine durch die «*Grabenspalte*» abgetrennte, gesunkene und nur coulissenartig angelehnte Scholle, wie in 3 reellen Profilen (Einlage I, Fig. I, II, III) des Näheren dargestellt ist.

An andern Orten wird darauf hingewiesen, wie schon a priori Spalten wahrscheinlich sind, weil die untere Grenz- resp. Überschiebungsfläche der Verrucanodecke auf der rechten Thalseite der an der linken in Neigung und Streichen nicht genau entspricht. Da die beiden Deckenstücke indessen hier um circa 4—5 km durch das Linththal getrennt sind, so ist ihre Inkongruenz *a priori* auch durch Verbiegung erklärbar, um so eher, als im Übrigen das Gebiet nicht den Typus eines Schollengebirges, sondern den eines Faltengebirges trägt.

Zum Verständnis des Folgenden benutze man ausser der Profiltafel I von Rothpletz mein geologisches Specialkärtchen des Glärnisch in 1 : 50000, welches, abgesehen von kleinen Veränderungen, die die 1877 revidierte Topographie nöthig macht, auch heute noch im Ganzen richtig ist; oder man nehme Blatt 14 der geologischen Karte der Schweiz (für die Topographie Blatt Linththal, Nr. 400 des Siegfriedatlas).

Dem Hauptprofil durch das Luchsingertobel kommt nach Rothpletz eine entscheidende Wichtigkeit zu.

1. Profil Luchsingertobel (vergl. bei Rothpletz Taf. I, 3).

Von Luchsingen aufwärts steht ein System von Schiefern und kompakten Bänken an, die allseitig als Flysch anerkannt worden sind. Hierauf folgt eine 10 m mächtige Malmbank (vom Typus des Lochseitenkalks), mit der ich den Malm beginnen lasse. An ihrer Basis kommt das Luchsinger Schwefelwasser hervor. Der dichte, flammig gestreifte und geaderte Kalk ist, wie ich schon vor 20 Jahren hervorhob, mechanisch metamorpher Malm. Ich habe damals den Begriff des *mechanischen Metamorphismus*[1]) aus ihm geschöpft, den ich als eine mechanische (nicht chemische) Veränderung definierte, die sich

[1]) Glärnisch pag. 97.

theils auf die feinste Textur (Marmorisirung, weissliche Flecken und Flammen, weissliche Streifen, Wachsglanz), theils auf das Auftreten von brecciöser Zertrümmerung, rhomboedrischer Zerspältelung, Quetschlagen etc. bezieht. In Folge davon wechseln kompaktere, oft langgestreckte, linsenförmige und schiefrige Partien miteinander ab oder es sind auch lokal festere Kerne von ganz gelockertem und selbst zersplittertem Material umgeben (vergl. beistehende Figur).

Kataklase im Malmkalk, Luchsingertobel.

Die über der erwähnten Bank bei der Schwefelquelle folgenden wegen der Metamorphose petrographisch schwankenden Schichten sehe ich auch als Malm an. Es wechseln hier Kalkschiefer, deren Lamellen oft glänzende Oberfläche zeigen, mit kompakteren, helleren, dichten, oft wachsartig glänzenden Kalken (im folgenden kurz als Wachskalke bezeichnet). Zwei Bänke mit reichlichem Pyritgehalt und daher gelblicher Verwitterungsrinde, auch mit Ankeritadern, erinnern an *Nummulitenkalk*, doch konnte ich Nummuliten nicht genügend sicher konstatiren. Auf die petrographischen Differenzen dieser Kalke, die wie schon erwähnt, hochgradig metamorph sind, lege ich für die Stratigraphie kein grosses Gewicht.

Hierauf folgt *Sernifit*, *Röthidolomit* und *Lias* in regelmässiger Überlagerung, solange man längs des Weges beobachtet.

Der *Verrucano* tritt theils als gneissig gequetschtes Konglomerat (unterhalb des Pfades), theils in Form von grünlichen, röthlichen und dunkeln *Sernftschiefern auf*. Der Dolomit ist dicht und grau, zellige Rauhwacke sah ich nicht.

Besonders hervorzuheben ist der Umstand, dass der Lias in den untersten Bänken über dem Röthidolomit röthlich gefärbt ist, weiter oben die gewöhnliche Glärnischfacies zeigt, die im nahen belemnitenreichen Bösbächitobel besonders schön entwickelt ist.

Ich konstatire, dass meine alte Aufnahme (Glärnisch, Profiltafel Fig. IV) sich im Ganzen als richtig erweist[1]).

[1]) Unrichtig sind dagegen meine Luftsättel, nachdem Heim die Fortsetzung der Kreidefalten in der Silberen und ihre daselbst umbiegenden Enden nachwies. Die Sättel müssen sich nach Osten öffnen, statt nach Westen; das

Die Grabenspalte von Rothpletz auf der linken Seite des Luchsingertobels.

Rothpletz sagt «in vollkommen sicherer Weise wird die Existenz dieser Verwerfung in dem nahen Luchsingerthälchen erwiesen, wo dieselbe auf beiden Thalseiten ausstreicht und man wirklich die Hand darauf legen kann . . .» «Der Kontakt zwischen Kalk und Sernifit ist gut aufgeschlossen und bildet eine längere vielleicht nach Osten etwas überkippte Fläche, die N 25 ° O streicht, also das Thälchen durchquert und auf seinen beiden Flanken sichtbar wird . . .» «Übrigens macht sich in den Sernifitbänken eine kleine Umbiegung nahe der Spalte bemerkbar, welche als Schleppung infolge des Absinkens der östlichen Gebirgsscholle aufgefasst werden kann.» (Vergl. Einlage I, Profil III.)

Indem Rothpletz diese reelle Verwerfung mit ähnlichen in der Tschingelbach- und Vorbachruns in Verbindung setzt, über deren thatsächliche Existenz er sich schon etwas reservirter ausdrückt, gelangt er zur Konstruktion einer circa 2 Stunden langen Grabenspalte mit Sprunghöhe von mehreren hundert Metern.

Dem gegenüber lege ich folgende Thatsachen fest und fordere zur Prüfung derselben auf:

1. Was Rothpletz als Verrucano an der Verwerfung (Tafel I, Profil 3) bezeichnet und im Text angiebt, ist *nicht* Verrucano, sondern etwas röthlich gefärbter Lias.

2. Was er als Schleppung am Malm bezeichnet und sehr ausgiebig darstellt, ist, wie aus dem Wechsel des Materials hervorgeht, nicht Schichtenschleppung, sondern *Klüftung*. Die wirklichen Schichtbänke des Lias schneiden diese Schleppung.

3. Eine Verwerfungsspalte auf der linken östlichen Seite des Thälchens, wodurch Lias und Malm aneinander stossen, ist vorhanden, aber die nähere Untersuchung lehrt, *dass sie ganz lokaler Natur ist*. Sie stellt sich als ein durch Reibungsbreccie und rothe Erde ausgefüllter

---

ändert aber nichts daran, dass der Glärnisch ein liegendes Faltensystem mit Wiederholungen in der Kreide ist, wie ich es erwiesen habe. Mein Irrthum erklärt sich daraus, dass im Glärnischstock selbst keine Umbiegungen sichtbar sind, a priori war ich also eben so gut berechtigt die Oeffnung der Luftsättel nach Westen anzunehmen. Im Uebrigen haben alle Forscher, die nach mir den Glärnisch wirklich untersuchten, die Realität der liegenden Schichtenfaltung anerkannt, nur Pfaff und Diener (Gebirgsbau der Westalpen pag. 75), die nicht untersuchten, erklären, es brauche «für einzelne dieser Schlingen einen geologischen Wunderglauben».

Riss dar. Man kann in ihm etwa 60 m gerade hinaufklettern, bis ein gewaltiger den Absturz drohender Breccienfels sich in den Weg stellt, und man kann dabei konstatiren, was soeben unter 1, 2 und 3 gesagt wurde.

Ich habe mich aber ferner überzeugt, dass weiter oben der Lias *ungestört* in ungebrochenen Bänken über die Knickstelle herüber läuft, *der Riss sich also nicht nach oben fortsetzt, sondern bald aufhört.*

Ich habe mich ferner überzeugt, dass der Verrucano, *der an der Knickstelle ausbleibt,* sich in kurzer Entfernung östlich des Knicks (in der nächsten östlichen Seitenschlucht) *wieder aufthut,* sich ungestört fortsetzt und etwas oberhalb der Hütte *Brand* durchstreicht.

In der Breccie habe ich eckige Malm- und Liaskalkbruchstücke konstatirt; die rothe Erde stellt den in der Kluft ganz vermahlenen Verrucano und rothen Liaskalk dar.

Besagter Knick (an dem sich der Malm, wenn ich nicht irre, etwas herunterbiegt) setzt sich auf der Südseite des Luchsingertobels fort, wo er undeutlich wird und bald aufhört.

In Summa: Wir haben hier eine circa 150 Meter lange *lokale* Stauchung und Knickung, verbunden mit Zerreissung und Verschiebung der Schichten, wie solches im kleinsten Maassstab am Fusse der Flyschwand des Leuggelbachwasserfalles im Flysch vorkommt.

Hierin einen Beweis für eine gewaltige stundenlange Grabenspalte zu finden, blieb der Phantasie von A. Rothpletz vorbehalten. Zum Theil grössere Brüche kenne ich von früher her noch an andern Stellen des Glärnisch, z. B. auf der Westseite oberhalb Alp Werben (vergl. Glärnisch Profiltafel, Fig. IV und VIII).

Wir wollen nun die »Grabenspalte«, immer an der Hand der Profile ihres Autors, weiter gegen Osten verfolgen, wo tief eingeschnittene Runsen gute Aufschlüsse in die »angelagerte Scholle« versprechen.

Steinigerbachruns.

Dort, wo der Pfad in der Gegend von *Brand* in nordnordöstlicher Richtung unterhalb der kleinen *Verrucanowand* durchläuft, wurde in der genannten Runse unter grünlichem *Verrucano* zunächst Blockschutt, dann *eocäner Schiefer* und 2,5 m *Nummulitenkalk*[1]) (Fall W

[1]) Die Nummuliten sind z. Theil zerquetscht, was ich bemerke, weil Rothpletz anführt, es kämen in dieser Region keine ausgezogenen Petrefakten vor.

«besonders der nur einzeln gemachten kleinern Entdeckungen, in die «Archive der Gesellschaft; im andern kräftige Aufmunterung und Beför- «derung derselben, z. B. durch Subskriptionen auf Werke, die ohne dies «sonst nicht zu Stande kommen würden, durch freundschaftliche Anzeige «und Mittheilung aller dazu nöthigen Hülfsmittel u. s. w. und Wegweisung «zu ihrer gehörigen Benutzung u. s. w.»

Thatsächlich wurde damals die „Allgemeine helvetische Gesellschaft der Freunde der vaterländischen Physik und Naturgeschichte" gegründet, der Fall der alten Eidgenossenschaft hinderte aber auf Jahre hinaus ihren Fortgang.

Ich habe in der citierten Festschrift aktenmässig nachgewiesen, wie Wyttenbach den Gedanken der Gründung einer solchen Gesellschaft auch von 1802—1814 weg nie aus den Augen verloren und sich mit Ost und West zu diesem Zwecke in Verbindung gesetzt hat. Erst der 6. Oktober 1815 sollte zum Gründungstag der allgemeinen schweizer. Naturforsch. Gesellschaft werden.

So waren endlich die Anstrengungen Wyttenbachs und Studers durch die Aufopferung und Hingebung des Genfers Gosse gekrönt worden.

Die bern. Naturforschende Gesellschaft deponierte in ihrem Archiv, das Wyttenbach verwaltete, Bücher und Abhandlungen aller Art.

In der 4. Sitzung der Jahresversammlung in Genf vom 28. Juli heisst es im Protokoll: [1])

«Da die Anzahl der Bücher, welche die Gesellschaft geschenksweise «erhalten, sich nach und nach vermehrt hat, wodurch es notwendig wird, «einen centralen Ort zu wählen, wo diese Bücher und Schriften aufbewahrt «werden könnten:

«*So ward die Stadt Bern zum Lokale dieser Bibliothek oder dieses «Centralarchivs bestimmt.*»

3te Zusammenkunft zu Basel: Juli 25, 1821.

Ein von Hrn. Pfr. Wyttenbach entworfenes Regulativ über die Verwahrung und Benützung des in Bern anzuordnenden Archivs der Gesellschaft wird mit einigen geringen, vom Komitee zweckmässig erachteten Abänderungen vorgelegt.

Mit vielem Dank gegen Hrn. Wyttenbach wird dieses Regulativ genehmigt und soll dasselbe nebst dem Inventar des Archivs gedruckt und den Mitgliedern zugestellt werden.

Pag. 53 folgt III. Regulativ für das Central-Archiv der allgemeinen schweiz. Gesellschaft für gesamte Naturwissenschaften. Die wesentlichsten Bestimmungen sind folgende

I. Anordnung und Zweck.

1. Alle der Gesellschaft gehörenden Bücher, Schriften, Abhandlungen und andere Gegenstände, welche sie wirklich besitzt und ferner geschenksweise oder auf andere Art erhalten wird, sollen in einem Central-Archiv aufbewahrt werden.

2. bestimmt den Gebrauch und die Benutzung.

---

[1]) Siehe Verzeichnis sämtlicher Mitglieder der allgem. schweiz. Ges. für gesamte Naturwissenschaften. Auszüge aus dem Protokoll der Sitzungen der Gesellschaft etc. pag. 51. Es findet sich dort ein Fehler: es soll heissen 1820, 28. Juli und nicht 1822, 28 Juli.

3. Für den Ort dieses Archivs ist die Stadt Bern bestimmt, allwo die dortige Naturforsch. Gesellschaft dasselbe einem eigenen Direktorial-Komitee übergibt. Der Bibliotheks-Direktion dieser Stadt verdankt auch die Gesellschaft eine dem Archive angewiesene Stelle im öffentlichen Museum.

4. Das Direktorial-Komitee hat Befugnis, alles das Archiv Betreffende nach bester Einsicht zu besorgen, die Bücher anständig binden zu lassen, und Briefporti und andere nötige Ausgaben der Gesellschaft auf Rechnung zu bringen.

II. handelt über die Bereicherung der Bibliothek,

III. über die Benutzung.

Der nämlichen Druckschrift ist beigegeben:

IV. Erstes Inventarium des Archivs. 1821.

Es zählt 44 Bücher und Manuskripte und 3 Portraits.

Regulativ und Inventar, deutsch und französisch, wurden separat ausgegeben und den Mitgliedern zugestellt.

Als Beigabe zur Eröffnungsrede des Präsidenten der 8ten Jahresversammlung der schweiz. Naturforsch. Gesellschaft Bern 1823 findet sich pag. 31:

Rapport über das Archiv der Gesellschaft im Juli 1822 von J. S. Wyttenbach, Pfarrer zum heil. Geist. Danach hat die Stadt-Regierung für das Archiv einen sehr schönen, geräumigen und bequemen Schrank verfertigen und an einer ehrenvollen und für immer sichern Stelle in einem der Säle des öffentlichen Museums aufstellen lassen.

Pag. 34 findet sich der Rapport für 1823 vom 26. Juni 1823, der über die bescheidene Vermehrung des Archivs Auskunft gibt. In der Jahresversammlung in Aarau 1824 kann wieder von einer bedeutenden Mehrung der Bibliothek berichtet werden; in derjenigen von Solothurn vom 28. Juli 1825 wurde dem Archivar Wyttenbach in Bern zum Behufe des Einbindens etc. ein Kredit von L. 25 eröffnet. Dies ist die erste Subvention an Geld von seiten der allgem. schweiz. Gesellschaft. [1]) Pro 1826 erhielt Wyttenbach schon Fr. 60. — und in der Mitgliederliste Solothurn 1826 figuriert als Archivar und Bibliothekar der Gesellschaft: Hr. Pfarrer Wyttenbach, zum heil. Geist, in Bern. In den Statuten der Gesellschaft von 1826 und 1827 ist vom Archiv und der Bibliothek nichts erwähnt. Wir treffen in den Verhandlungen erst wieder auf eine Notiz im Bericht über die Jahresversammlung in Lausanne vom 30. Juli 1828, wo unter No. 34 erwähnt wird, wie Dekan Wyttenbach wegen vorgerückten Alters und Gebrechlichkeit seine Entlassung als Archivar verlangt:

«Mr. le président propose à l'assemblée d'exprimer au digne Doyen «Wyttenbach la reconnaissance de la société pour la manière distinguée «dont il s'est acquitté de la tâche qui lui avait été imposée et ses regrets «de ce qu'il ne puisse pas continuer à la remplir. Cette proposition est «accueillie avec acclamation et *on décide de prier la société cantonale de «Berne de se charger du soin des archives.*»

Für das Jahr 1829 übernahm Hr. Apotheker B. Studer die Besorgung des Archivs, und von 1829 an Dr. A. Otth [2]) bis zum Jahr 1838. 1832 wurden in Genf die Statuten und das Reglement für das Archiv

[1]) Verhandlungen 1825 pag. 45.

[2]) Adolf Otth Dr. med. (2 IV. 1803—16 V. 1839), eifriger Naturforscher, starb auf einer Orientreise an der Pest in Jerusalem.

neu gedruckt. In den Verhandlungen 1835 (Aarau) wird als Archivar angegeben: „die Kantonalgesellschaft in Bern und in deren Namen Hr. Dr. A. Otth in Bern". A. Otth nahm sich des Archivs sehr energisch an und publizierte das „Verzeichnis der gegenwärtig im Archiv der allgemeinen schweiz. Gesellschaft für die gesamten Naturwissenschaften sich befindlichen Bücher und Bildnisse." Aarau 1835. 30 S. An seine Stelle trat Hr. L. R. v. Fellenberg, welcher der Jahresversammlung 1839 in Bern einen Bericht vortrug [1]), der in folgenden Anträgen gipfelte:

1) Die in einer grossen Zahl von Exemplaren im Archiv vorhandenen Schriften sollen nach Verhältnis der Zahl der Mitglieder unter die verschiedenen Kantone verteilt werden.

2) Der Archivar soll die zu leihenden Bücher erst abliefern, wenn er die Quittung in der Hand hat.

3) Die Jahresberichte (Verhandlungen) sollen mit französischen Lettern und im gleichen Format gedruckt werden. Als Muster gelten die Verhandlungen von Basel.

An dieser Jahresversammlung in Bern nahm Rudolf Wolf teil, der damals wohl noch kaum ahnte, dass Bern schon im Herbst seine zweite Heimat werden sollte. Hier will ich gleich ein kleines Intermezzo einschalten. Aus den Verhandlungen der Jahresversammlung in Freiburg 1840 entnehme ich folgende Stelle: [2])

«8. M. le prof. Schinz ayant fait l'observation qu'il devait y avoir «un déficit dans la caisse de feu M. Otth de Berne, ancien archiviste de «la société, M. L. R. de Fellenberg donne à ce sujet quelques explications «desquelles il résulte que M. Otth a remis, avec le compte précédent, un «solde de 17 fr. 40 cts., mais qui se trouve réduit à 7 fr. 30 cts. et qu'il «ne peut expliquer dès-lors sur quoi peut se baser la somme de 82 fr. «5 cts., portée au compte de l'archiviste par M. Escher de la Linth, fin «Décembre 1839. — Là-dessus M. Em. de Fellenberg de Hofwyl déclare que «la section de Berne couvrira le déficit, si, après dues recherches, il est «constaté.»

Als L. R. v. Fellenberg zum Professor der Chemie an der Akademie in Lausanne ernannt wurde, trat an seine Stelle als Sekretär der bern. Naturforschenden Gesellschaft und zugleich als Archivar der bern. und der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft Rudolf Wolf, damals Lehrer an der Realschule in Bern. Schon in den Verhandlungen zu Zürich 1841 figuriert er als Archivar der Gesellschaft. Um im Archiv beider Gesellschaften definitiv Ordnung zu schaffen, wurden von der bern. Naturforschenden Gesellschaft folgende zwei Punkte zum Beschluss erhoben:

«1) Der Archivar hat alljährlich in der Sitzung der bernischen Ge«sellschaft, welche dem Feste der allgemeinen Gesellschaft vorangeht, einen «Bericht abzugeben, damit die Delegierten im stande sind, etwaige Anträge «am Feste zu stellen;

«2) soll dem Archivar zum Betrieb des Archivs ein jährlicher Kre«dit zur Disposition gestellt werden, den man durch freiwillige, per Cir«kular zu erhaltende Beiträge noch vermehren will.»

Mit dem letzten Punkt wird gleich begonnen und Wolf eine dem dannzumaligen Kassenstand angemessene Summe angewiesen.

[1]) Siehe Verhandlungen 1839.
[2]) Verhandlungen 1840 pag. 34.

An der Jahresversammlung in Altdorf 1842 erstattete Wolf seinen ersten Bericht und ersuchte um Mittel zur Vervollständigung der Bibliothek. Er erstellte für das Jahr 1843 einen neuen Katalog der Bibliothek; der Centralpräsident H. Escher von der Linth erteilte die Kompetenz, ihn drucken zu lassen. Im „Bericht der bernischen Naturforschenden Gesellschaft“ an die schweiz. Naturforschergesellschaft über das Archiv, den natürlich Wolf verfasst hat, wird zuerst auf den Tauschverkehr hingewiesen, den hauptsächlich Prof. Valentin mit Prof. Fellenberg angebahnt hatten; sodann führt man für Bestimmung an: „La société cantonale de Berne est chargée du soin des archives; elle devra faire relier proprement les livres etc.“, welche bisher nötige Mittels an Mitteln jahrelang nicht ausgeführt worden sei. Die Bibliothek zähle 500 starke Bände und habe sich seit dem Druck des letzten Katalogs verdoppelt. Weniger bedeutend sei die Sammlung von Karten und Manuskripten gewachsen, während die Bildnissammlung sich seit dem letzten Spätjahr verfünffacht habe. Der Bericht enthält folgende Anträge:

1) Dem Archivar seien 50 Franken angewiesen um Buchbinder und Portokosten zu bezahlen, anderseits den Druck des Katalogs möglich zu machen.

2) Die nicht unbeträchtlichen Vorräte der Gesellschaftsberichte von Freiburg und Zürich sollen wie die Denkschriften buchhändlerisch vertrieben werden.

3) Den Mitgliedern soll die alte Bestimmung in Erinnerung gerufen werden: La société espère que ses membres voudront bien enrichir ses archives des livres ou des écrits moins étendus qu'ils publieront sur des objets relatifs aux sciences naturelles.

4) Damit die Bibliothek des Archives immer mehr zu einer „Bibliothek der Naturwissenschaften für die gesamte Schweiz“ anwachse, ist öffentlich auszusprechen, dass der Gesellschaft auch jedes Geschenk älterer naturwissenschaftlicher, namentlich die Schweiz betreffender oder von Schweizern verfasster Werke sehr willkommen sei.

Eine definitive Beschlussfassung über die Geldmittel wurde damals vertagt. Im Bericht pro 1843 verlangt Wolf aufs neue eine Subvention für die Bibliothek und wünscht besonders auch, dass im Interesse des Tauschverkehrs der Druck der Jahresverhandlungen jeweilen im November des betreffenden Jahres beendigt sein möchte. Auf den Katalog, betitelt: «Verzeichnis der im Archiv der schweiz. Naturforsch. Gesellschaft sich «bildenden Bibliothek, nach dem Wunsch der Gesellschaft herausgegeben «von R. Wolf, Archivar, Bern 1843. 52 S.» . . . , muss ich noch mit einigen Worten zurückkommen.

Besonders bemerkenswert ist die Einleitung. Wolf sagt:

«In den ersten Jahren äufnete sich unter der Leitung des ehr«würdigen Wyttenbach Inhalt und Benutzung des Archivs; als aber «Wyttenbach älter wurde, sich 1828 gänzlich zurückzog und die neuen «Archivare unterliessen, jährliche Berichte über das Archiv an die Ge«sellschaft einzusenden, ging das Interesse für dasselbe nach und nach «verloren, — man benützte es nicht, fing an, die in ihm niedergelegten «Geschenke als vergraben anzusehen. — Manche vergassen sogar die ganze «Bibliothek förmlich.» Mit diesen Worten ist trefflich die erste Periode der Geschichte unserer Bibliothek bis auf Wolf charakterisiert. Wolf führte auch zur Bequemlichkeit der Benützer eine bestimmte Bibliothek-

stunde, Mittwoch nachmittags 2 Uhr, ein. In der Jahresversammlung in Chur gehen Wolfs Anträge fast ganz durch; es wird ihm zur Vervollständigung von Büchern und Zeitschriften ein Kredit von 160 Franken bewilligt. Viele Buchhandlungen, wie Dalp in Bern, Huber in St. Gallen, Huber in Bern, Jent & Gassmann in Solothurn, Orell in Zürich, Sauerländer in Aarau, Schweighauser in Basel hatten, auf Wolfs Initiative hin, die Bibliothek mit wertvollen Büchergeschenken bedacht; ihnen wird der Dank der Gesellschaft votiert. Vom Druck eines Supplements zum Katalog wird vorläufig abgesehen, obgleich dasselbe notwendig gewesen wäre. An der Jahresversammlung in Genf 1845 wehrt sich Wolf von neuem dafür, dass doch das Format der Verhandlungen ein gleichmässiges und letztere in genügender Anzahl gedruckt werden. Nach seinem Bericht war die Bibliothek in einem von der Stadtverwaltung unentgeltlich bewilligten, geräumigen und trockenen Lokal im Erlacherhof aufgestellt. Sie zählt bereits 965 Bände; davon wurden von Mitgliedern der bern. Gesellschaft seit 1841 allein 439 gestiftet. Geld verlangt Wolf keines, da sein Kredit noch nicht völlig aufgebraucht ist; hingegen wünscht er einen neuen Bücherschrank. Nach dem Bericht von 1846 beträgt der Bücherbestand 1100 Bände; Wolf erhält einen neuen Kredit von Fr. 100, und es wird ihm für „die musterhafte Besorgung der Bibliothek und der Archive und seine vielfältigen grossen Bemühungen der verbindlichste Dank der Gesellschaft ausgesprochen". In der nämlichen Jahresversammlung von Winterthur waren die Statuten revidiert worden. Neu ist besonders der Abschnitt VII Bibliothek:

§ 22. Die Bücher, Schriften, Abhandlungen und andere Gegenstände, welche die Gesellschaft jetzt besitzt, sowie diejenigen, welche sie in der Folge als Geschenke oder auf irgend eine andere Weise erhalten dürfte, sollen sorgfältig gesammelt und aufbewahrt werden und bilden die Bibliothek der Gesellschaft. Alle Mitglieder haben Anspruch auf die Benutzung derselben. „Die nähern Bestimmungen über die Bibliothek, deren Besorgung und Benutzung, bleiben einem eigenen Reglemente überlassen". Dieses Reglement über die Bibliothek zählt 12 § und teilt sich in zwei Teile:

1. Einrichtung; 2. Benützung.

§ 3 lautet: die Bibliothek soll in Bern aufbewahrt werden.

§ 4. Die naturforschende Gesellschaft von Bern ist mit der Besorgung der Bibliothek beauftragt und wählt zu diesem Zwecke aus ihrer Mitte einen Bibliothekar.

§ 5. Die Kosten, welche der Unterhalt der Bibliothek erfordert, werden von der allgemeinen Gesellschaft getragen. Der Bibliothekar hat darüber genaue Rechnung zu führen und dieselbe jährlich dem Central-Komitee zur Berichtigung zu übermachen.

§ 6. Bestimmt die Bekanntmachung der Schriften (Katalog).

§ 7. Sagt, dass alle Bücher, Schriften und Manuskripte mit dem Stempel der Gesellschaft versehen sein sollen.

Im Frühling 1847 gab Wolf das Bibliothekariat aus Mangel an Zeit ab; an seine Stelle wurde Chr. Christener, Lehrer an der Kantonsschule gewählt; die Zahl der Bände stieg auf 1300. Die Jahresversammlung in Schaffhausen 1847 bewilligte einstimmig einen Kredit von Fr. 100 und sprach Hrn. Wolf für seine Thätigkeit und erfolgreiche Verwaltung den Dank aus. Wahrscheinlich infolge Ausdehnung der städtischen

Verwaltung und anderweitiger Verwendung des Erlacherhofes (der Sitz der Bundesbehörden war im Anfang dort) wurde man genötigt, für die Bibliothek ein neues Lokal zu suchen und so installierte man dieselbe gegen 100 Fr. jährlichen Zins im Zunfthaus zu Kaufleuten. Auf Christeners Bericht hin sprach die Jahresversammlung in Solothurn 1848 100 Fr. Mietzins, 100 Fr. für den Unterhalt und 200 Fr. für den Druck eines neuen Katalogs. Der Bericht, welcher 1849 auf der Jahresversammlung in Frauenfeld verlesen wurde, konstatiert eine erfreuliche Vergrösserung der Bibliothek. Unter den Donatoren ragt besonders hervor Herr Apotheker Pfluger in Solothurn, der allein in 4 Sendungen die Bibliothek um 1273 Bände bereichert hat. Die Gesamtzahl ist wohl 2600; im übrigen werden wieder Fr. 200 für Miete und Unterhalt zugesprochen. 1850 werden ebenso an der Jahresversammlung in Aarau ausser dem gewöhnlichen Kredit von Fr. 200 noch Fr. 100 extra zur Komplettierung unvollständiger Werke bewilligt. Im gleichen Jahr erscheint der neue Katalog: „Verzeichnis der in der Bibliothek der schweiz. Naturforsch. Gesellschaft vorhandenen Bücher, Bern 1850, 172 S." Schon aus der Seitenzahl dieses Katalogs, 172 S. gegenüber dem letzten von 1843 mit 52 S., ersieht man, welchen Aufschwung die Bibliothek genommen hat.

Die Arbeit wurde dann auch bald zu gross für einen einzelnen, so dass Hr. Christener sich nach einer Hülfskraft umsehen musste, die er in F. Henzi, einem begeisterten Schüler Wolfs, fand. F. Henzi wurde von der bern. Naturforsch. Gesellschaft förmlich zum Unterbibliothekar ernannt und blieb bis 1853 in dieser Stellung. Der Jahreskredit wird an der Jahresversammlung in Sitten 1852 auf 504 Fr. 92 Cts. erhöht und auf Christeners Antrag beschlossen, den Ehrenmitgliedern die Akten ebenfalls franko zu senden. Der obige, aus Franken und Cts. bestehende Kredit mag verwunderlich erscheinen, jedoch rührt dies davon her, dass 100 Franken a. W. = 144 Fr. 92 n. W. als Mietzins umgerechnet wurden. Der Bericht von 1853 konstatiert eine Zunahme der Bibliothek um 340 Werke, darunter allein 120, welche von Prof. Dr. R. Wolf geschenkt worden sind, zudem half derselbe noch bei Erledigung der Bibliothekgeschäfte. Der Rapport für 1854 berichtet besonders über den Tauschverkehr, der sich auf 60 Gesellschaften ausdehnt; an Henzis Stelle ist Prof. Dr. L. Schläfli als Unterbibliothekar getreten. An der Jahresversammlung in Basel erhält der Bibliothekar einen Wink, keinen zu grossen Aktivsaldo in seiner Jahresrechnung aufzuführen. Die Rechnung Christeners schloss mit einem Plus von 209 Fr.; die Gesellschaft sprach wieder 500 Fr. Jahreskredit für die Bibliothek zu, aber mit Einschluss des Saldos, also eigentlich bloss 291 Fr. In der Versammlung in Trogen erhöhte man den Kredit wieder auf 500 Fr. ohne Einschluss des Saldo; zugleich wurde aber, mit Rücksicht auf den beschränkten Kassastand der Gesellschaft, das Central-Komitee beauftragt, die geeigneten Schritte zu thun zur Erlangung eines unentgeltlichen Lokals. Im Bericht pro 1858 wird die Zahl der Bände auf 5000 angegeben; der Tausch von Schriften geschieht mit 79 Gesellschaften. Prof. Schläfli resignierte als Unterbibliothekar; an seine Stelle trat Hr. J. R. Koch, Lehrer an der Realschule. Die bernische Naturforschende Gesellschaft hatte von nun an die Bezahlung des Lokales im Zunfthaus zu Kaufleuten übernommen, daher wurde der Jahreskredit auf 450 Fr. herabgesetzt. Inzwischen hatte sich die bern. Naturforschende Gesellschaft ebenfalls daran gemacht, ihre Statuten zu revidieren; dieselben datieren vom 19. Febr. 1859. In § 10 heisst es:

«Die der Gesellschaft zukommenden Geschenke, sofern sie in Büchern «oder Karten bestehen, sollen in der Regel der Bibliothek der schweiz. «Naturforsch. Gesellschaft einverleibt werden. Es sollen jedoch dieselben «im Falle einer Verlegung oder Auflösung dieser Bibliothek wieder der «bernischen Gesellschaft zufallen und zu diesem Zwecke mit einem eigenen «Stempel versehen werden. Bücher, welche die Bibliothek bereits besitzt, «sind der Stadtbibliothek zu übergeben.»

Mit dieser Bestimmung wurde einfach der Zustand legalisiert, wie er eigentlich seit 1816, als Wyttenbach das Archiv übernahm, immer bestanden hat, d. h. die Bücher der bernisch. Naturforsch. Gesellschaft wurden mit denjenigen der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft zu einer Bibliothek verschmolzen. Auch das Reglement, welches die bern. Naturforsch. Gesellschaft erliess, gibt diesem Gedanken Ausdruck: da die schweizerische Naturforsch. Gesellschaft (laut Beschluss vom 30. Juli 1828 [1]) der bernischen Naturforsch. Gesellschaft die Besorgung ihrer Bibliothek übertragen hat, so erwählt diese aus ihrer Mitte einen Bibliothekar, der

1. ihr jährlich zu Handen der allgemeinen Gesellschaft Bericht und Rechnung über seine Verwaltung vorzulegen hat;

2. alle gedruckten Zusendungen an die Gesellschaft für die Bibliothek in Empfang nimmt und

3. vom Sekretär Gratisexemplare der Mitteilungen der Berner Gesellschaft für alle gelehrten Gesellschaften des Auslandes, mit denen die schweiz. Naturforschende im Tauschverkehr steht, beziehen kann.

Daraus geht hervor, dass zu Gunsten der Bibliothek der allgemeinen Gesellschaft auch mit den Mitteilungen der bern. Naturforschenden Gesellschaft getauscht wurde. 1859 fiel die Jahresversammlung wegen der kriegerischen Ereignisse aus; von 1860, 1861, 1862 finden sich keine Berichte; aus den Rechnungen der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft kann man aber ersehen, dass die Verhältnisse sich gleich geblieben sind. Inzwischen war aber die Bibliothek so angewachsen, dass die bern. Naturforschende Gesellschaft sich noch um ein anderes Lokal umsehen musste; die Stadtbibliothek hatte sich durch einen Neubau vergrössert, und da warf man den Blick auf dieselbe. Ich fand im Protokoll der Bibliotheks-Kommission der Stadtbibliothek folgenden Passus:

19. Juli 1862.

Da die Stadtbibliothek während mehrerer Jahre über 2 Säle des neuen Gebäudes verfügen kann und durch Vermietung derselben an wissenschaftliche Gesellschaften einerseits Gleichartiges unter Dach bringt, andererseits eine neue Einnahmsquelle für die Bücherei eröffnet, so hat die Bibliothekkommission sich entschlossen:

1. Den grossen im ersten Stockwerk und die nördliche Mansarde an die hiesige Naturforschende Gesellschaft um einen Jahreszins von Fr. 250 zu vermieten, behufs Aufstellung der Bibliothek der allgemeinen schweiz. Naturforsch. Gesellschaft. „Die Büchergestelle an den Wänden liefert die Stadtbibliothek, die Quergestelle die Gesellschaft und ebenso diejenigen der Mansarde. Dauer des Akkords 5 Jahre. Heizung frei."

28. Febr. 1863 wird der Hinleihungsakkord genehmigt. Derselbe lautet:

[1]) Eigentlich 30. Juli 1820.

Zwischen der Bibliothekkommission des Burgerrathes der Stadt Bern Hinleiherin und der bern. Naturforsch. Gesellschaft ist folgender Akkord geschlossen worden:

Der Naturforsch. Gesellschaft wird vermiethet:

Erstens der Ecksaal gegen Süden im ersten Stockweck des Biblio-k-Neubaues, anstossend an Hrn. v. Wattenwyls Stallgebäude.

Zweitens die nördliche Mansarde des Neubaus.

Jenem Saal soll die Luftheizung täglich zu gut kommen, auch ist er neuen Bücher-Repositorien zu versehen, welche den übrigen im nämlichen Gebäude entsprechen. Die doppelte Reihe muss so beschaffen sein, dass hintere um 2½ " höher zu stehen kommt, damit die Büchertitel tbar bleiben auf der letzten. Die Mansarde bleibt ungeheizt und leer kann dienen zur Aufnahme der Büchergestelle, welche der Naturforsch. sellschaft angehören.

Die Empfaherin verpflichtet sich zu Feuer und Licht und Allem übergeben wird, Sorge zu tragen und ohne Einwilligung der Hinleiin an Niemanden zu untermieten. Dagegen bleibt sie frei von Einrtierungslast und Illuminations-Gebühren.

Dieser Akkord fängt an am 2. Febr. oder Lichtmess 1863 und hrt 5 Jahre, also bis Lichtmess 1868. Nach Ablauf dieses Termins n er, wenn die gegenseitigen Verhältnisse es gestatten, erneuert wer-. Die allfällige Aufkündigung muss 6 Monate vor Ablauf des Akkords, am 2. Aug. 1867 geschehen. Der Mietzins beträgt zweihundert nken für den Eck-Saal und fünfzig für die Mansarde, mithin im zen jährlich Franken zweihundertfünfzig.

Geschehen unter beidseitiger Unterschrift in Bern, den 29. Okt. 1862.

Namens der Bibliothekkommission:
Der Präsident: *Dr. Stantz,*
Der Oberbibliothekar: *K. L. v. Steiger.*
Namens der Naturforschenden Gesellschaft:
Der Präsident: *B. Studer,*
Der Sekretär: *Dr. R. Henzi.*

Mit dem Umzug der Bibliothek in die Räumlichkeiten, die sie jetzt h inne hat, war eine genaue Revision verbunden, und in der Besorgung Geschäfte standen Hrn. Christener die Herren Dr. Cherbuliez und Koch kräftig helfend zur Seite. Zudem wurde die Herausgabe eines en Katalogs in Aussicht genommen, wofür pro 1864 ein ungenügender dit von 600 Fr. angesetzt worden war. Hr. Christener, der 17 Jahre die Bibliothek verwaltet hatte, trat wegen vermehrten Berufsgeäften von der Leitung der Bibliothek zurück. An seine Stelle wurde wählt Hr. J. R. Koch, dem Hr. Dr. Cherbuliez als Unterbibliothekar gegeben wurde. 1864 sprach dann wirklich die Jahresversammlung Zürich nochmals 600 Fr. für den Katalog, nebst 450 Fr. ordentlicher dit zu. Über diesen Katalog lohnt es sich, einige Worte zu ver-en, dies noch um so eher, als er der letzte vollständig herausgemene ist.

Sein Titel lautet: Verzeichnis der Bibliothek der schweiz. Naturschenden Gesellschaft. Bern, Druck von Rieder & Simmen 1864. 188 S.

Im I. Abschnitt gibt Hr. J. R. Koch eine gedrängte Übersicht r die Entwicklung der Bibliothek. Das erste Verzeichnis 1821 zählte das zweite 1843 364 Nummern, das dritte 1850 schon 1270 Nummern

mit 2800 Bänden, 1864 das vierte 2535 Nummern mit 6000 Bänden. Dazu kam ein Tauschverkehr mit 99 ausländischen und 13 schweiz. Gesellschaften.

Dr. Nicati in Aubonne schenkte ca. 80 Bände Bücher und Brochüren meist medizinischen Inhalts.

Wohl infolge dieses Katalogs war es, dass die Bibliothek wieder wertvolle Zuwendungen zu verzeichnen hatte. Prof. Plantamour schenkte seine sämtlichen Werke, 50 Bände Hr. v. Wattenwyl-v. Fischer; mit 99 Gesellschaften war man im Tauschverkehr. Das 1865 erschienene 1. Supplement zählt allein 15 Seiten. 1866 schenkte Pfarrer Kuhn in Affoltern die Bibliothek des bekannten Botanikers Pfarrer Schärer in Belp, im ganzen 202 Bände, worunter 112 ältere, sehr geschätzte botanische Werke. Das 2. Supplement zählt schon 18 Seiten. Unterdessen war in Bezug auf die Bibliothek wieder etwas Neues angeordnet worden. Am 29. April 1864 richtete die bern. Naturforsch. Gesellschaft an den Burgerrat das Gesuch, um unentgeltliche Überlassung der bisherigen Räumlichkeiten für die Bibliothek. Darüber heisst es im Protokoll der Bibliothekskommission, an welche das Gesuch zur Begutachtung gewiesen worden war:

Protokoll 4. Juni 1864.

„Betreffend die bern. Naturforschende Gesellschaft ist eine klar-abgefasste Zuschrift derselben d. d. den 29. Apr. 1864 vom Burgerrath unterm 3. Mai an die Kommission gewiesen worden. Dieselbe weist nach, wie die Gesellschaft der schweiz. Naturforscher 1815 entstanden und wie ihre Bibliothek durch Umtausch ihrer Denkschriften gegenüber mehr denn 100 auswärtigen Gesellschaften vergrössert worden und in stetem Wachsthum begriffen sei. Seit Jahrzehnten hat die bern. Naturforsch. Ges. die Aufbewahrung der Bücher der Allgemeinen Gesellschaft übernommen und bestreitet die daherigen Kosten ausschliesslich aus ihren speziellen jährlichen Beiträgen, da sie gar keinen Fonds besitzt. In dieser Bedrängniss beschloss das Centralcomite den 5. März 1864 von der schweiz. Naturforschenden Gesellschaft alljährliche Leistung der Hälfte des der Bibliothek zu entrichtenden Mietzinses mit Fr. 125 zu erbitten. Allein diesem Beschluss ist nicht Folge gegeben worden, weil die Gewissheit vorherrscht, dass andere Schweizerstädte bereitwillig wären diese Bibliothek unentgeltlich aufzunehmen. Daher beschloss das Centralcomite am 2. April sich an den Burgerrath um Erlass des Mietzinses zu wenden.

Hierseits erklärt sich die Bibliothek einverstanden im Interesse der Beibehaltung einer immer werthvoller werdenden Sammlung von Denk- und Zeitschriften, deren Obhut einer Gesellschaft anvertraut ist, welche jährlich ihre durch Umtausch gewonnenen Zeitschriften gegen Berichtigung der Frachtkosten der Stadtbibliothek schenkt," u. s. w.

Am 14. Jan. 1865 erhält die Berner Naturforsch. Gesellschaft ein Schreiben des Inhalts, dass es dem Burgerrath zum wahren Vergnügen gereiche, ihr die Miete vom 2. Febr. 1865 an zu schenken. Daraufhin dankt die Gesellschaft per Schreiben vom 11. Febr. 1865 bestens und verspricht, die Doubletten gratis abzuliefern d. h. die Portokosten selbst zu übernehmen. Damit sind wir bei dem Zustand angelangt, wie er jetzt noch zu Recht besteht. Als Entgelt für die freie Ueberlassung der Bibliothekräume tritt die bern. Naturforsch. Gesellschaft der Stadtbibliothek alle Bücher und Schriften, welche sie im Tauschverkehr mit anderen Ge-

sellschaften erhält, ab; es sind das Doubletten, welche entbehrlich sind, da die Bibliothek für die allgemeine schweiz. Gesellschaft mittelst Verhandlungen, Denkschriften und seit 1880 auch mittelst der Comptes-rendus mit den nämlichen Gesellschaften in Tauschverkehr steht. Ausser dieser nicht unbeträchtlichen Leistung, subventioniert die bern. Gesellschaft die Bibliothek mit den Ausgaben für Porti der Doubletten, die ca. 150 Fr. in Baar durchschnittlich per Jahr betragen.

Der Bericht pro 1866 erwähnt eine erkleckliche Vermehrung der von Prof. Wolf angelegten Autographensammlung, indem Prof. B. Studer 170 an ihn gerichtete Briefe fremder Naturforscher der Bibliothek überwies. Das Jahressupplement zählt 18 Seiten. Pro 1869 wird der Kredit auf 550 Fr. erhöht.

Nach dem Bericht von 1869 zählt der Bücherbestand 7000 Bände und zwar

Mathematik u. Physik	1300	Bde.
Naturwissenschaft u. Medizin	2100	„
Biographien, Reisen, Technologie	800	„
Gesellschafts- u. Zeitschriften .	2800	„

Das Supplement zählt 25 Seiten. 1871 verliess Dr. Cherbuliez, der als Schuldirector nach Mülhausen zog, sein Amt als Unterbibliothekar, das er seit 9 Jahren inne hatte. Auf ihn folgte Ingenieur A. Benteli, dann 1872 J. J. Schönholzer, beides Lehrer an der Kantonsschule; das Supplement zählte 23 Seiten. 1872 wurden von Hrn. Ingenieur Leuch 54 Bände, sodann von anderen Herren weitere 39 Bände geschenkt. 1874 trat als Unterbibliothekar ein Hr. F. Langhans, Lehrer der Kantonsschule. 1876 wird beschlossen, den Bericht über die Bibliothek nur alle zwei Jahre abzustatten. 1875 zählt dieselbe 8340 Bände und steht mit 198 Akademien und Gesellschaften im Tauschverkehr. 1879 wurde Hr. Th. Steck, Conservator, Unterbibliothekar. 1881 regt Koch die Frage der Herausgabe eines Supplements, das alle nicht im Katalog von 1864 figurierenden Bücher enthalten soll, an, sowie die Versicherung der 10000 Bände gegen Brandschaden. Die Jahresversammlung in Aarau beschloss die Herausgabe des Supplements. Dasselbe erschien 1882 und hatte zum Titel:

„Supplement zu dem Verzeichniss der Bibliothek der Schweiz. Naturforsch. Gesellschaft vom Jahr 1864. 1864, IX — 1882, I.“ Darnach zählte die Bibliothek 3450 Nummern mit ca. 10000 Bänden, worunter sich eine grosse Anzahl von Sammelbänden befindet, von denen die meisten 10 bis 20 verschiedene Abhandlungen enthalten. Unter den Hauptdonatoren werden genannt: Bachmann, Favre, Fatio, Fischer, Forel, Plantamour, Renevier, B. und Th. Studer, Wolf.

Nach demselben stand die Bibliothek mit 254 Akademien und gelehrten Gesellschaften im Tauschverkehr. Der Jahreskredit beträgt 700 Fr., der 1888 auf 900 Fr. steigt. Auf Neujahr 1889 trat Herr J. R. Koch, nach 33jähriger musterhafter Geschäftsführung, von der Leitung der Bibliothek zurück; demselben wurde sowohl von Seite der bernischen, als der allgemeinen schweizer. Gesellschaft durch ein Ehrengeschenk der Dank Aller ausgedrückt. Vorher schon war Hr. Th. Steck von der Stelle des Unterbibliothekars, die er 10 Jahre lang in uneigennützigster Weise versehen hatte, zurückgetreten; seine Stelle übernahm Hr. Dr. E. Kissling. Der Stand der Bibliothek bei diesem Personenwechsel war ungefähr folgender:

Der Tauschverkehr wurde unterhalten mit 270 ausländischen und ca. 20 schweizerischen Gesellschaften, die Bändezahl war auf über 12000 gestiegen. Zugleich wurde der Antrag gestellt, den Bibliothekkredit von 900 auf 1200 Franken zu erhöhen, um eine Hülfskraft anzustellen, welche in ca. 3 halben Tagen per Woche die laufenden Geschäfte besorgen könnte und welche zugleich die Möglichkeit zulassen würde, die Bibliothek mehrmals per Woche den Mitgliedern zu öffnen. Dies wurde an der Jahresversammlung in Lugano beschlossen und es war auch dringend notwendig. Schon seit 1883 hatte die schweizer. geolog. Gesellschaft mit dem Centralcomite Unterhandlungen angeknüpft, ob nicht die Bücher und Geschenke, welche sie erhielt, in der Bibliothek der schweiz. Naturforsch. Gesellschaft aufgestellt werden könnten. Auf Antrag des Bibliothekars wurde festgesetzt, dass unter der Bedingung, dass die Bücher mit dem Stempel der schweiz. geolog. Gesellschaft versehen werden und allen Mitgliedern der schweizer. Naturf. Gesellschaft zugänglich sein sollten, dem Begehren entsprochen werden sollte. In gleicher Weise wurde die Bibliothek des schweizer. Apothekervereins übernommen. Ueber diese beiden Separatbibliotheken mussten, sollten sie benutzbar werden, besondere Kataloge angelegt werden. Natürlich genügten in Folge dieses Zuwachses die Räumlichkeiten in der Berner Stadtbibliothek nicht mehr; in derselben selbst konnte aber absolut kein Raum mehr erlangt werden, da die Stadtbibliothek selbst sehr beengt ist. Es blieb nichts anderes übrig als auf Gesellschaftskosten an der Kramgasse ein drittes Lokal zu miethen, für das jährlich 200 Fr. Miete bezahlt werden muss. Eine Revision der Bibliothek nebst Neudruck des Katalogs ist ein absolutes Bedürfnis. Frau Kräuter-Lauterburg, welche mehrere Jahre als Bibliothekaushülfe fungirt hat, musste leider zurücktreten; an ihre Stelle trat Frl. Elise Stettler von Bern, die sich rasch in die Arbeit hineingelebt hat. Herr J. R. Koch bekundete seine Anhänglichkeit an das Institut dadurch, dass er seine Bibliothek mathematischen und naturwissenschaftlichen Inhalts, 400 Bde., bei seinem Tode demselben testamentarisch vermachte und ausserdem sowohl der allgemeinen als auch der schweizer. Gesellschaft je Fr. 500 hinterliess, welche Summe als Kochfundus von jeder Gesellschaft besonders verwaltet wird und deren Zinsen zur Aeuffnung der Bibliothek dienen.

Auch dies Jahr erhielten wir besonders aus dem Nachlass des Hrn. v. May von Rued eine stattliche Anzahl von Werken astronomischen Inhalts und es steht die Bibliothek mit ca. 340 ausländischen und 23 schweiz. Gesellschaften in Verbindung. Die Anzahl der Bände schätzen wir auf ca. 18000 in 4277 Nummern, darunter die wertvolle von Prof. Wolf begonnene Autographensammlung, die allein 12 Foliobände ausmacht, und eine stattliche Zahl von Manuskripten.

Aus dieser Darlegung geht vor allem das hervor, dass dank des uneigennützigen Wirkens von Mitgliedern, vor allem von solchen der bern. Naturforsch. Gesellschaft, ein Material in dieser Bibliothek zusammengebracht worden ist, auf das wir mit Recht stolz sein können. Eine Trennung der Bibliothek in diejenigen Bücher und Schriften, welche der bern. Gesellschaft gehören, und in diejenigen, welche Eigentum der allgemeinen Gesellschaft sind, lässt sich nicht mehr durchführen. Die bern. Naturforsch. Gesellschaft hat eben in ihrer Eigenschaft als Bibliothekarin ihr Alles, was sie in dieser Beziehung ihr eigen nennen durfte, drangegeben, um die Bibliothek im Interesse der Gesamtheit zu heben. Eine

Aenderung des Status quo ist also weder im Interesse der allgemeinen schweiz. Gesellschaft noch derjenigen von Bern. Unsere Anstrengungen müssen vielmehr darauf gerichtet sein, dass wir in der Berner Stadtbibliothek uns besser und wohnlicher einrichten können, und dazu ist alle Aussicht vorhanden. Die Bibliothekkommission derselben teilt unter dem 24. Mai dieses Jahres mit, dass der Bibliothek der beiden Naturforsch. Gesellschaften weitere Räumlichkeiten gegeben werden, sobald die historischen und ethnographischen Sammlungen aus der Stadtbibliothek ins neue historische Museum dislociert seien. So steht nun die Sache! Möge auch fernerhin ein freundlicher Stern über diesem Institute walten, möge es ferner wachsen, blühen und gedeihen. —

Bern, im Juni 1894.

J. H. Graf.

Notizen zur Geschichte

der

Mathematik und der Naturwissenschaften

in der Schweiz.

J. G. Tralles an D. Huber in Basel.

Neuchâtel, den 8. November 1803.

Hochzuverehrender Herr Professor!

Welche Nachlässigkeit der Eile schuld gemessen ist, dass ich Ihnen nicht die Differenz der Barometer mitgetheilt, begreife ich kaum. Hier ist sie:

Vor dem Gebrauch stand mein Heberbarometer 0″,077 höher als Ihr Reservoirbarometer (bei 26″,75), nach der Reise 0″,072. Beide Barometer nach ihren respektiven Zahlen abgelesen. Allein es ist zu bemerken, dass Ihres Barometers Skale auf 21 Zoll um 0″,018 zu gross ist. Nämlich 21 Zoll Ihres Barometers sind 21,018 wahres französisches Mass, so gut sich dies an einer hölzernen Skale abnehmen lässt. Die Witterung während den Beobachtungen, die ich Ihnen übersandt, war sehr schön, kein Wind, keine Wolken.

Der Hygrometer bei den Barometerbeobachtungen lehrt *nichts*, seine Anzeigen sind lokal. Damit will ich, wie sie leicht abnehmen, nicht sagen, es sey überflüssig, den hygrologischen Zustand der Luftsäule zu kennen — allein er lässt sich leider nicht oder doch nur sehr schwerer beobachten.

Die durchstrichene Zahl für Thermometer ist recht, wenigstens nach den mitgetheilten Beobachtungen.

Die — — — unter den Linien sind meines Bedünkens $0''' \frac{0'''}{61}$.

Ich habe kopirt, was mir mitgetheilt worden, da ich den Beobachter selbst noch nicht hatte fragen können. Die Probe auf dem Moléson werde ich selbst mittheilen. Nur gegenwärtig habe ich andere Geschäfte, die mich abhalten, die Journale durchzugehen.

Es ist mir sehr leid, Ihnen nicht bälder haben antworten zu können. Auch konnte ich aus eben diesem Grunde kein Barometer anstellen. Allein nach Empfang dieses Briefes vom Freitag dieser Woche an, werde ich sie machen. Morgens 8, Mittags 12, N.-M. 3 und vielleicht öfter, nach Ihren Angaben. Verzeihen Sie die Eile dieses Briefes, den ich nicht länger verschieben wollte.

Empfangen Sie die Versicherung meiner Hochachtung, nebst allen Wünschen für ihr Wohlergehen

Von Ihrem Tralles.

Neuchâtel, den 20. May 1804.

Hochzuverehrender Herr!

Die Beobachtungen, welche ich hier zu machen versprochen, sind nicht vergessen worden, nur die Mittheilung ist, durch mannigfaltige Hindernisse verschoben, mir erst gegenwärtig möglich. Hier folgen sie:

♀ d. 11. Nov.	Barom. 16tel	Therm.	Temp. d. Luft	
8 U. 12 m. Morg.	20″. 0‴ 4,5	— 1	+ 7,5	Westlicher Wind.
10 — —	8	+ 1	9,0	Schwer wolkicht.
12 — —	7,5	— 0,5	9,0	Zuweilen Sonnenblicke.
8 30 Ab.	2	— 1	7,6	
10 — —	0	— 1	7,0	
11 30 —	7,0	— 1,5	8,5	
♄ d. 12. Nov.				
8	26. 2. 02,0	— 1	6,9	Starker West, Luft klar.
10	2. 6	— 0,5	7,3	Alles überzogen bis gegen den Horizont, Westwind stärker.
12	5	— 1	8	Es fängt an zu regnen.
3	2,2	— 1,5	8,2	id. id.
9	3. 2	— 1.5	7,7	id., der Westwind dauert mit gleicher Stärke fort.
10½	5,5	— 1,5		id.
☉ d. 13. Nov.				
8¼	26. 4. 1,5	— 1,8	6,4	Der Westwind hat sich etwas gelegt.
10	3	— 1,5	7	.... nimmt stark zu, alles überzogen.
10⅙	7			Regnet heftig.
12	9	— 1,5	5	Gleichförmig dick überzogen, der West lässt etwas nach.
10	5. 0	— 2	5,2	West hat sich gelegt.
☾ d. 14. Nov.				
8	26. 6. 2	— 2,7	5,5	Alles bewölkt, Stille.
10	4	— 2	6	
12	8	— 0,5	7,5	Stille, es heitert sich auf.
3½	4	— 1	6,8	
8	1	— 2	5,3	
10.	3	— 2	5,3	Sternhell.

♂ d. 15. Nov.				
10 M.	26. 7.	7½	— 1	6,1 Heiter.
12		9	+ 1	7,5
10 A.		8	— 1	4,6
☿ d. 16. Nov.				
8	26. 6.	0	— 2	2,5 Reaum., starker Nebel
10	5.	11	— 1,5	3,7 id.
12		2	— 1,5	4,0 Kaum sieht man über den See.
3	4.	6	— 1,3	5,0 Man sieht die Alpen, aber der Himmel ist dick überzogen.
4		1	id.	
5	3.	11	4,6	
6		9,5		
7		6	4,5	
8		3		
9		1,5		4 Schwacher Westw.
10		3,0	— 2	4,5 Regen, Stille.
♃ 17. Nov.				
8	26. 2.	6,0	— 2	6 Regnerisch, ganz bedeckt, Westw.
10½		12	— 1,7	6,2 Der Wind nimmt zu, Regen.
12		15	— 1,5	6,0 Westwind stark, Regen.
3½	4.	8	— 1,5	6,3 Die Wolken sammeln sich in Massen; es stillet.
8		14	— 2	5 Es heitert, stille
10		14	— 2	4,3 Sternhell.
♀ 18. Nov.				
8½	26. 3.	4	— 2	8,0 Regen, dick trübe, ziemlicher West.
11		6	— 2	8,3 W. wird sehr heftig.
12		5	— 1,5	8,5 .
3		12	— 1,3	9,0 id.
10		3	— 1,5	8,6 Stille, bedeckt.
♄ d. 19. N				
8⅓	26. 2.	9	— 1,5	8,9 Stille bedeckt, regnet schwach, Berge sichtbar.
10½		8	— 1	9,5 Etwas Westw. Sonne bricht etwas durch.
12			id.	9,6 Dick bedeckt, Westwind, Regen.
4		2	—	8,7
8		4	—	9,0
10		2	—	9,0

l. 20. Nov.					
	26.	2.	6	— 1	9,0 Die Sonne tritt hervor, stille, halbheiter.
			8	— 0,3	10,0
			6	+ 1,8	11,7
		1.	12	+ 1	12
			8	0	9,6 Es regnet.
21. Nov.					
	26.	0.	14	— 0,2	7,7 Sonnenschein, wolkicht.
		1.	0	0	9,6
		1.	0	+ 2	11,5
		3.	2	0	7,6 Regen, wenig Westwind.
		4.	13	0	7,5 Theils helle, Bergwind.
		5.	5	0	6,4 Ganz helle. Stille.
. 22. Nov.					
	26.	4.	10	— 0,5	4,1 Halbhelle, etwas ⊙-schein, stille.
			9	0	5
			6,5	+ 1,5	6,0 Alpen sichtbar, höher bedeckt.
		3.	15	0	6,6 id.
			3	0	7,8 Regen.
23. Nov.					
	26.	4.	8	— 0,5	8,0 Regen.
			8,5	— 0,2	8 Es wird helle, mit heftigem Wind aus Westen.
).			5,0	— 0,5	5
			2	— 0,5	5,6 Regen. Viel Wind, aber unterbrochen.
. 24. Nov.					
	26.	5.	14	— 1	5,5 Regnerisch Wetter.
			14	— 1	5,9
			12	id.	3,5
			15	—	4,0
		6.	3	— 1,5	2,8 Helle.
25. Nov.					
	26.	5.	15,5	— 3	3,0 Ueberzogen, mittelmässiger West.
			8	— 3,2	2,0 Fängt an zu regnen, Wind stärker.
		4.	12	— 3,6	0,5 Schneegestöber.
		5.	11	— 3,0	1,0
			13	— 3,5	0,4

Ich habe mich nicht genau an Stunden binden können; das Intervall eines jeden Tages von Morgens 8 bis Abends 10 wird nebst den Zwischenzeiten hinreichen, Ihren Zweck zu erfüllen, wenn Sie nach unserer Uebereinkunft die korrespondirenden haben. Die Witterungsumstände sind während der 14 Tage ziemlich gleich bis gegen das Ende. Weiter habe ich diese Beobachtungen nicht fortgesetzt, weil ich Tags darauf von hier für ein paar Monate mich entfernt habe. Bald verlasse ich die Schweiz. Ihren Barometer nimmt Herr von Montmollin in Verwahrung, um mit Gelegenheit Ihnen denselben zukommen zu lassen, die bisher gefehlt hat. Die Höhe meines Salons über dem See sollen Sie auch erhalten.

Genehmigen Sie, mein hochzuverehrender Herr Professor, die Versicherung der besondern Hochachtung

Ihres ergebensten *Tralles.*

Nr. 37. Als eine Fundgrube für Forschungen für die Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaften und verwandte Disciplinen in der Schweiz muss die *Festschrift der Gesellschaft ehemaliger Polytechniker* (zum 25-jährigen Jubiläum des eidgenössischen Polytechnikums) angesehen werden. Prof. *F. Rudio* veröffentlichte darin:

«*Direktoren und ehemalige Professoren der eidgenössischen polytechnischen Schule.* Biographische Skizzen», welche in Zürich 1894 als Separatabdruck aus der genannten Festschrift erschienen sind.

Das Kontingent der Berner ist klein; es sind deren bloss 4, nämlich:

1) *Karl Friedrich Geiser,* geboren am 26. Februar 1843 in Langenthal, Professor der höhern Mathematik und gegenwärtig zum zweiten Mal Direktor der Schule.
2) *Eduard Schär,* geboren am 7. Dezember 1842 in Bern, 1881 Professor der Pharmacie in Zürich, 1892 Nachfolger Flückigers in Strassburg.
3) *Joh. Rudolf Albert Mousson,* geboren am 17. März 1805, gestorben den 6. November 1890, Professor der Physik.
4) *Franz Xavier Marchand,* über welchen nicht viel bekannt war, und wo ich mit Hilfe des Herrn Grossrat Folletête, Archivar in Pruntrut, folgendes herausfand:

F. X. Marchand, geboren den 11. Praerial VII = 30. Mai 1799 in Soubey, studierte in Solothurn, Freiburg im Breisgau, Wien, war Erzieher der Knaben des Grafen Potocki, ging 1829 mit ihnen nach Wien, wurde 1832 Forstinspektor des Jura. 1833 übersetzte er «Les considérations sur les forêts du Jura bernois et sur la libre exportation du bois par Kasthofer», ein Werk das er mit Noten versah; dann hielt er Forstkurse, wurde 1846 kantonaler Forstinspektor, schrieb 1849 «Mémoire sur le déboisement des montagnes», 1852 «Mémoire sur la production et la consommation des bois dans le canton de Berne». 1850 wurde seine Stelle aufgehoben; es folgte seine Ernennung zum Direktor der Domäne St. Urban, zum Professor der Forstwissenschaft in Zürich, wo er den 1. November 1859 starb. Seine Frau war eine geborene Biétry.

Nr. 38. Die Originalplatten zum Panorama vom Sidelhorn, welches der bekannte, im Dienste J. R. Meyers von Aarau stehende J. H. Weiss bei Anlass seiner Reisen gezeichnet hat, befinden sich im Besitz der Sektion Bern des S. A. C. Mit denselben sind gelungene Neudrucke veranstaltet worden.

Nr. 39. Über F. A. Flückiger sind bemerkenswert die Nekrologe von Professor Dr. Tschirch, im «Bund» vom 12., 13. und 14. Dezember 1894, dann in der «Allgemeinen Schweizer Zeitung» vom 16. Dezember 1894:

«Im Hörsaal des pharmaceutischen Institutes in der alten Akademie zu Strassburg fand am 13. Dezember laut «Strassburger Post» eine kurze, aber ergreifende Trauerfeier zu Ehren des in Bern verstorbenen früheren Strassburger Professors F. A. Flückiger statt. Professor Dr. Ed. Schär verkündete den Tod «des um die Pharmacie verdientesten Mannes», Professor F. A. Flückiger, der in Strassburg von 1873—1892 als würdiger Nachfolger berühmter Vorgänger den Lehrstuhl der Pharmacie inne hatte.

F. A. Flückiger wurde geboren den 25. Mai 1828 in Langenthal bei Bern (Schweiz). Er hat sozusagen von der Pike auf gedient. In Solothurn Apothekerlehrling, nahm er, nach bestandenem Gehilfenexamen, in den grössten Städten Deutschlands, Frankreichs und der Schweiz Stellen an, studierte in Bern, wurde nach seinem summa cum laude bestandenen Staatsexamen Vorstand der Staatsapotheke in Bern, später ausserordentlicher Professor an der dortigen Universität, promovierte zum Doktor in Heidelberg und leistete 1873 als ordentlicher Professor einem ehrenvollen Rufe nach Strassburg Folge an die alte «Ecole supérieure des Elèves en Pharmacie», das jetzige «Pharmaceutische Institut». Er wurde 1892 auf seinen Antrag emeritiert, um sich ganz dem Privatstudium zu widmen, und wählte als dauernden Aufenthaltsort Bern. Dort wurde er von schmerzvoller Krankheit in der Nacht vom 11. bis 12. Dezember durch einen sanften Tod erlöst. Seine Verdienste um die Pharmacie hervorhebend, bezeichnete der genannte Strassburger Professor seinen Schülern gegenüber F. A. Flückiger als den Begründer der jetzigen neuen Schule, und seit Scheele, der auch vor 100 Jahren aus dem Apothekerstand hervorgegangen ist, als den grössten Fachgenossen und auf dem ganzen Erdball als die «erste Autorität» in Streitfragen.

Zum Schluss bat Redner, das Andenken des so hochverdienten und beliebten «Papa» Flückiger durch Erheben von den Sitzen zu ehren und schloss zum Zeichen der Trauer die Vorlesung». (Allg. Schweizer Zeitung Basel.)

Soeben erschien eine grössere Biographie betitelt: «F. A. Flückiger, von A. Tschirch». 46 S. Sonderabdruck aus den Berichten der pharmaceutischen Gesellschaft 1895. R. Gaertner. Berlin.

Nr. 40. Dem so tragisch verschwundenen Zoologen Hermann Fol von Genf widmet Professor Bedot-Genf einen Nachruf, dem folgendes zu entnehmen ist:

Herman Fol, am 23. Juli 1845 in dem neuerdings durch die bekannten Eisenbahnunfälle bekannten St. Mandé bei Paris geboren, absolvierte die Schulen seiner eigentlichen Heimat Genf und studierte dann hauptsächlich unter Häckel in Jena Zoologie, von dem er auch 1866—1867 auf eine wissenschaftliche Reise nach den kanarischen Inseln mitgenommen wurde. Daran anschliessend machte Fol mit seinem Freunde Miclucho-Maclay, dem nachmals so berümten Durchforscher von Neu-Guinea, eine weitere, beschwerliche Reise durch Marocco und promovierte nach seiner Rückkehr in Berlin als Doktor der Medizin. Vorübergehend praktizierte er in Genf; nach seiner Verheiratung liess er sich aber in Ville-franche am Mittelmeer nieder und gründete dort eine zoologische Station. Zahlreiche Arbeiten und Studien über die Mollusken, Echinodermen und be-

sonders die Embryologie legten Zeugnis ab von seiner grossen Befähigung und Arbeitskraft, so dass ihm 1876 Il consiglio superiore dell'instruzione publica von Italien den Lehrstuhl der Anatomie an der Universität Neapel antrug, den er aber ausschlug, um in Genf die bescheidenere Stellung eines Professors der vergleichenden Embryologie anzunehmen, die er dann nach 9 Jahren wegen eines bedauerlichen Vorfalles an der Universität wieder aufgab. Er hatte seinerzeit sein zoologisches Laboratorium in Ville-franche der französischen Regierung abgetreten; diese ernannte ihn nun zum Adjunktan des Direktors des Instituts. Er erhielt sodann von der Regierung die Erlaubnis, eine zoologische Forschungsreise längs der tunesischen Küsten und im griechischen Archipel vorzunehmen. Zu diesem Zweck erwarb er sich eine geeignete Yacht «Aster», die er für eine solche Reise gehörig ausrüstete. Das wissenschaftliche Ziel sollte eine Monographie über die Schwämme des Mittelmeers sein. Am 13. März 1892 schiffte er sich in Havre ein, um sich durch die Meerenge von Gibraltar vorerst nach Nizza zu begeben. Die Yacht berührte noch einige Tage später Benodet, und seither ist man leider ohne Nachricht von ihr und den Insassen geblieben. Alle Nachforschungen waren erfolglos. Wahrscheinlich ist die Yacht in einem der Märzstürme des Jahres 1892 mit Mann und Maus zu Grunde gegangen, denn die Annahme, dass Fol in die Hände maroccanischer oder maurischer Räuber gefallen sei, wäre doch gar zu romanhaft. Fols wissenschaftlicher Nachlass beziffert sich auf die stattliche Zahl von 143 Publikationen, ein beredtes Zeugnis der Schaffenskraft des Forschers, der so tragisch enden sollte. Er war Mitglied vieler gelehrter Gesellschaften des In- und Auslandes und Inhaber des Kreuzes der Ehrenlegion. (Der Redaktor in der «Allg. Schw. Zeitg. Basel».)

Nr. 41. Zu meiner Biographie Wolf's (siehe Mitteilungen 1892) sind mir von verschiedenen Seiten kleine verdankenswerte Berichtigungen und Zusätze zugekommen; so schreibt mir Herr Direktor Billwiller:

Auf pag. 16 (Seite 206 des Bandes) sollte es heissen: «Auf der eidgenössischen Sternwarte *war* seit deren Gründung bis 1880» und nicht *ist*. Die meteorologische Centralaustalt ist schon längst wegen Platzmangel ausgezogen und seit 1884 im neuen eidgenössischen Physikgebäude untergebracht.

Nicht richtig ist ferner meine Angabe, dass Wolf Präsident der Meteorologischen Commission gewesen sei. An der Spitze dieser Commission steht der Vorsteher des eidgenössischen Departements des Innern, Herr Bundesrat Dr. Schenk, Wolf war Vicepräsident der Commission. — Herr *Dr. I. B. Messerschmidt* schreibt mir: Wolf gab jeweilen in den «Astronomischen Nachrichten» einen kurzen Auszug aus seinen Mitteilungen. Ferner erschien jährlich ein «Jahresbericht» über die Thätigkeit der Sternwarte in der «Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft».

Weitere Nekrologe zu den bereits Seite 24 und 25 des Separatabzuges (214 und 215 des Hauptbandes 1893) gegebenen sind folgende:

Wolfer, A., Astronomische Nachrichten, Bd. 134, Dezember 1893, Nr. 3204.

Günther, S., Beilage zur Allgemeinen Zeitung in München vom 26. Januar 1894.

Maurer, J., Zeitschrift «Sirius» 1894, Nr. 3.

Messerschmidt, J. B., Zeitschrift «Gaea» 1894, Nr. 4, mit Bild.

Weilenmann, A., Vierteljahrsschritt der Zürcher Naturforschenden Gesellschaft 1894.

Herr Prof. A. Wolfer, der Nachfolger Wolfs, schreibt mir bei Gelegenheit der Zusendung eines Bandes der Autographen-Sammlung der Bibliothek der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft:

«Zugleich ist mir, wenigstens teilweise, ein Rätsel gelöst worden, «weshalb sich in Wolfs Nachlass nicht die geringste Spur von Briefen aus «früherer Zeit vorgefunden hat. Ein grosser Teil derselben ist ohne «Zweifel in Ihrer Sammlung enthalten (stimmt); doch glaube ich dennoch, «dass er vieles vernichtet hat; es sei denn, dass auch die Correspondenz «aus den 50er und 70er Jahren an irgend eine Stelle gekommen ist, von «welcher Wolf voraus sah, dass sie einst den richtigen Gebrauch davon machen «würde». In der That habe ich nicht nur bei meinem Amtsantritt als Bibliothekar stattliche Pakete von Briefen, die Wolf der Bibliothek für die Autographen-Sammlung geschenkt hat, vorgefunden, sondern auch nachher hat derselbe der Bibliothek hie und da weitere Sendungen gemacht. Diese Briefe sind alle eingeordnet und registriert. Wir können unsere Sammlung nicht genug empfehlen. Man nehme sich doch die gewiss nicht grosse Mühe und lege aus seiner Correspondenz die Briefe hervorragender Gelehrter des In- und Auslandes in ein Paket zusammen. Dieselben werden sofort geordnet der Sammlung einverleibt und so der Nachwelt erhalten. Gerade im letzten Jahr konnten wir zwei mal mit Autographen aushelfen, die ohne den treuen Sammelgeist Wolfs uns eben nicht zur Disposition gestanden wären.

Wir sagen auch hier: Vivant sequentes!

Nr. 42. Herr Dr. Antonin Favre in Freiburg publizierte in den «Etrennes fribourgeoises pour 1895» eine interessante Notiz «L'astrologie et les calendriers à Fribourg au XVIme siècle», besonders wertvoll auch wegen der Details über die Stadtärzte Hans Ulrich Bidermann und Nicolaus Bidermann. Hans Ulrich Bidermann von Rottweil war Stadtarzt in Freiburg 1540.

Nicolas Bidermann verfasste 1564: Thesaurus medicinae, Manuscript im Besitz von Professor Gremaud (vergleiche Notiz von Dr. Berchtold darüber), und spielte eine bedeutende Rolle als freiburgischer Landvogt und Magistrat, starb 1575 zu St. Dié in der Dauphiné.

Bidermann verfasste auch: Kalender oder Laassbüchlin uff das Jahr MDLXXIII. Gerechnet und gestelt uff den Meridianum beder Stetten Bern und Fryburg durch Niclaus Bidermann zu Fryburg.

Es sind noch zwei Exemplare auf dem bernischen Staatsarchiv vorhanden, eines mit dem Bernerwappen, schwarzer Bär in dreifach geteiltem weissem Feld, eines mit dem doppelten Freiburgerwappen darüber den Reichsadler.

Ich notiere noch aus den sehr interessanten Angaben des Herrn Dr. Favre, dass Bidermann auch 1572 und 1574 Kalender gemacht hat, dafür ist er vom Rat belohnt worden.

Nr. 43. Dem sechszehnten Bericht über die Dr. J. M. Ziegler'sche Sammlung 1893—1894 in Basel entnehmen wir, dass in einem Wandschrank des dortigen Museums die Originalkarte Gassers vom Allgau vorgefunden worden ist. Gasser wird unter dem Namen Achilles Gassarus, Doctor der

Arzney von Sebastian Münster in der Vorrede zu seiner Kosmographie unter den 20 Herren genannt, die ihm Beihilfe geleistet haben. Die erwähnte Karte ist aus unbekannten Gründen nicht zur Verwendung gekommen und so orientiert, dass Süd sich oben befindet.

Ausdehnung von Schaffhausen bis Füssen, von Memmingen bis zum Arlberg. Massstab: 1 Meile = 7,42 Km., hat hier die Länge von 23,5 mm, also Massstab 1:320000. Die Karte scheint ziemlich genau zu sein.

(Vergleiche die Notiz, wohl von Herrn Dr. R. Hotz herrührend).

Nr. 44. Im Besitz des Herrn Forstinspektor Frey, des Bruders des Herrn Bundesrat Oberst Frey, befindet sich ein Astrolabium nebst Erdkugel aus dem Jahr 1545, verfertigt von Kaspar Vopellius. Darüber habe ich in der Festschrift der Münchner geographischen Gesellschaft für das Jubiläum ihres 25jährigen Bestandes eine kleine Monographie nebst Karte und Abbildung*) geliefert.

Wir entnehmen diesem Bericht folgende Stellen:

Der Verfertiger, *Kaspar Vopellius,* wurde 1511 zu Medenbach in Westfalen geboren, war Professor der Mathematik zu Köln a. Rh. und ist bekannt als Zeichner von Land- und Fluss-Karten, als Verfertiger von Erd- und Himmels-Globen und von Astrolabien. Er ist auch Verfasser eines Opus cosmographicum, das allerdings erst lang nach seinem Tode, im Jahr 1646, in Antwerpen erschienen ist. Die Familie Frey gehörte zu den ältesten Geschlechtern der Stadt Basel, und es ist wohl anzunehmen, dass irgend einer der Vorfahren der genannten Herren von seinen Reisen nach der Handelsstadt am Rhein das Instrument nach Basel gebracht hat, wo es zufälligerweise in der Familie erhalten blieb.

Wir können das Instrument nach der astronomischen und der geographischen Seite hin betrachten.

Astronomisch unterscheiden wir:

A. Die Himmelsachse

mit 2 um 90° von einander abstehenden festen Meridianen I und II und einem beweglichen Meridian III.

Kreis I. Der Colur der Aequinoctien enthält folgende Inschriften: 1) Beim Nordpol steht auf dem Bogenstück, das zwischen dem Polarkreis liegt: Periscii circulum. Periscii (*περίσκιοι*, bei Strabo und Kleomedes) = *ringsumschattet*, heissen die *Bewohner der beiden Polarzonen*, bei welchen der Schatten nach allen Seiten hinfallen kann. 2) Zwischen Polarkreis und Wendekreis des Krebses steht: Heteroscii alterum. Heteroscii (*ἑτερόσκιοι* bei Strabo und Ptolemäus) nach *einer Seite* hin Schatten werfend, die Bewohner der beiden gemässigten Zonen. 3) Zwischen Wendekreis des Krebses und dem Wendekreis des Steinbocks: Amphiscii. Amphiscii (*ἀμφίσκιοι* bei Strabo und Oppian) *umschattet* oder *zweischattige* Bewohner. Teilstück 4) = 2); 5) = 1).

Kreis II. Der Colur der Solstitien zeigt, entsprechend den vorigen, folgende Bezeichnungen: 1) Zona frigida (kalte Zone), 2) Zona temperata (gemässigte Zone), 3) Zona torrida (dürre, heisse Zone), 4) = 2), 5) = 1).

Der um die Weltaxe bewegliche *Kreis III* zeigt auf der *einen Seite:* 1) Beim Nordpol:* Polus arcticus* (Nordpol). 2) Meridianus est in quem cum inciderit sol supra terras medios efficit dies. = Der Meridian

*) Die photographische Wiedergabe verdanke ich der Güte unseres Herrn Prof. Dr. E. Brückner.

ist derjenige (Kreis), welcher, wenn die Sonne auf ihn fällt, über den Ländern den Mittag bewirkt. 3)* Polus antarcticus** infra medias noctes** Südpol gegen Mitternacht. Dann folgt: Nox et amor vinumque nihil moderabile suadent*) (Nacht und Liebe und Wein sind keine Ratgeber zur Mässigkeit, ein Hexameter aus einer Elegie des Ovidius (Amores, Bücher der Liebe, I. 6. 59).

Auf der *andern* Seite findet sich für jeden Quadranten eine Gradeinteilung von 0 bis 90°.

B. Der Aequator mit Parallelkreisen.

*Kreis IV.** Circulus anticus a Polo coeli et zodiaci antico descriptus* Plaustrum.*

Der nördliche Kreis beschrieben um den Nordpol des Himmels und des Tierkreises.* Der Wagen* d. h. das Sternbild des grossen Bären. Der Ekliptikpol liegt auf diesem Kreis.

*Kreis V.** Caspar Vopellius Mathe* Profes* hanc sphaerum faciebat Coloniae 1545* Tropicus cancri conversio solis aestivalis.*

Kaspar Vopellius, Professor der Mathematik, machte die Kugel zu Köln 1545*. Wendekreis des Krebses, Umkehr der Sonne im Sommer.

Kreis VI. Der Aequator, er enthält die bekannten Namen der auf der Ekliptik abgebildeten Zeichen des Tierkreises mit einer Gradeinteilung jedes Zeichens von 0 bis 30°.

*Kreis VII.** Tropicus capricorni** Fata regunt orbem certa stant omnia lege longaque per certos signantur tempora cursus.*

Die Geschicke regieren die Welt, alles steht fest nach sicherem Gesetz und die langen Zeitläufte werden durch sichere Läufe bezeichnet.

Kreis VIII. Circulus antarcticus a Polo coeli et zodiaci antarctico descriptus.

Der südliche Kreis beschrieben um den Südpol des Himmels und den südlichen Pol des Tierkreises.

C. Die Ekliptik mit 3 beweglichen Breitenkreisen.

Die Ekliptik, ein breites messingenes Band um das Astrolabium herum, enthält die eigentlichen Bilder der 12 Zeichen recht kunstvoll eingraviert, und zwar die Sternstellungen jedes Zeichens selbst, wie auch das bezügliche Kalenderzeichen. Die lateinischen Namen der Zeichen, wie auch eine Gradeinteilung finden sich, wie schon angedeutet, an entsprechender Stelle auf dem Aequator. Ausserdem ist auf diesem Ekleptikbande selbst noch eine Einteilung in 360° angebracht.

Die Inschriften der drei beweglichen Breitenkreise sind von ganz besonderem Interesse. Sie bestehen jeweilen aus zwei Hexametern, denen astronomische Angaben in Prosa über die Cyklen des Saturns, der Sonne und des Mondes vorausgestellt sind. Die betreffenden Verse sind nicht antik, sondern Erzeugnisse der neueren Zeit; sie sind aber gutgemacht, ganz im Geiste des humanistischen Zeitalters.

I. Beweglicher Breiten-Kreis durch die Ekliptikpole.

Phaenon* Saturnus coli signiferum* Peragit in annis 29 diebus 162 horis 12.*

Ultima sorte senex loca possidet, ultimus auras Ambit et aeterno contristat frigore terras*.

Saturn, genannt *Φαίνων* (so wird der Planet Saturn bei den Griechen genannt, vergl. Cicero de nat. Deor. II, 20; Auson. idyll. 18, II: Martianus Capella VIII p. 287; Isidori Origines III, 70, 20) durchläuft den Sternenkreis des Himmels in 29 Jahren, 162 Tagen, 12 Stunden.

Bezüglich der Hexameter lag hier offenbar Vopellius die Stelle aus Vergil's Georgica III 278 im Sinne: — — — aut unde nigerrimus Auster Nascitur et pluvio contristat frigore caelum.

Professor Dr. H. Hagen, dem ich diese Notizen, wie auch die folgenden, verdanke, gibt die Hexameter Vopellius' so wieder:

Er, der Alte, beherrscht nach dem Schicksal die äussersten Regionen, als der Letzte durchläuft er die Lüfte und mit ewigem Frost betrübt (bescheint mit finsterem Lichte) er die Länder.

II. Beweglicher Kreis durch die Ekliptikpole.

Helios Sol totum peragrat zodiacum in 365 diebus et fere sex horis** At medios celi tractus medii aetheris oram Fons lucis sol auricomus ⏑ ⏑ — ⏑ ⏑ –. —

Die Sonne, genannt Helios, durchwandert den ganzen Tierkreis in 365 Tagen und ungefähr 6 Stunden und die Hexameter:

Aber die mittleren Striche des Himmels, die Gegend des mittleren Aethers (durchläuft) die Quelle des Lichts, die goldhaarige Sonne.

Beim zweiten Hexameter fehlt der Schluss, welcher den Begriff des Durchwandelns ausgedrückt haben muss. Es ist dies auch vollständig begreiflich, wenn man das Instrument ansieht, da gerade diese Partie, weil durch das breite Ekliptikband verdeckt, der Hand des Graveurs unzugänglich war.

III. Beweglicher Kreis durch die Ekliptikpole.

Selene* Luna signiferum absolvit in mensis spatio* Prima Deum terras glaciali sidere circum Luna meat celumque suo terit ultima curru**

(Luna) der Mond, genannt *Σελήνη*, vollendet den Sternenkreis im Verlauf eines Monats und die Hexameter:

Zuerst unter den Göttern wandelt der Mond mit eisigem Gestein um die Lande und berührt als der Letzte den Himmel mit seinem Gespann.

Von diesen drei beweglichen Kreisen, es hätten auch bloss zwei sein können, wurde der eine auf die Länge irgend eines bekannten Gestirns eingestellt z. B. des Saturns, der Sonne oder des Mondes und so zum Orientieren benutzt; der andere wurde mit irgend einem Breitenkreis zusammenfallend gemacht, dann konnte für den betreffenden Stern die Breite wie auch die Länge abgelesen werden. Der bewegliche Meridian erleichterte sehr wesentlich den Gebrauch des Instruments an jedem Ort. — — Was aber unser vorliegendes Instrument noch zu einem besonders wertvollen macht, ist seine Bedeutung für die *Kenntnisse in der Geographie zur Zeit der Reformation.*

Im Innern des Astrolabiums findet sich ein kleiner Globus, der leider etwas beschädigt ist — mit der Loupe lässt sich aber noch vieles ablesen. Der Erdglobus ist um die Erdachse drehbar und enthält als Grundlage zu den geographischen Koordinaten den Aequator, sowie 12 Meridiane, welche die Oberfläche in ebensoviele Zweiecke von je 30° einteilen, jedes Zweieck enthält am Aequator ausserdem noch eine farbige Teilung von 5 zu 5°.

Um die Bedeutung des Vopell'schen Erdglobus zu erkennen, folgen wir bezüglichen Stellen der Festschrift Kretschmers und schicken folgendes voraus:*)

Es ist bekannt, dass die Form von Süd- und Mittelamerika viel früher kartographisch festgelegt worden ist als diejenige Nordamerikas. Man konnte zwar darüber keinen Zweifel hegen, dass die Wassermasse zwischen Spanien und Indien durch eine bedeutende Landmasse, die terra firma, in zwei grosse Teile geschieden sei. So hatte man denn seit der Entdeckung *Balboas* beim Isthmus von Panama ein Mare de Nort und ein Mare de Sud. Die erstere Bezeichnung hat sich zwar nicht lange mehr aufrecht erhalten, während die letztere fast auf den ganzen stillen Ocean, soweit er damals bekannt war, angewendet wurde. Durch deutsche Kosmographen, hauptsächlich *Johannes Schöner,***) hatte sich die Auffassung und Ansicht von der Kontinentalität einer Mundus novus sehr befestigt, leider trat aber durch die Fahrt des Magalhães eine andere Wendung ein, indem man wieder anfing den Vorstellungen sich zu nähern, wie sie *Columbus* und *Vespucci* gehabt haben, nämlich, dass die auf dem Westweg erreichten Länder nichts anderes seien als das Ostgebiet von Asien mit den teilweise hypothetischen Landschaften Tomacho, Cathay und Mangi und Indien. Man hielt dafür, Brasilien, das „Presill-landt" sei höchstens 600 Meilen von Malacha entfernt und die Westküste von Südamerika ziehe sich ununterbrochen nach den indischen Halbinseln hinüber. Selbst Schöner verliess seine ursprüngliche, richtige Ansicht, indem er, hauptsächlich sich an Columbus und Vespucci anlehnend, wieder mit dem Weltbild der Alten, vorzüglich des Ptolemäus, Fühlung zu behalten suchte und nur noch drei Weltteile zuliess. *Diesen Kontinentalzusammenhang zwischen der Neuen Welt und Asien* bringt *Franciscus Monachus****) in seiner Weltkarte 1526 zum erstenmal zur Darstellung, indem er die Küste von Mexico unmittelbar in diejenige Hinterindiens übergehen lässt. Leider ist hierdurch natürlich in der Kartographie Amerikas eine rückschrittliche Periode eingeleitet worden. Dieser irrigen Auffassung folgen eine Karte in den *Sloane-Manuscripten* der Bibliothek des British Museums, eine Karte des *Orontius Finaeus*,†) 1531, und ganz besonders der sogenannte *Nancy-Globus,* so geheissen, weil ihn Karl V. der Kirche in Nancy geschenkt hat, und der sich nun in der dortigen Stadtbibliothek befindet. *Hier ist nun auch das Astrolabium Caspar Vopells mit seinem Erdglobus von 1545 einzureihen.* Nun zeigt sich nach einer Text-Notiz im Facsimile-Atlas von A. S. Nordenskiöld p. 83, dass sich im altnordischen Museum zu Kopenhagen noch ein ähnliches Exemplar befindet.

Das Kopenhagener Exemplar ist allerdings zwei Jahre älter als das Berner Exemplar, immerhin geht so viel hervor, dass unser vorliegendes Astrolabium nichts anderes ist, als ein zweites verbessertes Exemplar der Armillarsphäre, welche sich im altnordischen Museum zu Kopenhagen befindet. Es zählt einen Kreis mehr — nämlich 12 Messingringe — als das

*) Dr. Konrad Kretschmer: Die Entdeckung Amerikas etc., vide pg. 400 u. ff.

**) Vgl. s. Globus in Kretschmer, Atlas zur Festschrift, Tafel XIII. (Original auf der Stadtbibliothek Nürnberg.)

***) Vgl. s. Globus in Kretschmer, Atlas zur Festschrift, Tafel XVIII, Nr. 2.

†) Vgl. den A. E. Nordenskiöld Facsimile-Atlas Nr. XLI.

Kopenhagener Exemplar, auch die Autorinschrift ist etwas verändert, indem, statt der Heimat Vopellius', sein Amt als Professor Mathem. angegeben ist, im wesentlichen stimmen aber beide Instrumente überein. Die lässt sich dadurch leichter beurteilen, weil A. E. Nordenskiöld in seinem Atlas, Tafel XL, eine Abbildung des Erdglobus im Kopenhagener Astrolabium gibt, indem er die 12 Zweiecke desselben mit ihrem Inhalt reproduziert. In den Dimensionen können die beiden Exemplare ganz übereinstimmen, da beim Kopenhagener Exemplar der Umfang eines Grosskreises ca. 22 cm, beim Berner Exemplar ca. 21—22 cm, bei 0,67—0,68 Kugeldurchmesser beträgt. Eine kartographische Vergleichung ergibt in Bezug auf Auffassung durchaus Uebereinstimmung, in Bezug auf die Lage aber einige kleine Abweichungen bald zu Gunsten des einen, wie des andern Exemplars. Wir haben versucht, in Mercator's Projection den Inhalt des Berner Globus möglichst wiederzugeben, indem wir, mit der Loupe bewaffnet, nur diejenigen Namen verzeichneten, die sich noch mit einiger Sicherheit ablesen liessen. Fast jeder Name ist wie beim Kopenhagener Exemplar im Anfang in roter Farbe geschrieben, während der Schluss mit schwarzer wiedergegeben ist, und beim Aequator scheinen von 5 zu 5° rot und gold abzuwechseln, so dass man fast glauben könnte, das Astrolabium sei noch mit dem Luxus einer gewissen feineren Ausstattung versehen gewesen. Die Wiedergabe des Berner Exemplars ist deshalb leider mit kleinen Schwierigkeiten verbunden gewesen, weil die Zeichnung auf der nördlichen Hemisphäre stark verwischt und zum Teil beschädigt ist, während diejenige auf der südlichen Hemisphäre noch recht gut erhalten ist. Wir können natürlich nicht auf alle Details eintreten und verweisen in dieser Beziehung auf die in der Festschrift der Münchner geogr. Gesellschaft gegebene Skizze und wollen nur einige Thatsachen hervorheben:

1. Der Kontinentalzusammenhang zwischen der neuen Welt und Asien.

2. Der Name Amerika findet sich infolgedessen nur für Südamerika, dessen Form im grossen und ganzen recht ordentlich wiedergegeben ist.

3. Auch Mittelamerika ist ordentlich wiedergegeben, insbesondere findet sich die Meerenge nicht, welche noch in der Karte von *Franciscus Monachus* 1526 beim Isthmus von Panama angegeben ist.

4. Bezüglich der alten Welt steht Vopellius hauptsächlich auf dem Boden der Ptolemäischen Darstellung; das sieht man besonders, um nur einige Belege anzuführen, am Nil und seinen Quellen, an der Lage von Taprobanes und Zanzibar etc. etc.

Der *nämlichen Auffassung des Kontinentalzusammenhanges* huldigen noch *Jacopo Gastaldi* in seiner Karte der Ptolemäusausgabe von 1548, ferner *Battista Agnese* in seinem Atlas (1557—1559), der sich in der Universitätsbibliothek befindet, ferner natürlich *Vopellius* selbst in einer Karte, welche *Hieron. Girava* in seinen Dos libros de Cosmographia, Milan 1556, gibt, ferner eine Karte von *Forlani* von 1560 im British Museum, die Karte von *Joh. Honterus* 1561 in «de Cosmographiae rudimentis», ferner die Karte des *Georgio Sideri*, genannt *Callopago von Candia**) aus dem Jahr 1563, der eiserne Globus des *Franciscus Bassus Mediolanensis* 1570, der sich auf der Universitätsbibliothek Turin befindet. Da die

*) Kretschmer Atlas, Tafel XXII.

nämliche Anschauung noch durch eine Karte des *Joh. Myritius**) 1590 vertreten ist, so sehen wir, dass die Idee des Kontinentalzusammenhanges zwischen der neuen Welt und Asien noch bis ans Ende des XVI. Jahrhunderts ihre Anhänger aufweist, ja es ist gerade unerklärlich, wie die Karte des *Battista Caloiro e Oliva***) im Jahr 1673 noch diesen fundamentalen Irrtum des Entdeckers Amerikas enthalten konnte.

*) Nordenskiölds Facsim.-Atlas, Tafel XLIX.
**) Kretschmer Atlas, Tafel XVIII, Nr. 4.

Inhalts-Verzeichnis.

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Jahresbericht pro *1893/94*	III	
Auszug aus der Jahres-Rechnung pro 1893 . . .	XXIV	
Mitgliederverzeichnis	XIX	
Baltzer A., Prof. Dr.,		
Über die Wüste und den Atlas bei Biskra . .	XVI	
Ist das Linththal eine Grabenversenkung? (Figur im Text.)		2
Baumberger E., Sekundarlehrer in Twann,		
Über die geologischen Verhältnisse am linken Ufer des Bielersees. (Mit 1 Karte und 1 Tafel.) . .		15
Bochicchio,		
Über eine neue, Blähung der Käse erzeugende Hefeart	XI	
Brückner E., Prof. Dr.,		
Über das japanische Erdbeben vom 28. Oktober 1891	XII	
Einfluss der Schneedecke auf das Klima von Davos	XVIII	
Dutoit, Dr. med. und Docent,		
Höhle von Reclère	XVIII	
v. Fellenberg E., Dr. phil.,		
Demonstration von Meteoriten	X	
Pflanzenabdrücke aus dem Carbon von Rondchamp .	XVIII	
Fischer E., Prof. Dr.,		
Resultate einiger neuerer Untersuchungen über die Entwicklungsgeschichte der Rostpilze . . .	XIII	
Fischer L., Prof. Dr.,		
Demonstration von Asteriscus pygmaeus . . .	XVI	
v. Freudenreich E., Dr. phil.,		
Über die Bitterkeit der Käse und Bakterien, welche dieselbe hervorrufen	VII	
Frey H., Dr. phil., Gymnasiallehrer und Docent,		
Über künstliche Seide (Holzseide)	XVII	
†*Glur J. G.*, Dr. phil.,		
Schaf und Ziege in den Pfahlbauten . . .	X	
Beiträge zur Fauna der Pfahlbauten. (Mit Tafeln.) .		
Graf J. H., Prof. Dr.,		
Nekrolog von Prof. Rud. Wolf.	VI	
Demonstration einiger alter astronomischer Instrumente, namentlich Sonnenuhren	XV	
Neue Sonnenuhr	XV	
Geschichte der Bibliothek der schweiz. und bern. Naturforschenden Gesellschaft		
Notizen zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Schweiz . . .		

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Huber G., Prof. Dr.,		
Über Sternschnuppen und Meteorite	IX	
Über Meteorströme und die Bedeutung der Meteore im Weltraume	X	
Sternschnuppen und Meteorite. (Mit Figuren im Text.)		57
Kissling E., Dr. phil., Sekundarlehrer und Docent,		
Das Kohlenlager von Frienisberg	XVII	
Kronecker H., Prof. Dr.,		
Einiges über die Bergkrankheit	XVIII	
Meisterhans, Prof. Dr., in Solothurn,		
Die Entwicklung Solothurns in historischer Zeit	XV	
Kossel, A., Prof. Dr.,		
Über Papier und Papierprüfung	VII	
Neue Methoden zur Darstellung des Phosphors aus den Phosphaten der Alkalien und alkalischen Erden mittelst Aluminium als Reduktionsmittel	XV	
Neue pflanzliche Parasiten der Weinrebe und ihre Bekämpfung	XV	
Schmidt, F. W., Dr. phil., Assistent und Docent,		
Die Entwicklungsgeschichte des periodischen Systems	XV	
Sidler G., Prof. Dr.,		
Demonstration eines Stückes eines verkieselten Baumstammes aus Arizona	XVIII	
Stähli F., Dr. phil., Gymnasiallehrer in Burgdorf,		
Die Cylinderfokalen. (Mit Tafeln.)		102
Steck Th., Dr. phil., Conservator,		
Zur Biologie des Moosseedorfsees	XII	
Demonstration südamerikanischer Schmetterlinge	XII	
Studer-Steinhäuslin B., Apotheker,		
Walliser Hymenomyceten	XV	
Studer Th., Prof. Dr.,		
Über die Tiefseefauna im pacifischen Ocean	X	
Die Renntierstation des Schweizerbild bei Schaffhausen	XV	
Anpassungserscheinungen der Wüstentiere	XVI	
Hyotherium Meisneri von der Rappenfluh bei Aarberg, von Aarwangen und Brüttelen	XVIII	
Thiessing, Dr. phil.,		
Einiges über Kohlenlager im Kanton Bern	XVI	
Tschirch A., Prof. Dr.,		
Jahresbericht 1893/94	III	
Über den Ort der Harzbildung bei der Pflanze	XII	
Schutzmittel der Wüstenpflanzen gegen zu starke Insolation und Transpiration	XVI	
Gedächtnisrede auf Prof. F. A. Flückiger	XVIII	
Wagner C., Dr. phil., in Zürich,		
Beiträge zur Entwicklung der Bessel'schen Funktion I. Art		204

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

...richte der Schweizerischen Botanischen Gesellschaft. (Redaktion: Dr. Ed. Fischer, Bern.)
Heft I (1891): 170 Seiten 8°, brosch., mit 3 lithogr. Tafeln. *Fr. 4. —*
Heft II — IV (1892 — 1894) à Fr. 3. —

Daraus einzeln:

...rat, Dr. H., Kleine Beiträge zur Schweizerflora . . . . Fr. —. 60
...mer, Prof. Dr. C., Ueber das Verhältniss von Chlorsulfetyon foliosum und Ramalina reticulata . . . . . Fr. 2. —
...h, Dr. J., Der gegenwärtige Standpunkt der Torferschliessung Fr. —. 60
...inz, Dr. Hans, Polamogeton Javanicus Hassk und dessen Synonyme Fr. —. 60
...rst, Dr. H., Les différentes formes de Polystichum aculeatum (L. sub Polypodio), leur groupement et leur dispersion, y compris les variétés exotiques . . . . . Fr. —. 60
...mann, J., Contributions à la flore bryologique de la Suisse Fr. —. 60
...gi, J., Prof., Der Ranunculus bellidifolius des Joh. Gessner Fr. 1. —
...Tavel, Dr. F., Bemerkungen über den Wirthwechsel der Rostpilze Fr. —. 60
...cher, Dr. Ed., Die Sklerotienkrankheit der Alpenrosen. (Sclerotina Rhododendri). Fr. —. 60
...röter, C., Neue Pflanzenroste aus der Pfahlbaute Rotenhausen. Fr. —. 60
...er, E., Zur Kenntniss der schweizerischen Alchimillen. Fr. —. 60
...mann, J., Woher stammen die Laubmoose der erratischen Blöcke der schweizerischen Hochebene und des Jura? Fr. —. 60
...rst, Dr. H., Betula Murithii Gaud. Fr. —. 60
...dat, E. und J. Huber, Recherches expérimentales sur le Pedlastrum Boryanum. Fr. —. 60

...st, K., Ueber den Einfluss des alpinen Standortes auf die Ausbildung der Laubblätter. Mit 2 lithographischen Tafeln Fr. 1. —
...der, B. jun., Beiträge zur Kenntniss der schweizerischen Pilze. A. Wallis. Mit einem Nachtrag von Dr. Ed. Fischer und 2 lithographischen Tafeln . . . . . Fr. 1. —
...ling, Dr. E., Die versteinerten Thier- und Pflanzenreste der Umgebung von Bern. Excursionshüchlein für Studirende. Fr. 4. —
...theilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern 1888 – 1893, per Jahr Fr. 8. —

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

— — Das Leben und Wirken des Physikers und Geodäti
Jacques Barthélemy Micheli du Crest aus Genf, Staat
gefangener des alten Bern, 1746—1766. Mit d
Portrait Micheli's, einer Ansicht seines Gefängnis
in Aarburg und dem Facsimile seines Panorama d
Alpen. Fr. 3.

— — Das Leben und Wirken des Physikers und Astronom
Joh. Jak. Huber aus Basel, 1733—1795. Mit d
Bildnisse Huber's und einer Tafel, seine freie Uebe
sung darstellend. Fr. 1.

— — Professor Dr. Rudolf Wolf. 1816—1893. Fr. 1.

Huber, G. Prof. Dr., Forschungen auf dem Gebiete der spektra
Analyse. 80 C

Baltzer, A., Prof. Dr., Vom Rande der Wüste. Mit 3 Lichtdruc
Tafeln. Fr. 1.

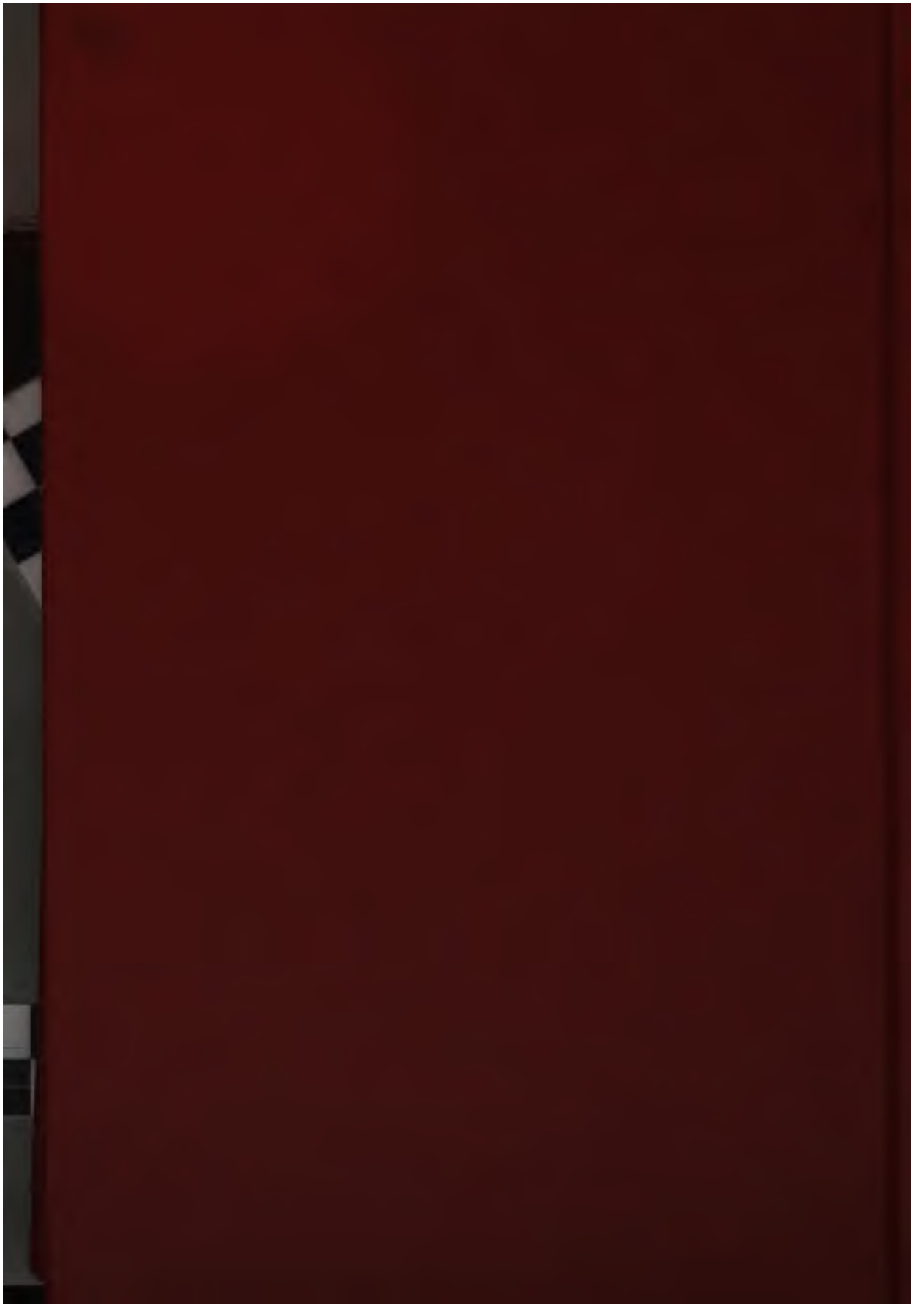
Bützberger, Dr. P., Kurzer Lehrgang der ebenen Trigonometrie
vielen Aufgaben und Anwendungen. Cart. Fr. 1.

Lauterburg, Robert, Ueber den Einfluss der Wälder auf die Quell
und Stromverhältnisse der Schweiz. Fr. 1.

— — Die schweizerischen Wasserkräfte, eingetheilt
grössere und kleinere Stromsektionen und
rechnet nach der durchschnittlichen Was
menge der Klein- und Mittel-Wasserstand
Fr. 1.

STANFORD
UNIVERSITY
LIBRARIES
LELAND STANFORD JUNIOR UNIVERSITY
ORGANIZED 1891

1893-18

Stanford University Libraries
Stanford, California

Return this book on or before date due.